

MATEMATIKAI KOMPETENCIATERÜLET „A”

Programtanterv
10. évfolyam

A kiadvány az Educatio Kht.
Kompetenciafejlesztő oktatási program kerettanterve alapján készült.

A kiadvány a Nemzeti Fejlesztési terv Humán erőforrás-fejlesztési Operatív Program 3.1.1. központi program
(Pedagógusok és oktatási szakértők felkészítése a kompetencia alapú képzés és oktatás feladataira) keretében készült, a sulinova oktatási
programcsomag részeként létrejött tanulói információhordozó. A kiadvány sikeres használatához szükséges a teljes oktatási programcsomag ismerete
és használata. A teljes programcsomag elérhető: www.educatio.hu címen.

Educatio Kht. 2008.

10. évfolyam

Óraszám: 111 óra, 37 hét, 3 óra/hét

	témakörök	javasolt óraszám	modulszám
1.	GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK	8 óra	2
2.	ALGEBRA	32 óra	5
3.	GEOMETRIA	30 óra	3
4.	FÜGGVÉNYEK	19 óra	2
5.	VALÓSZÍNŰSÉG, STATISZTIKA	11 óra	2

100 órát osztottunk ki, összesen 14 modulba rendezve. További 8 órát szántunk a témazáró dolgozatokra. A fennmaradó 3 óra ismétlésre, pótlásra használható.

1. TÉMAKÖR	Cím	GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK
	Ajánlott óraszám	8 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számolás, számlálás, számítás	Céltudatos módszerek kialakítása a lehetséges esetek összeszámlálásakor.
	Mennyiségi következtetés	Az elemek számának megváltozásából a lehetséges esetek számának változására való következtetés.
	Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	Kombinatorikus gondolkodás segítségével a valószínűségi szemlélet fejlesztése.
	Szöveges feladatok, metakogníció	Pontos szövegértés, szövegelemzés, a szöveges feladatokban megfogalmazott hétköznapi problémák áttemelése a matematika logikai rendszerébe, a metakogníció fejlesztése.
	Rendszerezés, kombinatív gondolkodás	Különböző dolgok, tárgyak, elemek, fogalmak adott szempont szerinti csoportosítása, rendezése, összefüggések keresése. A kombinatív gondolkodás fejlesztése összetett, több irányba is nyitott végű probléma megoldása során. A modellezési képesség fejlesztése a felvetett problémák gráfokkal történő szemléltetésével.
	Induktív, deduktív következtetés	Következtetés a speciális, a konkrét megfigyelésektől az általános esetre, az induktív gondolkodás fejlesztése.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK	Konkrét dolgok csoportosítása adott, vagy a tanulók által javasolt szempontok szerint. Kevés számú elem esetén az összes sorrend megszámlálása egyéni, illetve csoportos kísérletek elvégzése során, ismétlődő elemek esetén is. Kiválasztási problémák konkrét bemutatása, megfigyelése. Játék számkártyákkal, szabályos dobótestekkel, bármilyen, általunk feliratozott kártyával. A felvetett problémákban megjelenő kapcsolatok modellezése gráfokkal, a megoldások adaptálása az eredeti szövegkörnyezetbe.	
ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK	Számhalmazok, a valós számok halmaza. Kombinatorikai feladatok megoldása, sorbarendezés, kiválasztás, ismétlődő elemek esetén is. Állítások és tagadásuk megfogalmazása, azok igaz, hamis voltának eldöntése, az „és” ill. a „vagy” műveletek alkalmazása. Egyszerű következtetések, állítások és megfordításuk megfogalmazása. A definíció és a tétel különbözősége. Szükséges és elégséges feltétel. Skatulyaelv. Gráfelméleti alapfogalmak.	

MODULOK	<i>Cím</i>	1. Logika 10. Gráfelméleti alapfogalmak
	<i>Ajánlott óraszám</i>	4+4
ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉG- FÓKUSZ-VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó tantervi modulok</i>	Függvények. Valószínűségszámítás kombinatorikus úton. A logika elemei a matematika minden témakörében. Adatsokaságok, statisztika. Gráfok a geometriában.
	<i>Kapcsolódás más műveltségi területekhez</i>	A logika műveleteinek helyes alkalmazása más tudományokban. Számítástechnika. Az összes lehetőség megkeresése egy valóságos probléma megoldásakor. Úttervezési, és egyéb tervezési problémák megoldása.
KÖVETELMÉNYEK		Definíciók, tételek pontos megfogalmazása. Egyszerű sorbarendezési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatok megoldása. A logika alapvető műveleteinek alkalmazása mindennapi problémák megoldásában. Egyszerű feladatok szemléltetése gráfokkal, és azok megoldása.

