

Ajánlott szakmai jellegű feladatok

A feladatok szakmai jellegűek, alkalmazásuk mindenképpen a tanulók motiválását szolgálja. Segít abban, hogy a tanulók a tanultak alkalmazhatóságát meglássák. Értsék meg, hogy a matematika tanulása nem öncélú, hanem hasznos tevékenység.

A feladatok nem tartalmaznak kifejezetten szakmai számításokat, bármely szakmát tanuló tanulók számára kitzúzhatók.

A feladatok feldolgozása nem igényel különösebb szakmai ismereteket a matematikatanártól sem. Ötletadónak is szántuk, hogy a kollégák maguk is készítsenek hasonló feladatokat az ott tanított szakmák ismeretében.

Kétismeretlenes egyenletrendszerek

1. Egy kávézóban kétféle kávéból 10 kg kávékeveréket készítenek. Az egyik kávéból 1 kg 360 Ft-ba, a másikkól 480 Ft-ba kerül. Hány kg kávé tesznek az egyes kávéfajtákból a keverékbe, ha 1 kg keverék ára 414 Ft?

Megoldás: x kg 360 Ft-os és y kg 480 Ft-os kávé kevernek össze.

A két egyenlet: $360x + 480y = (x + y) \cdot 414$; $x + y = 10$;

$x = 5,5$ kg; $y = 4,5$ kg.

A 414 Ft-os keverékben 5,5 kg 360 Ft-os, 4,5 kg 480 Ft-os kávé van.

2. Egy lángossütő raktárában 10800 Ft összértékben 40 kg liszt és 2 kg reszelni való sajt van. Két nap alatt elfogyott a liszt fele és a sajt negyedrésze. A megmaradt liszt és sajt együttes értéke 6200 Ft. Mennyibe kerül 1 kg sajt és 1 kg liszt?

Megoldás: Jelöljük x -szel 1 kg liszt és y -nal 1 kg sajt árát!

A két egyenlet: $40x + 2y = 10800$; $\frac{40x}{2} + \frac{2y}{4} = 6200$;

$x = 190$ Ft; $y = 1600$ Ft.

3. Egy szállodában étterem és bár is van. Az étterem és a bár forgalmának aránya 5 : 2. Ha a bár átlagos napi forgalma 100 ezer Ft-tal nőne, az étteremé pedig 50 ezer Ft-tal csökkenne, akkor a két vendéglátó egység átlagos forgalma megegyezne. Mekkora volt az étterem és a bár átlagos forgalma?

Megoldás: Jelöljük e -vel az étterem, és b -vel a bár Ft-ban mért egy napi átlagos forgalmát.

A két egyenlet: $e : b = 5 : 2$; $e - 50 = b + 100$; $e = 250$ Ft; $b = 100$ Ft.

4. A piacon 3 kg paradicsomért és 2 kg zöldpaprikáért 1940 Ft-ot fizettünk. A paprika kilogrammjának ára 220 Ft-tal kevesebb a paradicsom árának kétszeresénél. Mennyibe kerül 1 kg paprika és 1 kg paradicsom?

Megoldás: 1 kg paradicsom ára x Ft; 1 kg paprika ára y Ft.

A két egyenlet: $3x + 2y = 1940$; $y = 2x - 220$. Az 1 kg paradicsom ára: $x = 340$ Ft,
1 kg paprika ára: $y = 460$ Ft.

5. Egy vállalkozótól bizonyos mennyiségű csőidomot rendeltek. Ha napi 225 darabot gyárt, akkor a megbeszélthetáridőig 100-zal kevesebb készül el a megrendelt mennyiségnél. Ha 240 darabot készít naponta, akkor a kitűzött határidőre 200-zal többet gyárt, mint amennyit megrendeltek. Hány nap alatt kellett elkészítenie a megrendelt mennyiséget? Hány darab csőidomot rendeltek?

