

Ajánlott szakmai jellegű feladatok

A feladatok szakmai jellegűek, alkalmazásuk mindenképpen a tanulók motiválását szolgálja. Segít abban, hogy a tanulók a tanultak alkalmazhatóságát meglássák. Értsék meg, hogy a matematika tanulása nem öncélú, hanem hasznos tevékenység.

A feladatok nem tartalmaznak kifejezetten szakmai számításokat, bármely szakmát tanuló tanulók számára kitűzhetők.

A feladatok feldolgozása nem igényel különösebb szakmai ismereteket a matematikatanártól sem. Ötletadónak is szántuk, hogy a kollégák maguk is készítsenek hasonló feladatokat az ott tanított szakmák ismeretében.

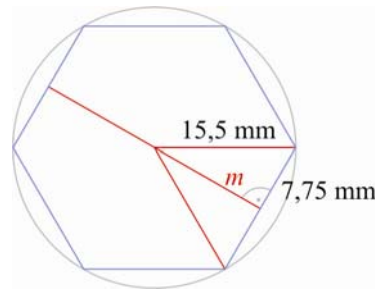
Pitagorasz-tétel

1. Egy 31 mm átmérőjű, kör keresztmetszetű acélrúdból M12-es hatlapfejű (azaz szabályos hatszög fejű) csavarokat esztergálnak. Mekkora lesz a csavarfej laptávolsága (a hatszög két szemközti oldalának távolsága)?

Megoldás: A kör sugara: $r = 15,5$ mm.

$$m = \sqrt{15,5^2 - 7,75^2} \text{ mm} \approx 13,4 \text{ mm.}$$

A laptávolság $2m$, tehát 26,8 mm.



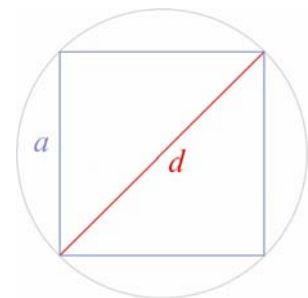
2. Kör keresztmetszetű acélrúdból olyan csavarokat esztergálnak, amelyek 16 mm-es kulcsnyílású csavarkulccsal nyithatók. Legalább mekkora átmérőjű acélrúd kell a (szabályos hatszög fejű) csavarok elkészítéséhez?

Megoldás: Ez esetben a hatszög laptávolsága adott: 16 mm. A kör sugarát kell kiszámítani:

$$r^2 = \left(\frac{r}{2}\right)^2 + 8^2, \text{ ebből: } r = \sqrt{289} \approx 17,0 \text{ mm. Az acélrúd átmérője } \approx 34,0 \text{ mm.}$$

3. Egy kör keresztmetszetű tengely egyik végére a lehető legnagyobb négyzet keresztmetszetű csapot marunk. Mekkora átmérőjű a tengely, ha a csap keresztmetszete 289 cm^2 területű?

Megoldás: $a = \sqrt{289} = 17$; $d = \sqrt{2 \cdot 17^2} \approx 24,04$. A tengely átmérője: kb. 24 cm.



4. Egy múzeum bejáratának kapuja kétszárnyú. A kapu magassága 2,8 m, az egyes ajtószárnyak 2 m szélesek. Az ajtószárnyakat 2-2 kovácsoltvas merevítő díszíti, amelyek átlósan helyezkednek el az ajtószárnyakon. Összesen hány m hosszú kovácsoltvas szükséges a merevítők elkészítéséhez?

Megoldás: 4 átló van, ezek hossza: $d = \sqrt{2^2 + 2,8^2} \approx 3,44$. A 4 átló ennek négyszerese, így 13,76 m (14 m) hosszú vaspánt szükséges a merevítők elkészítéséhez.

5. Az asztalosműhelyben sarokba helyezhető tékát (egyenlőszárú derékszög alapú hasáb alakú kis faliszekrényt) készítenek. A téka két oldallapja 60 cm széles és 80 cm magas téglalap. Milyen széles a téka ajtaja (előlapja)? Hány cm^2 bútortalapot használnak fel a téka elkészítéséhez?

Megoldás: A téka alap- (és fedő-) lapjának két szára

60 cm, alapja: $a = \sqrt{2 \cdot 60^2} \approx 84,85$ (cm).

