

MATEMATIKAI KOMPETENCIATERÜLET „A”

Programtanterv
9. évfolyam

A kiadvány az Educatio Kht.
Kompetenciafejlesztő oktatási program kerettanterve alapján készült.

A kiadvány a Nemzeti Fejlesztési terv Humán erőforrás-fejlesztési Operatív Program 3.1.1. központi program
(Pedagógusok és oktatási szakértők felkészítése a kompetencia alapú képzés és oktatás feladataira) keretében készült, a sulinova oktatási
programcsomag részeként létrejött tanulói információhordozó. A kiadvány sikeres használatához szükséges a teljes oktatási programcsomag ismerete
és használata. A teljes programcsomag elérhető: www.educatio.hu címen.

Educatio Kht. 2008.

9. évfolyam

Óraszám: 111 óra, 37 hét, 3 óra/hét

	témakörök	javasolt óraszám	modulszám
1.	GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK	15 óra	3
2.	ALGEBRA	32 óra	4
3.	GEOMETRIA	27 óra	6
4.	FÜGGVÉNYEK	15 óra	5
5.	VALÓSZÍNŰSÉG, STATISZTIKA	8 óra	1

97 órát osztottunk ki, összesen 19 modulba rendezve. További 8 órát szántunk a témazáró dolgozatokra. A fennmaradó 6 óra ismétlésre, a nehezebben elsajátítható témák elmélyítésére szolgál.

1. TÉMAKÖR	Cím	GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK
	Ajánlott óraszám	15 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számolás, számlálás, számítás	Halmaz elemeinek száma, végtelen elemszámú halmazok, számosság. Halmazok közös részének és egyesítésének elemszáma logikai szítával.
	Mennyiségi következtetés	
	Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	Kombinatorikus gondolkodás segítségével fejlesztjük a valószínűségi szemléletet.
	Szöveges feladatok, metakogníció	Pontos szövegértés, szövegelemzés, a szöveges feladatokban megfogalmazott hétköznapi problémák átemelése a matematika logikai rendszerébe, a metakogníció fejlesztése.
	Rendszerezés, kombinatív gondolkodás	Különböző dolgok, tárgyak, elemek, fogalmak adott szempont szerinti csoportosítása, rendezése, összefüggések keresése. A kombinatív gondolkodás fejlesztése összetett, több irányba is nyitott végű probléma megoldása során.
Induktív, deduktív következtetés	Következtetés a speciális, konkrét megfigyelésektől az általános esetre, az induktív gondolkodás fejlesztése.	
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK		Konkrét dolgok csoportosítása adott, vagy a tanulók által javasolt szempontok szerint. Szituációs játék, barkochba játék egy-egy halmaz, vagy egy-egy elem kitalálására. Kevés számú elem esetén az összes sorrend megszámlálása, egyéni illetve csoportos kísérletek elvégzése során, ismétlődő elemek esetén is. Kiválasztási problémák konkrét bemutatása, megfigyelése. Adott síkbeli alakzatok, térformák csoportosítása, egyéni manipulációval. Játék számkártyákkal, dobókockával, bármilyen általunk feliratozott kártyával.
ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK		A halmaz fogalma, ábrázolása: Venn-diagram, megadása, halmazok egyenlősége, a halmaz elemei, a halmaz elemeinek száma, logikai szita, üres halmaz, részhalmaz, komplementer halmaz. Műveletek halmazokkal: metszet, unió, különbség. Számhalmazok, a valós számok halmaza. Egyszerű ponthalmazok a koordinátasíkon, nevezetes ponthalmazok Kombinatorikai feladatok megoldása, sorbarendezés, kiválasztás, ismétlődő elemek esetén is. Állítások és tagadásuk megfogalmazása, azok igaz, hamis voltának eldöntése, az „és” ill. a „vagy” műveletek alkalmazása. Egyszerű következtetések, állítások és megfordításuk megfogalmazása. A definíció és a tétel különbözősége.