Megoldás: A vállalkozónak x nap alatt y darab csőidomot kellett elkészítenie. Ha 225-öt készít naponta, akkor a darabszám: $225x + 100 = y$;

ha 240-et készít naponta, akkor a darabszám: $240x - 200 = y$.

A két egyenletből: $x = 20$; $y = 4600$.

A vállalkozónak 20 nap alatt 4600 darab csőidomot kellett elkészítenie.

6. Betakarításakor a cukorrépát 4 tonnás és 3 tonnás teherautókkal szállítják a feldolgozó üzembe. Ha csak 3 tonnás teherautóval szállítják el az egész termést, akkor 4 fordulóval többet kell tenni a teherautónak, mint ha csak 4 tonnással szállítanák el. Hányszor fordul a 4 tonnás és hányszor a 3 tonnás teherautó? Hány tonna cukorrépa termett?

Megoldás: x -szer fordult a 4 tonnás és y -szor a 3 tonnás teherautó.

A két egyenlet: $3y = 4x$; $y = x + 4$. A két egyenletből $x = 12$ és $y = 16$. A 4 tonnás 12-szer, a 3 tonnás 16-szor fordult. 48 tonna cukorrépa termett.

A 7. feladatban eredetileg szerepelt, a 10 m széles és 15 m hosszú téglalap alakú mozaikpadló adatai a megoldáshoz nem szükségesek!

7. Egy burkoló szakmunkás a mozaikpadló lerakásán 15 napig dolgozott, majd megbetegedett, és egy másik mester további 9 nap alatt fejezte be a munkát. A munka akkor is elkészült volna, ha az első mester 10 napig, a második 16 napig dolgozott volna rajta. Hány nap alatt készültek volna el, ha együtt, egyszerre, egymást nem zavarva dolgoztak volna?

Megoldás: Az első mester x nap alatt, a második y nap alatt végezné el egyedül az

egész munkát ($x \neq 0$; $y \neq 0$). Ezért: $\frac{15}{x} + \frac{9}{y} = 1$; $\frac{10}{x} + \frac{16}{y} = 1$;

ebből: $15y + 9x = 10y + 16x$, amiből $5y = 7x$; így $y = \frac{7}{5}x$.

Ezt behelyettesítve a $\frac{10}{x} + \frac{16}{y} = 1$ egyenletbe, kapjuk: $70x + 80x = 7x^2$.

Ezt elosztva x -szel: ($x \neq 0$) kapjuk, hogy $x = \frac{150}{7}$, és $y = 30$.

Együtt n nap alatt készülnének el: $\frac{n}{\frac{150}{7}} + \frac{n}{30} = 1$, amiből:

$30n + \frac{150}{7}n = 30 \cdot \frac{150}{7}$. Tehát $n = 12,5$ nap.

- 8*. Egy helységet hidroglóbusz segítségével látnak el vízzel. A víztárolót két szivattyú tölti fel. Ha mind a két szivattyú egyszerre működik, a hidroglóbusz 40 perc alatt megtelik. Ha az egyik szivattyú 20 percig, a másik 10 percig működik, a víztároló teljes térfogatának $\frac{1}{3}$ részében lesz csak víz. Mennyi idő alatt töltenék fel vízzel a teljes hidroglóbuszt külön-külön az egyes szivattyúk?

Megoldás: Az egyik szivattyú x , a másik y perc alatt töltené meg egyedül a glóbuszt.

$$\frac{40}{x} + \frac{40}{y} = 1, \text{ és } \frac{20}{x} + \frac{10}{y} = \frac{1}{3}. \text{ Ebből: } 40(x + y) = 30(2y + x), \text{ amiből } 2y = x.$$

Ezt az egyik egyenletbe helyettesítve kapjuk, hogy $x = 120$ és $y = 60$, azaz az egyik szivattyú 120, a másik 60 perc alatt töltené meg egyedül a hidrolóbuszt.