2. TÉMAKÖR	Cím	ALGEBRA
	Ajánlott óraszám	32 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számolás, számlálás, számítás	Konkrét számolási feladatok a valós számkörben, a valós számok „megszámlálhatatlansága”, a valós szám fogalmának elmélyítése a négyzetgyökvonás bevezetésével. A számolási készség továbbfejlesztése racionális és az irracionális számokkal végzett műveletekkel. A valós számok és a számegyenes pontjai közötti kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés, a folytonosság fogalmának előkészítése.
	Mennyiségi következtetés	Különböző mennyiségekkel megfogalmazott szöveges feladatokban az összefüggések algebrai jelekkel történő felírása a következtetés képességét fejleszti.
	Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	Az irracionális számok racionális számokkal való közelítése, az irracionális számok értékének becslése. A becslt eredmények valószínű vagy valószínűtlen voltának eldöntése a valóságos folyamatok megismerésének képességét fejleszti. A szélsőérték fogalmának kialakítása a számtani és a mértani közép közötti összefüggés segítségével, amely az alulról, illetve a fölülről történő becslés képességét fejleszti.
	Szöveges feladatok, metakogníció	A szövegértés tudatos fejlesztése, a hétköznapi szöveg „lefordítása” a matematika nyelvére, valódi problémák matematikai értelmezése. A kapott megoldások ellenőrzése és adaptációja az eredeti szövegkörnyezetbe (a magabiztosságot, az önértékelést fejleszti).
	Rendszerezés, kombinatív gondolkodás	A szükséges adatok kikeresése, a fölösleges adatok mellőzése, a lényegkiemelő képesség fejlesztése. Szöveges másodfokú egyenletek megoldásakor a felvetett problémának nem megfelelő hamis gyök kiszűrése, a diszkusszió igényének fejlesztése. A lehetséges alkalmazások megkeresése, a tanult új ismeret beillesztése a korábbi ismeretek rendszerébe, a rendszerező szemlélet alakítása.
	Induktív, deduktív következtetés	Azonosságok kimondása, konkrét számoktól az általános eset megfogalmazásáig (induktív gondolkodásmód fejlesztése). Azonosságok alkalmazása konkrét esetekben (deduktív gondolkodás fejlesztése). Konkrét másodfokú egyenletek megoldása után a megoldóképlet levezetése és alkalmazása.

AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK		<p>Egyszerű szöveges összefüggések leírása matematikai jelekkel.</p> <p>Szöveges feladatok értelmezését szolgáló nyelvi játékok.</p> <p>Szöveges feladatok megoldása előtt a várható eredmények beclése, a megoldott egyenletek eredményének értelmezése, ellenőrzése. Szöveges válasz megfogalmazása a felvetett szöveges problémára.</p> <p>Egyéni, csoportos munkában azonosságok felfedezése, azok alkalmazása.</p> <p>Kutatási projektek (előadás, vagy írásbeli feldolgozás):</p> <ul style="list-style-type: none"> – matematikatörténeti témában, (az irracionális számok kialakulása, egyenlet-megoldási módszerek), – az arányosságok vizsgálata más tudományokban, – az „isten arány”, az aranymetszési arány a művészetekben, – internet használat.
ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK		<p>Műveleti azonosságok a valós számok halmazában, a négyzetgyökvonás azonosságai.</p> <p>Nevezetes azonosságok: $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, a^2-b^2, $(a+b)^3$, $(a-b)^3$, a^3-b^3.</p> <p>Másodfokú egyenletek, megoldóképlet.</p> <p>Egyszerű másodfokú egyenletrendszerek.</p> <p>Négyzetgyökös egyenletek.</p> <p>Számítási és mértani közép összefüggésének ismerete.</p>
MODULOK	<i>Cím</i>	<p>2. Négyzetgyök fogalma, azonosságai</p> <p>3. Algebrai azonosságok és a másodfokú egyenlet</p> <p>6. Másodfokú egyenletre visszavezethető problémák</p> <p>7. Négyzetgyökös egyenletek</p> <p>14. Számítási és mértani közép</p>
	<i>Ajánlott óraszám</i>	4+10+8+6+4
ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉG-FÓKUSZ-VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó tantervi modulok</i>	<p>Hatványozás kiterjesztése.</p> <p>Terület-, térfogatszámítás.</p> <p>Pitagorasz-tétel.</p> <p>Gráfelmélet.</p> <p>Függvények: másodfokú, négyzetgyök, exponenciális, logaritmus.</p> <p>Statisztika: szórás.</p>
	<i>Kapcsolódás más műveltségi területekhez</i>	<p>Fizika, csillagászat.</p> <p>Arányosságok a valóságban, a természetben, a művészetekben.</p>