MODULOK	<i>Cím</i>	1. Halmazok 2. Logika 3. Kombinatorika
	<i>Ajánlott óraszám</i>	6+3+6
ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉG- FÓKUSZ-VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó tantervi modulok</i>	Függvények, oszthatósági feladatok, geometriai alakzatok rendszerezése, pontthalmazok síkon, koordinátasíkon, térben. Gráfok. Valószínűségszámítás kombinatorikus úton. A logika elemei a matematika minden témakörében . Halmazok, adatsokaságok, statisztika.
	<i>Kapcsolódás más műveltségi területekhez</i>	Halmazszemlélet a földrajz, a biológia a kémia tudományban. Formák, motívumok periodicitása a képzőművészetben és a zenében. Számítástechnika. Az összes lehetőség megkeresése egy valóságos probléma megoldásakor (Pl. egy elektromos hálózat, vagy vízvezeték hálózat javítása során).
KÖVETELMÉNYEK		Tájékozottság a valós számkörben. Részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbségének ismerete és alkalmazása. A logika alapvető műveleteinek alkalmazása mindennapi problémák megoldásában.

2. TÉMAKÖR	Cím	ALGEBRA
	Ajánlott óraszám	32 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számolás, számlálás, számítás	Konkrét számolási feladatok a valós számkörben, a számfogalom elmélyítése, egy szám többféle felírása, hatványozás, nagyságrendi viszonyok, a valós számok „megszámlálhatatlansága”. A folytonosság érzékeltetése.
	Mennyiségi következtetés	Ismerkedés az irracionális számok tulajdonságaival, azok racionális számmal való szorzásával és osztásával, egyenes, fordított és egyéb arányossági következtetési szemlélet fejlesztése a valós számkörben.
	Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	Az arányossági feladatok eredményének becslése. A becsült eredmények valószínű, valószínűtlen voltának eldöntése (szemléletfejlesztés). Mennyiségek mérése, azonos mértékrendszer használata, összetett mennyiségek ismerete (Pl. sebesség, sűrűség, Ft/db, népsűrűség : db/m ² stb.) A mennyiségfogalom kifejlesztése.
	Szöveges feladatok, metakogníció	A szövegértés tudatos fejlesztése, hétköznapi szöveg „lefordítása” a matematika nyelvére, a valóságbeli problémák matematikai értelmezése (a metakogníció fejlesztése).
	Rendszerezés, kombinatív gondolkodás	A szükséges adatok kikeresése, a fölösleges adatok mellőzése, a lényegkiemelő képesség fejlesztése. A korábbi matematikai ismeretek beépítése, a lehetséges alkalmazások megkeresése, a tanult új ismeret beillesztése, a rendszerező szemlélet alakítása. Számok felépítése prímszámokból, számok osztóinak és többszöröseinek kapcsolata.
	Induktív, deduktív következtetés	Azonosságok, igaz, hamis egyenlőségek, konkrét számoktól az általános eset megfogalmazásáig (induktív gondolkodásmód fejlesztése). Azonosságok alkalmazása konkrét esetekben (deduktív gondolkodás fejlesztése).

AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK	<p>Számolási feladatok írásban, fejben, önállóan, programozott lépések szerint. Elemi számelméleti összefüggések, prímszámok, összetett számok. Oszthatósági szabályok, osztók, többszörösök. Egyszerű szöveges összefüggések leírása matematikai jelekkel, hallás és olvasás alapján. Szöveges feladatok értelmezését szolgáló nyelvi játékok. Szöveges feladatok megoldása előtt a várható eredmények közös becslése, a megoldott egyenletek eredményének ellenőrzése, értelmezése, szöveges válasz a felvetett szöveges problémára. Egyéni, csoportos munkában arányosságok felfedezése sík és térbeli alakzatok tulajdonságai között, képletek, összefüggések elemzése. Gyűjtőmunka (egyéni, csoportos): szakácskönyvek, gépjármű katalógusok, stb. tanulmányozása, arányosságok keresése. Kutatási projektek (előadás, vagy írásbeli feldolgozás) – matematikatörténeti témában, (pl.: a negatív számok, az irracionális számok kialakulása), – az arányosságok vizsgálata más tudományokban, – az „isten arány”, az aranymetszési arány a művészetekben stb.</p>				
ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK	<p>Műveleti azonosságok a valós számok halmazában, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. A műveletek sorrendje, kifejezések szorzattá alakítása. Hatványozás egész kitevőre, a hatványozás azonosságai. A számok normálalakja. Nevezetes azonosságok: $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, a^2-b^2 . Műveletek algebrai törtekkel, összetett algebrai kifejezések azonos átalakítása. Arányosságok, következtetések, százalékszámítás. Elsőfokú egyenletek. Abszolútértékes egyenletek. Elsőfokú egyenlőtlenségek. Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszerek.</p>				
MODULOK	<table border="1"> <tr> <td data-bbox="501 1190 882 1378"><i>Cím</i></td> <td data-bbox="882 1190 2085 1378"> <p>4. Műveletek a valós számkörben 5. Arányosság, százalék Számelmélet (1-es, és 4-es modulba beépítve) 16. Algebrai azonosságok 17. Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</p> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="501 1378 882 1426"><i>Ajánlott óraszám</i></td> <td data-bbox="882 1378 2085 1426">10+6+6+10</td> </tr> </table>	<i>Cím</i>	<p>4. Műveletek a valós számkörben 5. Arányosság, százalék Számelmélet (1-es, és 4-es modulba beépítve) 16. Algebrai azonosságok 17. Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</p>	<i>Ajánlott óraszám</i>	10+6+6+10
<i>Cím</i>	<p>4. Műveletek a valós számkörben 5. Arányosság, százalék Számelmélet (1-es, és 4-es modulba beépítve) 16. Algebrai azonosságok 17. Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</p>				
<i>Ajánlott óraszám</i>	10+6+6+10				

ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉG- FÓKUSZ-VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó tantervi modulok</i>	Műveletek racionális számkörben. Logikai műveletek, halmazok. Négyzetgyök és n-edik gyök, gyökfüggvények. A logaritmus, exponenciális, logaritmus függvények.
	<i>Kapcsolódás más műveltségi területekhez</i>	Normálalak használata: kémia, fizika, földrajz, csillagászat, statisztikai mutatók. Arányosságok a valóságban, a természetben, a művészetekben.
KÖVETELMÉNYEK		A másodfokú azonosságok alkalmazása. A négy alpművelet elvégzése algebrai kifejezésekkel. Arányosságok felismerése, alkalmazása szöveges feladatokban és a mindennapi problémákban. Szövegértés, szövegelemzés . Oszthatósági szabályok biztos ismerete. Összetett számok prímtényező alakja. Elsőfokú egyenletek biztos megoldása. Egyszerűbb egyenletrendszerek biztos megoldása.

3. TÉMAKÖR	Cím	GEOMETRIA
	Ajánlott óraszám	27 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számolás, számlálás, számítás	Geometriai alakzatok mennyiségi jellemzői, csúcsok, élek, lapok száma, kerület, terület, élváz hossza, felület, térfogat nagysági viszonyai, mérőszámok összehasonlítása, rendezése, a számolási készség alkalmazása a valóság tárgyain, illetve azok geometriai modelljein.
	Mennyiségi következtetés	A sík- és térbeli alakzatok építése, következtetések megfogalmazása mennyiségi jellemzőik között. A mennyiségek folytonossága, fogalmának továbbfejlesztése.
	Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	Síkídomok kerületének, területének, térbeli alakzatok élvázának, felületének, térfogatának becslése. Valóságos tárgyak, modellek elkészítéséhez felhasználható anyagok mennyiségének közelítő meghatározása, az ehhez szükséges képességek fejlesztése.
	Szöveges feladatok, metakogníció	Szövegértelmezés továbbfejlesztése a lényegkiemelő képesség fejlesztése. A valóság tárgyainak geometriai modellezéséhez szükséges képességek, a térlátás fejlesztése.
	Rendszerezés, kombinatív gondolkodás	Síkbeli és térbeli analógiák felfedezése. A valóság tárgyainak jellemzése a geometriai fogalmak segítségével, absztrakciós képesség fejlesztése.
	Induktív, deduktív következtetés	Összefüggések, képletek felfedezése gyakorlati tapasztalatból kiindulva, azok általánosítása és alkalmazása más esetekben.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK	<p>Tárgyak, testek, síkidomok csoportosítása megadott, vagy egyéni szempontok szerint.</p> <p>Csoportmunka: a sík ill. a tér kitöltése különböző formákkal.</p> <p>A síkon és a gömbön felrajzolt alakzatok tulajdonságainak megfigyelése: hasonlóságok, különbségek.</p> <p>Kutatómunka: (előadás, vetítés számítógéppel, interaktív programok az internetről).</p> <ul style="list-style-type: none"> – Térformák, poliéderek, szimmetriák a síkban és a térben. – Geometriai motívumok a képzőművészetben. – Arányok a zenében, a természetben, stb. 	

ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK		<p>Tételek és viszonyaik Testek, elnevezések. Testek geometriai tulajdonságai, élváz, háló felszín, térfogat (tapasztalati szinten). Háromszögek nevezetes jellemzése, alapfogalmak, kerület, terület. Háromszögek nevezetes vonalai, körei, definíciók, tételek (bizonyítás nélkül). Pitagorasz-tétel, Thalész-tétel (bizonyítással), a tételek alkalmazása. Négyszögek, sokszögek belső és külső szögei. Négyszögek osztályozása, speciális négyszögek: trapézok, paralelogrammák, deltoidok, húr- és érintőnégyszögek (bizonyítás nélkül), kerület- és területszámítás, szerkesztési feladatok. Kör és a szabályos sokszögek. Kör és részei, kerületük, területük, a szög ívmértéke. Transzformációk: szimmetriák, eltolás, elforgatás (tapasztalatgyűjtés, manipuláció). Szimmetriák térben: a valóságban, a természetben Vektorok jellemzése, alkalmazása.</p>
MODULOK	Cím	<p>6. Tételek, térbeli alakzatok 7. Háromszögek, tulajdonságok, definíciók, tételek 8. Négyszögek, sokszögek 14. Vektorok 15. Egybevágósági transzformációk 19. Kör és részei, ívmérték Összehasonlító geometria (háromszögek, négyszögek és térgeometriai modulba beépítve)</p>
	Ajánlott óraszám	5+6+3+3+6+4
ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉG- FÓKUSZ-VÁLTÁS)	Kapcsolódó tantervi modulok	Halmazok, logika. Korábbi tanulmányok a síkidomokról és testekről. Nevezetes ponthalmazok, szögfelező, szakaszfelező merőleges.
	Kapcsolódás más műveltségi területekhez	Képzőművészet, zene, építészet, informatika, természeti környezet, kertészet, szabás- varrás.
KÖVETELMÉNYEK		<p>Tájékozottság a megismert síkidomok és testek tulajdonságaiban. Speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságainak ismerete. Nevezetes tételek: Pitagorasz-, Thalész-tétel alkalmazása. Kör részeinek ismerete, az ívmérték használata. Szimmetriák felismerése, alkalmazása geometriai modelleken. Vektorok alkalmazása.</p>

4. TÉMAKÖR	Cím	FÜGGVÉNYEK
	Ajánlott óraszám	15 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számolás, számlálás, számítás	Az adott helyhez tartozó függvényértékek kiszámítása, a függvények tulajdonságainak (pl.: növekedési és fogyási viszonyainak) meghatározása. A grafikus megjelenítés a függvényértékek közötti reláció meghatározását képi formában is megerősíti.
	Mennyiségi következtetés	Mozgás-, hőingadozási- stb.- grafikonok, egyéb statisztikai adatokat szemléltető grafikonok segítségével tovább mélyíthető a mennyiségi következtetés képessége. A folytonos, a szakaszos és a diszkrét változások elemzése.
	Beclés, mérés, valószínűségi szemlélet	A grafikus ábrázolás közelítő képi megjelenítést biztosít. A valóság folyamatait leíró grafikonok, és a matematikai függvények grafikonjainak különbözősége, hasonlósága.
	Szöveges feladatok, metakogníció	A valóságból merített szöveges feladatok algebrai megfogalmazása, az így leírt kétváltozós összefüggések ábrázolása a koordináta- rendszerben, többsíkú gondolkodást igényel, az ehhez szükséges képességek fejlesztése.
	Rendszerezés, kombinatív gondolkodás	Kombinatív gondolkodást és az összefüggések felismerésének képességét feltételezik az alábbi műveletek: – többféle grafikon együttes megfigyelése, a képi megjelenés és a valós folyamat kapcsolata. – a geometriai transzformációk alkalmazása a függvény-transzformációk végrehajtásánál. – a halmazszemlélet, az algebrai összefüggések és a geometriai tulajdonságok párhuzamos alkalmazása.
	Induktív, deduktív következtetés	Konkrét számokkal és összefüggésekkel megadott függvényekről, átlépés az általános képletekkel megadottakra, illetve az általánosítás után azok konkrét alkalmazása.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK		Játék: tájékozódás térben időben (csoportos), „torpedó” (páros). Tájékozódás térképen, földgömbön (párban). Adott tulajdonságú pontok keresése, pl. barkochba játékkal. Grafikonok készítése – milliméterpapírra (egyéni), – mágnestáblán (csoportokban), – írásvetítőn, egymáson elmozgatható fóliákkal (tanári irányítással).

ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK		<p>Tájékozódás a koordináta-rendszerben, pontok, tartományok keresése. A valóság változó jelenségeinek megfigyelése, az adatok lejegyzése, azok ábrázolása. Arányosságok megállapítása. Tanult összefüggések, képletek alkalmazása, az összetartozó értékek ábrázolása. Ábrázolás geometriai, fizikai képletek alapján. A függvény fogalmának előkészítése, bevezetése. A lineáris függvény jellemzése, milyen folyamatok leírására szolgálhat. Függvénytulajdonságok: meredekség, növekedés, fogyás, zérushely, tengelymetszet. Az abszolútérték-függvény, új tulajdonság: szélsőérték A másodfokú függvény, milyen folyamatok leírására szolgálhat. Egyszerű függvénytranszformációk.</p>
MODULOK	<i>Cím</i>	<p>9. Összefüggések, képletek, grafikonok, tájékozódás a koordináta rendszerben 10. Függvényfogalom, függvénytulajdonságok 11. Lineáris függvények 12. Abszolútérték-függvények 13. Másodfokú függvények</p>
	<i>Ajánlott óraszám</i>	3+3+3+3+3
ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉG-FÓKUSZ-VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó tantervi modulok</i>	<p>Halmazok, ponthalmazok, algebrai azonosságok, műveletek a valós számkörben, arányosságok, sorozatok, geometriai transzformációk. Nevezetes ponthalmazok (ellipszis, hiperbola, parabola). Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek grafikus megoldása. Ponthalmazok uniója, közös része: halmazok, logika. Táblázatok, grafikonok olvasása (statisztika).</p>
	<i>Kapcsolódás más műveltségi területekhez</i>	<p>Alkalmazás fizikai, kémiai törvényszerűségek leírására. A valóság folytonos, illetve diszkrét folyamatai. Grafikonok alkalmazása a képzőművészetben.</p>
KÖVETELMÉNYEK		<p>Az alapfüggvények grafikonjának ismerete. A valóság folyamatainak grafikus megjelenítése. Adott grafikonok értő olvasása.</p>

5. TÉMAKÖR	<i>Cím</i>	STATISZTIKA
	<i>Ajánlott óraszám</i>	8 óra
KÉPESSÉG- FEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számolás, számlálás, számítás	Statisztikai adatoknál számlálás, gyakoriság, relatív gyakoriság. Esetek leszámllása.
	Mennyiségi következtetés	Egyszerű számítások relatív gyakoriságokkal. Gráfok és diagramok alkalmazása a szemléltetésre.
	Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	Statisztikai valószínűség és a relatív gyakoriság kapcsolata, Szubjektív valószínűségi becslések és ellenőrzésük tapasztalatok elemzésével.
	Szöveges feladatok, metakogníció	Azon mindennapi szituációk értelmezése, ahol a véletlennek vagy a bizonytalanságnak szerepe van. Tömegjelenségek, újságcikkek olvasása és értelmezése. Egyszerű valószínűségi állítások jelentése a mindennapi életben.
	Rendszerezés, kombinatív gondolkodás	Adatok rendszerezése, táblázatok, diagramok értelmezése.
	Induktív, deduktív következtetés	A statisztikai kijelentéseknek és következtetéseknek a klasszikus logikától eltérő tulajdonságai.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK		Adatgyűjtés tényleges fizikai tevékenységgel, internetről, újságokból és egyéb, pl. felmérések készítése. Adatok feldolgozása, számológép és számítógép szerepe. Játékok és megfigyelések, adatgyűjtés. Vita különböző esélylatolgatásról, csoportos munka fontossága.
ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK		Statisztikai adatok fajtái, grafikonok, diagramok: oszlop, kör, sáv és vonaldiagram. Statisztikai adatok jellemzői: átlag, medián, módusz.
MODULOK	<i>Cím</i>	18. Statisztikai alapfogalmak
	<i>Ajánlott óraszám</i>	8

ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉG- FÓKUSZ-VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó tantervi modulok</i>	Törtek Függvények és grafikonok Kombinatorika Algebra
	<i>Kapcsolódás más műveltségi területekhez</i>	Társadalomtudományok, földrajz, nyelvtudományok.
	<i>Tanítási eljárások</i>	Csoportos munka, beszámolók szervezése, számítógépterem internet hozzáféréssel. Frontális módszer. Feladatlapok.
KÖVETELMÉNYEK		Adatok szemléltetése, jellemzők megadása. Gyakoriság, relatív gyakoriság.