A lap magassága: $m = \sqrt{60^2 - 42,425^2} \approx 42,425$.

A lap területe: $t = \frac{84,85 \cdot 42,425}{2} \approx 1800$ (cm^2).

Megjegyzés: Egyszerűbben is kiszámítható az alaplappal területe: mivel a 60 cm oldalú derékszögű háromszög egy 60 cm oldalú négyzet fele. Ezért a területe:

$$\frac{60^2}{2} = 1800 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

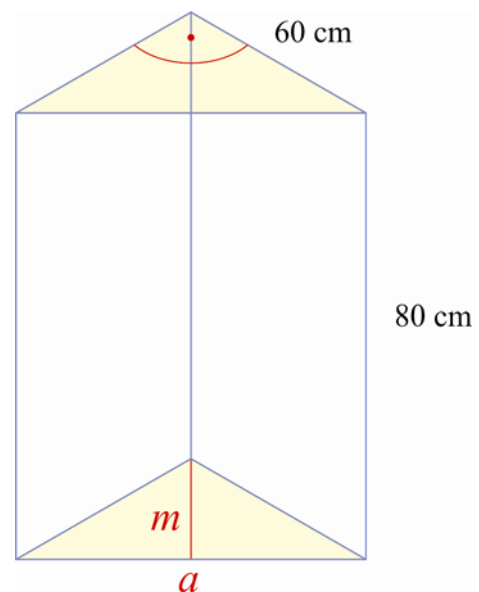
A téka oldallapjainak területe: $60 \cdot 80 = 4800$ (cm^2).

Az ajtó szélessége: 84,85 cm. Az ajtó területe:

$84,85 \cdot 80 = 6788$ (cm^2). A szekrény elkészítéséhez:

$$2 \cdot 4800 + 2 \cdot 1800 + 6788 = 19988,$$

azaz $19988 \text{ cm}^2 \approx 2 \text{ m}^2$ bútortalap szükséges.



6. Egy régi típusú falusi ház padlására létrán lehet felmenni. A létra alját a faltól 1,2 m-re a talajhoz, a tetejét 2,8 m magasan a falhoz rögzítették. Milyen hosszú a létra?

Megoldás: A létra hossza: $h = \sqrt{1,2^2 + 2,8^2} \approx 3,046$; azaz ≈ 3 m.

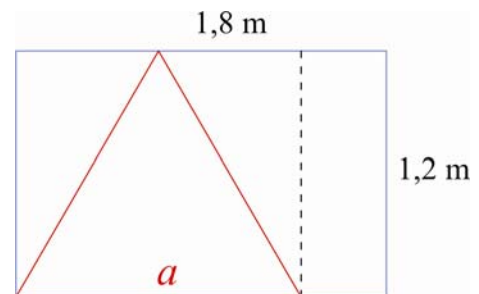
7. Egy téglalap alakú bútorlap oldalai 1,2 m és 1,8 m hosszúak. Ebből egy egyenlő oldalú háromszög alakú asztallapot vágnak ki, amelynek magassága pontosan 1,2 m. A fennmaradó anyag két darabjából még összeállítanak egy ugyanekkora asztallapot, hogy ne legyen olyan nagy az anyagvesztés.
Hány százalék ezután az anyagvesztés?

Megoldás: A háromszög oldala: $a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 1,2^2$;

ebből $a = 1,38$ m.

A két háromszög leszabása után $1,8 - 1,38 = 0,42$ (m), azaz egy $0,42 \cdot 1,2 = 0,504$ (m²) darab marad. A bútorlap területe $1,2 \cdot 1,8 = 2,16$, azaz 2,16 m².

A veszteség százalékban $\frac{0,504}{0,0216} \approx 23,33$; azaz a veszteség 23%.



8. Egy farönkből, amelynek keresztmetszete 25 cm átmérőjű kör, a lehető legnagyobb, négyzet-keresztmetszetű gerendát vágnak ki. Hány cm² a gerenda keresztmetszete?

Megoldás: A kör átmérőjének hossza megegyezik a négyzet átlójának hosszával.

A négyzet oldala: $a = \sqrt{2 \cdot 12,5^2} \approx 17,68$ (cm). A gerenda keresztmetszetének területe: $17,68^2 = 312,5$, azaz 312,5 cm².