9. Egy új kórházi osztályon a súlyos betegek számára kevesebb ágyszámú szobákat terveztek. Ha minden szobába 2 beteget tesznek, akkor 6-tal kevesebb beteget tudnak elhelyezni a tervezettnél. Ha minden szobába 3 beteget tesznek, akkor 2 ágy üresen marad. Hány férőhelyet terveztek az új osztályra? Hány szoba van az új osztályon?

Megoldás: x a szobaszám és n a tervezett betegszám.

$$2x = n - 6; 3x = n + 2, \text{ ebből: } x = 8; n = 22.$$

8 szobára 22 beteget terveztek.

10. Egy hagyományos fahordókat készítő kádárműhelyben 6 és 8 abroncsos hordókat készítenek. 6 abroncsos hordóból 2-vel kevesebbet készítenek, mint 8 abroncsos hordóból. Hány 6 abroncsos és hány 8 abroncsos hordót készítenek, ha összesen 128 abroncsot használnak fel?

Megoldás: x darab 6 abroncsos és y darab 8 abroncsos hordót készítenek.

$$6x + 8y = 128; \text{ és } x = y - 2. \text{ Ebből: } x = 8 \text{ és } y = 10. \text{ Tehát } 10 \text{ darab } 8 \text{ abroncsos és } 8 \text{ darab } 6 \text{ abroncsos hordót készítenek.}$$

11. Egy fatelepen 6 nap alatt forgalmaznak annyi tölgyfapallót, mint a másikon 5 nap alatt. Ha a kisebb forgalmú fatelepen naponta 30 ezer Ft-tal többet forgalmaznának, akkor a két telep tölgyfapalló forgalma megegyezne. Hány Ft értékben forgalmaznak tölgyfapallót az egyes telepeken?

Megoldás: Az egyik fatelepen napi x , a másikon napi y Ft értékben forgalmaznak.

$$6x = 5y; \quad x + 30 = y. \text{ Ebből } x = 150, y = 180. \text{ Az egyik telepen } 150 \text{ ezer Ft, a másikon } 180 \text{ ezer Ft a napi forgalom.}$$

- 12.** Egy műbútorasztalos 10 nap alatt 2 intarziás asztalt készített. Az egyik asztalra fordított munkaidő aránya a másik asztaléhoz képest $3 : 2$. Hány asztalt készít el a nagyobb munkaigényű asztalból 42 nap alatt, ha közben más termékkel nem foglalkozik?

Megoldás: Az asztalokra fordított munkaidő x és y nap. $3 : 2 = x : y$; $x + y = 10$.

Ebből: $x = 6$; $y = 4$. Az egyik asztal 6 napig, a másik 4 napig készült.

- 13*.** Két aszfaltozó gép egy útszakaszt 50 perc alatt borít be aszfalttal. Ha az egyik gép 6 percig, a másik 15 percig működik, akkor az útszakasz 20%-ával készülnek el. Hány perc alatt készülnének el egyedül az egyes aszfaltozó gépek?

Megoldás: Az egyik gép x , a másik y perc alatt végezné el egyedül a munkát.

Ha együtt dolgoznak 50 percig: $\frac{50}{x} + \frac{50}{y} = 1$; ha az egyik 15, a másik 6 percig

dolgozik: $\frac{15}{x} + \frac{6}{y} = 0,2$. A két egyenletből. $x = 112,5$; $y = 90$. Az egyik gép 112,5 perc

alatt, a másik 90 perc alatt végezné el egyedül a munkát.

- 14.** Régi motorkerékpárok kerekeit kicserélik. Vannak köztük 3 kerekű oldalkocsis motorkerékpárok is. A kerekek mérete mindkét típus esetében azonos. Hány kétkerekű és hány háromkerekű motorkerékpár kerekeit tudják kicserélni, ha 165 kerekük van és negyedannyi oldalkocsis motorkerékpárt hoztak javítani, mint másikat? A kerekeket maradék nélkül mind felhasználják.