KÖVETELMÉNYEK	<p>A négyzetgyök azonosságainak alkalmazása egyszerű esetekben.</p> <p>A valós számok tizedestört-alakja, az irracionális szám fogalmának és közelítő értékének ismerete.</p> <p>A valós számok és a számegyenes pontjai közötti kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés.</p> <p>Azonosságok alkalmazása.</p> <p>Szövegértés, szövegelemzés.</p> <p>Másodfokú egyenletek megoldása.</p> <p>Egyszerű négyzetgyökös egyenletek megoldása és ellenőrzése.</p> <p>Egyszerű másodfokú egyenletrendszerek megoldása.</p> <p>Két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalma.</p>
---------------	--

3. TÉMAKÖR	Cím	GEOMETRIA
	Ajánlott óraszám	30 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számolás, számlálás, számítás	A kör és részei közötti összefüggésekkel a hiányzó adatok kiszámolása, az irracionális számokkal való számolás a valós szám fogalmának elmélyítését segíti. Zsebszámológép biztos használatának elsajátítása.
	Mennyiségi következtetés	Hasonló alakzatok adatai közötti összefüggések (lineáris, másodfokú és harmadfokú arányok) alkalmazása valóságközeli feladatok megoldásánál az arányérzékletet fejleszti. A valós mérőszámmal megadott mennyiségek, a folytonosság fogalmának továbbfejlesztése.
	Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	Irracionális mértékű szakaszok és görbe vonalak hosszának közelítése racionális számokkal. A valóság tárgyak méretei, és azok geometriai modellje közötti arány becslése. Síkídomok kerületének, területének, térbeli alakzatok felszínének becslése.
	Szöveges feladatok, metakogníció	Szövegértelmezés továbbfejlesztése, a lényegkiemelő képesség fejlesztése. A valóság tárgyainak geometriai modellezéséhez szükséges képességek továbbfejlesztése. A geometriai feladatok algebrai megoldása során keletkező hamis gyökök kiválasztásának képessége.
	Rendszerezés, kombinatív gondolkodás	A geometriai feladatok algebrai eszközökkel történő megoldási képességének fejlesztése. Geometriai fogalmak segítségével az absztrakciós képesség fejlesztése.
	Induktív, deduktív következtetés	Összefüggések, képletek felfedezése gyakorlati tapasztalatból kiindulva, azok általánosítása és alkalmazása más esetekben, más tantárgyakban. Geometriai tételek bizonyítása során használt logikai műveletekkel az induktív, illetve a deduktív következtetés képességének fejlesztése.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK		Körívvel készíthető motívumok tervezése. Makettek, modellek készítése a hasonlóság felhasználásával. Csoportmunka: – hasonló háromszögek megfelelő szögeinek összehasonlítása, – parkettázás hasonló síkidomokkal, – hasonló testek hálójának elkészítése. Kutatómunka: – matematikatörténeti érdekességek (kör, hasonlóság), – előadás, vetítés számítógéppel, interaktív programok az internetről, – geometriai motívumok a képzőművészetben.

ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK		<p>Térelemek és viszonyaik. A kör és részeinek kerülete, területe (ív hossz, körcikk, körszelet). Kerületi és középponti szögek, húrnégyszög fogalma. A kör érintője, érintőnéyszög fogalma. Középpontos hasonlóság, hasonlósági transzformáció. Hasonló síkidomok kerületének és területének aránya. Háromszögek hasonlósága. Háromszög súlyvonalai, súlypontja. Arányossági tételek a derékszögű háromszögben. A hegyesszög szögfüggvényei, alkalmazásuk derékszögű háromszögben. Nevezetes szögek szögfüggvényei. A háromszög területe két oldalával és azok közbezárt szögével.</p>
MODULOK	<i>Cím</i>	<p>4. Körrel kapcsolatos fogalmak 8. Hasonlóság és alkalmazásai 9. Hegyesszög szögfüggvényei, egyszerű trigonometrikus összefüggések</p>
	<i>Ajánlott óraszám</i>	10+10+10
ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉG- FÓKUSZ-VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó tantervi modulok</i>	<p>Korábbi tanulmányok a síkidomokról és testekről. Egyenes arányosság. Statisztika. Háromszögek egybevágóságának alapesetei. Egybevágósági transzformációk. Nevezetes pontthalmazok, szögfelező, szakaszfelező merőleges, magasságvonal. Él- és lapszögek meghatározása ismert testeken. Forgásszög szögfüggvényei, trigonometrikus függvények.</p>
	<i>Kapcsolódás más műveltségi területekhez</i>	<p>Képzőművészet, építészet, modellezés. Természeti környezet, kertépítés. Fizika, csillagászat.</p>
KÖVETELMÉNYEK		<p>Kör részeinek ismerete. Kör érintője (adott körbeli pontban és külső pontból). Háromszögek hasonlóságának alapesetei. Háromszögek nevezetes vonalainak ismerete. Hasonló síkidomok kerületének és területének aránya. Hegyesszögek szögfüggvényei. Egyszerű feladatok derékszögű háromszögekben.</p>