9. Egy teherautóra hordókat gurítanak fel. A teherautó rakodófelülete 1,5 m magasan van. Egy 3 m-es palló áll a rendelkezésükre. Közelítőleg milyen messze lesz a palló földre támaszkodó része a teherautótól?

Megoldás: A teherautótól való távolságot jelöljük x -szel. $x = \sqrt{3^2 - 1,5^2} \approx 2,598$ (m).

A palló vége $\approx 2,6$ m távolságban lesz a teherautótól.

10. A konyhai dolgozó nőknek fejkendőt kell hordaniuk. A fejkendők egyenlőszárú derékszögű háromszög alakúak. A leghosszabb oldaluk 84 cm hosszú (beleszámítva a szegést is), hogy hátul a nyakon meg lehessen kötni. Hány méternyi 120 cm széles fehér vásznat kell venni 8 fejkendő elkészítéséhez?

Megoldás: Két fejkendőt úgy szabhatunk ki, hogy egy olyan négyzetet szabunk, amelynek átlója 84 cm, majd a négyzetet az átló mentén kettévágjuk. A négyzet oldalának kiszámítása: $84^2 = 2a^2$, ahol a négyzet oldala: a . Ebből $a = 59,4$ (cm). A 120 cm széles anyagból 59,4 cm-es sávot levágva 4 kendőt készíthetünk.

A 8 fejkendőhöz 118,8 cm $\approx 1,2$ m anyagot kell vennünk.

11. Egy sikeres futballistát pályafutása végén aranyozott futball-labdával ajándékoznak meg. Az ajándékhoz kocka alakú díszdobozt készítenek, amit kívülről bőrrrel vonnak be. Ehhez 1014 cm² bőrt használnak el. Belefér-e a dobozba a 9,5 cm átmérőjű labda?

Megoldás: A kocka 1 lapjának területe $\frac{1014}{6} = 169$ (cm²). ebből a kocka éle:

$a^2 = 169$, így $a = 13$. A kocka éle 13 cm, ebbe belefér a 9,5 cm átmérőjű labda.

12. Egy kabátra egyenlőszárú trapéz alakú zsebdíszeket varrnak. A trapéz párhuzamos oldalai 12 és 10 cm hosszúak, a két szára 4 cm hosszú. A szegéshez minden oldalon 1 cm-t kell még hozzászámítani. Hány cm² anyag szükséges két zsebdíszhez?

Megoldás: A trapéz magassága:

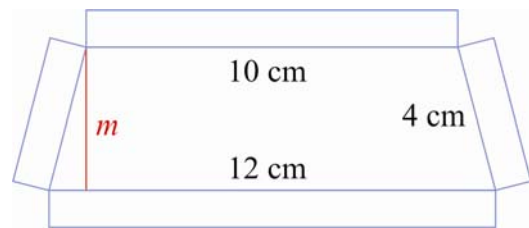
$$m = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15} \text{ (cm)}.$$

$$\text{Területe: } \frac{10+12}{2} \cdot 3,9 = 3,9 \cdot 11 \approx 42,6 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

A szegéshez szükséges anyag:

$$(12+10+2 \cdot 4) \cdot 1 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

A zsebdíszhez $42,6 + 30 = 72,6$, azaz $\approx 73 \text{ cm}^2$ anyag szükséges.



- 13.** Egy szabályos hatszög alakú asztal kerülete 330 cm. Az asztalhoz hatszög alakú asztalterítőt varrnak, amely körben az asztalról 15 cm-rel lejjebb ér. Kiszabható-e az abrosz egy 1,5 m oldalú négyzet alakú anyagból?

Az eredeti feladat hibásan jelent meg, 1,5 m helyett 1 m-rel: 1 m oldalú négyzetből nyilvánvalóan nem szabható ki!

Megoldás: Akkor szabható ki az abrosz, ha a hatszög alakú abrosz szimmetriaátlója (beleszámítva 15 cm-es ráhagyást) legfeljebb 1,5 m hosszú.