Megoldás: Az oldalkocsis motorok száma y , a kétkerekűeké x .

$2x + 3y = 165$; $4y = x$. Ebből $x = 60$ és $y = 15$.

60 darab kétkerekű és 15 darab oldalkocsis motor kerekét cserélik le.

- 15.** Egy sportruházati üzletben ruhaneműt és cipőket is árultak. A ruha- és cipőrészleg átlagos napi forgalma összesen 150 ezer Ft volt. Az egyik napon a ruharészleg 20%-kal nagyobb, a cipőrészleg 10%-kal kevesebb forgalmat bonyolított le az átlagosnál. Így az üzlet forgalma 172,5 ezer Ft volt. Mennyi volt az egyes részlegek aznapi tényleges forgalma? Mennyivel tért ez el az átlagos napi forgalomtól?

Megoldás: A ruházati részleg napi átlagos forgalma x , a cipő részlegé y ezer Ft.

$1,2x + 0,9y = 172,5$; $x + y = 150$. Ebből: $x = 135$; $y = 15$. Ez a napi átlagos forgalom.

Az adott napon a tényleges forgalom: $135 \cdot 1,2 = 162$ és $15 \cdot 0,9 = 13,5$, azaz 162 ezer Ft a ruha-, és 13,5 ezer Ft a cipőrészlegben.

- 16.** Két kistermelő a zöldségtermeléshez közös locsolórendszert használ. Egy havi összes vízfogyasztásuk díja 158 ezer Ft volt. A következő hónapban az egyik gazdaság vízhasználatát 8%-kal, a másik 5%-kal csökkentette. Ekkor a közös vízdíj 147 ezer Ft lett. Mennyi költség hárult az egyik, és mennyi a másik gazdára?

Megoldás: Az egyik x , a másik y Ft értékű vízmennyiséget használt.

$x + y = 158$; $0,92x + 0,95y = 147$. Ebből: $x = 103,333$; $y = 54,7$.

A takarékoskodás előtt 103333 Ft hárult az egyik, 54700 Ft a másik gazdára. A takarékoskodás következtében 95064 Ft-ot fizetett az egyik és 51965 Ft-ot a másik gazda.

- 17.** Egy építőanyag-telepen kétféle burkoló lapot tároltak, kültéri alkalmazásra és beltéri alkalmazásra valókat, összesen 560 lapot. Egy iskola felújításához elszállították a kültéri lapok 50%-át és a beltéri lapok $\frac{2}{3}$ részét. Ekkor kétszer annyi kültéri lap maradt a telepen, mint beltéri. Mennyi kültéri és mennyi beltéri lapot használtak fel az iskola felújításához?

Megoldás: A telepen x darab kültéri és y darab beltéri burkoló lapot tároltak.

$x + y = 560$; a telepen $0,5x$ beltéri és $\frac{1}{3}y$ kültéri lap maradt. $0,5x = 2 \cdot \frac{1}{3}y$. A két

egyenletből: $x = 320$; $y = 240$. Az iskolához felhasználtak 160 kültéri és 160 beltéri lapot.

- 18.** A bronzötvözetek rézből és cinkből készülnek. Van egy $8,4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ sűrűségű bronz ötvözetünk. Ehhez 40 g cinket olvasztottunk. A kapott ötvözet sűrűsége ezáltal $8,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ -re csökkent. Hány g cink volt az eredeti ötvözetben?

(A réz sűrűsége: $8,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, a cinké: $7,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.)

Megoldás: Az eredeti ötvözetben x g cink és y g réz van.

Az ötvözet sűrűsége: $8,4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. $7,2x + 8,8y = (x + y) \cdot 8,4$.

Ha 40 g cinket hozzáadunk: $7,2(x + 40) + 8,8y = 8,2[(x + 40) + y]$. Az első egyenletből $y = 3x$. Ezt a második egyenletbe helyettesítve kapjuk, hogy $x = 50$; és $y = 150$.