4. TÉMAKÖR	Cím	FÜGGVÉNYEK
	Ajánlott óraszám	19 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számolás, számlálás, számítás	Az adott helyhez tartozó függvényértékek kiszámítása. A függvények tulajdonságainak meghatározása, a függvényértékek közötti relációban kijelölt műveletek elvégzésével a nagysági viszonyok megértésének elmélyítése.
	Mennyiségi következtetés	Mozgásgrafikonok, illetve az egyéb mennyiségi összefüggéseket ábrázoló grafikonok segítségével a mennyiségi következtetés képességének fejlesztése. A szélsőértékek meghatározásával a kisebb, nagyobb reláció fogalmának elmélyítése. A folytonos, a szakaszos és a diszkrét változások elemzésével a valóság mennyiségi viszonyainak jobb megértése.
	Beclés, mérés, valószínűségi szemlélet	A grafikus ábrázolás közelítő képi megjelenítése. A mindennapi élet folyamatait leíró grafikonok, és a matematikai függvények grafikonjainak különbözősége, hasonlósága, a valóság-szemlélet fejlesztése.
	Szöveges feladatok, metakogníció	A valóságból merített szöveges feladatok algebrai megfogalmazása, az így leírt kétváltozós összefüggések ábrázolása a koordináta-rendszerben. Az ezekhez szükséges többsikú gondolkodás képességének fejlesztése.
	Rendszerezés, kombinatív gondolkodás	Kombinatív gondolkodást és az összefüggések felismerésének képességét feltételezik az alábbi műveletek: – többféle grafikon együttes megfigyelése, a képi megjelenés és a valós folyamat kapcsolata, – geometriai transzformációk alkalmazása a függvény-transzformációk végrehajtásakor, – periodicitás a mindennapi életben és a függvények esetében.
	Induktív, deduktív következtetés	Konkrét számokkal megadott transzformációs lépések után, áttérés az általános képletekkel megadottakra, illetve az általánosítás után azok konkrét alkalmazása.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK		Grafikonok készítése: – milliméterpapírra (egyéni), – mágnes táblán, csomagolópapíron (csoportokban), – írásvetítőn, egymáson elmozgatható fóliákkal (tanári irányítással), – függvényrajzoló programok használata (internet, grafikus kalkulátor).

ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK		<p>Tájékozódás a koordináta-rendszerben, pontok, tartományok keresése.</p> <p>A valóság változó jelenségeinek megfigyelése, az adatok lejegyzése, azok közötti kapcsolatok ábrázolása. Arányosságok megállapítása.</p> <p>A lineáris függvény jellemzése: meredekség, tengelymetszet, zérushely, monotonitás.</p> <p>A lineáris törtfüggvény (aszimptota).</p> <p>A másodfokú függvény és transzformációi (paritás, szélsőérték).</p> <p>Másodfokú egyenlőtlenségek grafikus megoldása.</p> <p>Inverz függvény fogalma.</p> <p>Négyzetgyökfüggvény és egyszerű transzformációi.</p> <p>Trigonometrikus függvények: $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ (periodicitás).</p>
MODULOK	<i>Cím</i>	<p>5. Függvények (lineáris törtfüggvény, másodfokú függvény, négyzetgyök- függvény)</p> <p>12. Forgásszögek szögfüggvényei (szinusz-, koszinusz-, tangensfüggvény)</p>
	<i>Ajánlott óraszám</i>	10+9
ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉG- FÓKUSZ-VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó tantervi modulok</i>	<p>Halmazok, ponthalmazok, algebrai azonosságok, műveletek a valós számkörben, arányosságok.</p> <p>Geometriai transzformációk.</p> <p>Másodfokú egyenletek megoldása.</p> <p>Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek grafikus megoldása.</p> <p>Számítási és mértani közép közötti összefüggés.</p> <p>Ponthalmazok uniója, közös része: halmazok, logika.</p> <p>Táblázatok, grafikonok olvasása (statisztika).</p> <p>Hegyesszögek szögfüggvényei.</p> <p>Egyszerű trigonometrikus egyenletek megoldása.</p>
	<i>Kapcsolódás más műveltségi területekhez</i>	<p>Alkalmazás fizikai, biológiai, kémiai törvényszerűségek leírására.</p> <p>A valóság folytonos, illetve diszkrét folyamatai.</p> <p>Grafikonok alkalmazása a képzőművészetben.</p>
KÖVETELMÉNYEK		<p>Szövegesen megfogalmazott függvény megadása képlettel.</p> <p>A valóság folyamatainak grafikus megjelenítése.</p> <p>A tananyagtartalomban felsorolt függvények grafikonjainak és egyszerű transzformációinak ismerete.</p> <p>Függvénytulajdonságok ismerte: értékészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték, periodicitás, paritás, aszimptota.</p>