Az eredeti ötvözetben 50 g cink volt.

- 19.** 5 kg műtrágyát készítünk szuperfoszfátból és csontlisztből. Mennyi csontlisztet és mennyi szuperfoszfátot keverjünk össze, hogy a műtrágya foszforsav-tartalma 20%-os legyen?

A szuperfoszfát foszforsav tartalma 16%, a csontliszté 28%.

Megoldás: x kg a szuperfoszfát, y kg a csontliszt mennyisége.

$x + y = 5$; $0,16x + 0,28y = 5 \cdot 0,2$, a két egyenletből $x = 3,333$; $y = 1,667$.

Közelítőleg 3,3 kg szuperfoszfátot kell 1,7 kg csontliszttel összekeverni.

- 20.** Egy műhelyben az egyik ládában 15 dkg-os csavarok, a másik ládában 18 dkg-os szegecsesek vannak. A két láda együttes tömege 31,9 kg, amiből a két azonos méretű láda együttes tömege 4 kg. Ha az első ládában lévő csavarokhoz még 6 darab csavart tennénk, akkor a két láda tömege megegyezne. Hány csavar illetve hány szegecs van az egyes ládában?

Megoldás: A csavarok és szegecsesek együttes tömege: 27,9 kg. x darab csavar és y darab szegecs van a ládában. $0,15x + 0,18y = 27,9$; és $0,15(x + 6) = 0,18y$.

Az első egyenletből $x = \frac{27,9 - 0,18y}{0,15}$; ezt a második egyenletbe helyettesítve kapjuk:

$$0,15\left(\frac{27,9 - 0,18y}{0,15} + 6\right) = 0,18y; \text{ ebből: } y = 80 \text{ és } x = 90.$$

A ládákban 80 darab szegecs és 90 darab csavar van.

21*. Egy kúpos gépelem kúposága $\frac{1}{8}$. A két átmérő aránya: $\frac{D}{d} = \frac{4}{3}$, a kúpos rész hossza

$L = 160$ mm. Mekkora a kúpos rész legnagyobb és legkisebb átmérője?

(A kúposág a legkisebb és legnagyobb átmérő különbségének és a kúpos rész hosszának aránya: $\frac{D-d}{L}$.)

Ez a képlet a Tanulók könyvében eredetileg tévesen jelent meg!

Megoldás: A két összefüggés: $\frac{1}{8} = \frac{D-d}{160}$; és $\frac{D}{d} = \frac{4}{3}$. Ez utóbbiból $D = \frac{4d}{3}$, ezt az

első egyenletbe helyettesítve kapjuk, hogy $\frac{1}{8} = \frac{4d-3d}{3 \cdot 160}$, ebből $d = 60$ és $D = 80$.

A kúpos rész legnagyobb átmérője 80 mm a legkisebb 60 mm.

22*. Két kapcsolódó fogaskerék fogszámának különbsége: 40, a közös modulszám: 1,8 mm és a tengelytávolság: 200 mm. Mennyi a hajtókerék fogszáma és a hajtott kerék fogszáma? (Ha a hajtókerék fogszáma z_1 és a hajtott keréké z_2 , akkor a tengelytávolságot a -val, a modult m -mel jelölve: $a = \frac{m}{2} (z_1 + z_2)$.)

Megoldás: Két megoldás van. Ha a meghajtás gyorsító, akkor $z_2 < z_1$, ha lassító, akkor $z_1 < z_2$.

$$200 = \frac{1,8}{2} (2z_1 + 40); \text{ ebből: } z_1 = 91; z_2 = 131. \text{ (A kapott eredmény csak egész szám}$$

lehet, de 1,8 kerekített érték, így adódik a 91,1111 érték.)

Ha a meghajtás lassító, akkor: $z_1 = 131; z_2 = 91$.