5. TÉMAKÖR	<i>Cím</i>	VALÓSZÍNŰSÉG, STATISZTIKA
	<i>Ajánlott óraszám</i>	11 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számolás, számlálás, számítás	Statisztikai adatok számolása, gyakoriság, relatív gyakoriság kiszámolása, az adatsokaság elemeinek megszámlálása (segíti számfogalom továbbfejlesztését).
	Mennyiségi következtetés	A relatív gyakoriságok meghatározásával, a valószínűségszámítási feladatok megoldásával, az alkalmazott arányossági összefüggésekkel a következtetési képesség fejlesztése (additivitás, szorzási szabály, komplementer esemény esélye).
	Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	A mindennapi életben lejátszódó folyamatok valószínűségének becslése. Statisztikai valószínűség és a relatív gyakoriság kapcsolatának elemzése. Az események valószínűségének becslése.
	Szöveges feladatok, metakogníció	Tömegjelenségek vizsgálata. Újságcikkek olvasása és elemzése. Olyan mindennapi szituációk értelmezése, ahol a véletlennek vagy a bizonytalanságnak szerepe van. A mindennapi életben megfogalmazott valószínűségi állítások vizsgálata.
	Rendszerezés, kombinatív gondolkodás	Az összes eset és a kedvező esetek felsorolásával, kombinatorikai módszerrel megoldható valószínűségek kiszámításával a kombinatív gondolkodás fejlesztése.
	Induktív, deduktív következtetés	A valószínűségi és statisztikai kijelentéseknek és következtetéseknek a klasszikus logikától eltérő tulajdonságainak ismerete. Nagy elemszámú eseteket tartalmazó valószínűségek megadása induktív módszerrel.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK	<p>Adatgyűjtés tényleges tevékenységgel: internetről, újságokból, egyéb módon, pl. felmérések készítése.</p> <p>Adatok feldolgozása zsebszámológéppel, grafikus kalkulátorral és számítógéppel.</p> <p>Csoportmunka: a gyűjtött adatok elemzése</p> <ul style="list-style-type: none"> – adatok táblázatba rendezése, osztályba sorolása, – statisztikai mutatók meghatározása, – grafikonok készítése (statisztikai mutatók, grafikonok, táblázatok). 	

ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK		<p>Statisztikai adatok jellemzése:</p> <ul style="list-style-type: none"> – átlag, medián, módusz, – szórás, terjedelem, átlagos abszolút eltérés, – grafikonok, diagramok. <p>Valószínűségyszámítás:</p> <ul style="list-style-type: none"> – gyakoriság, relatív gyakoriság, – kombinatorikus valószínűségyszámítás, – szerencsejátékok elemzése.
MODULOK	<i>Cím</i>	11. Valószínűségyszámítás 13. Statisztika
	<i>Ajánlott óraszám</i>	7+4
ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉG- FÓKUSZ-VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó tantervi modulok</i>	Műveletek racionális számokkal Függvények és grafikonok Kombinatorika
	<i>Kapcsolódás más műveltségi területekhez</i>	Statisztika minden tudományban és az élet minden területén.
KÖVETELMÉNYEK		<p>Adatok szemléltetése, táblázatba rendezése.</p> <p>Gyakorisági diagram, grafikonok készítése.</p> <p>Adatok osztályba sorolása.</p> <p>Adatsokaság átlagának, móduszának, mediánjának, terjedelmének, szórásának meghatározása.</p> <p>Gyakoriság, relatív gyakoriság ismerete.</p> <p>Kombinatorikus valószínűségyszámítás egyszerűbb esetekben.</p>