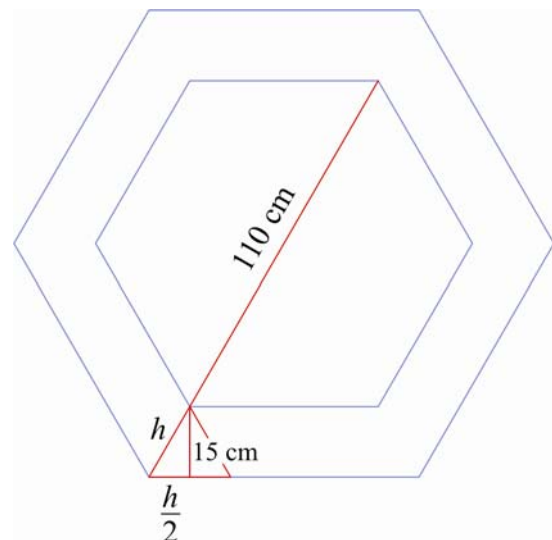
Az asztal egy-egy oldalának hossza 55 cm, a szimmetriaátlója

110 cm. Az ábrán látható, hogy a sarkoknál 15 cm-nél hosszabban lóg le a terítő, ha az oldalaknál 15 cm a ráhagyás.

A kis egyenlő oldalú háromszögekből látható,

$$\text{hogy } h^2 = 15^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2; h = \sqrt{\frac{4 \cdot 15^2}{3}} \approx 17,3 \text{ (cm)}.$$

A terítő szimmetriaátlója: $110 + 2 \cdot 17,3 \approx 144,6 \text{ (cm)}$, tehát az abrosz kiszabható az 1,5 m oldalú négyzetből.



- 14.** Egy többszemélyes sátor első lapja egyenlőszárú trapéz alakú. A két párhuzamos oldal 2 m és 4 m hosszú, a trapéz kerülete: 11 m. A sátor bejárata 2 m széles téglalap alakú, magassága megegyezik a sátor magasságával. A bejáratot tépőzáras szúnyogháló fedi. Hány m^2 szúnyogháló anyagot kell felhasználni a bejárathoz?

Megoldás: A sátor magassága: $m = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} \approx 1,73$ (m);
a bejárathoz $2 \cdot 1,73 = 3,46$, azaz $3,46 \text{ m}^2$ szúnyogháló szükséges.

- 15.** A televíziós képcsöveket a képernyő átmérőjével adják meg. A képernyők szélességének és magasságának aránya általában kétféle lehet: 4 : 3 és 16 : 9.
Hány cm széles és magas az a képernyő,
a) amelynél ez az arány 4 : 3, és átmérője 70 cm?
b) amelynél ez az arány 16 : 9, és átmérője 90 cm?

Megoldás: Az átmérő itt, a szakmában, a közelítően téglalap alakú képernyő átlóját jelenti.
a) A képernyő oldalai: $4a$ és $3a$ cm hosszúak. $70^2 = (4a)^2 + (3a)^2$, ebből $a = 14$.
A képernyő oldalai: $4 \cdot 14 = 56$; $3 \cdot 14 = 42$, azaz 56 cm és 42 cm hosszúak.
b) Az előzőhöz hasonlóan: $90^2 = (16b)^2 + (9b)^2$, amiből $b \approx 4,9$; a képernyő oldalai: 78 cm és 44,1 cm hosszúak.

- 16.** Ha a 2,5 m magas kétágú festőlétrát szétnyitjuk, lábai a padlón 85 cm távol lesznek egymástól. Milyen magas a létra kinyitva?

Az eredetileg kitűzött példa második felét itt elhagytuk, mivel ahhoz a hasonlóság alkalmazása szükséges.

Megoldás: A létra kinyitva: $m = \sqrt{2,5^2 - 0,425^2} \approx 2,464$; azaz 246,4 cm magas.

- 17.** Hány m hosszú korlátot szerelnek fel ahhoz a lépcsőhöz, ami 2,7 m vízszintesen mért távolságra és 2 m magasra visz fel?

Megoldás: A korlát hossza: $k = \sqrt{2,7^2 + 2^2} \approx 3,36$, azaz 3,36 m.

18. Hány négyzetméter lambéria szükséges egy egyenlőszárú háromszög alakú oromfal beborításához, amelynek alapja 6,5 m és szárai 4,3 m hosszúak?

Megoldás: Az oromfal magassága: $m = \sqrt{4,3^2 - 3,25^2} \approx 2,82$, azaz 2,82 m. Az oromfal területe: $\frac{6,5 \cdot 2,82}{2} = 9,165$ (m²). A befedéséhez $\approx 9,17$ m² lambéria szükséges.

19. Egy vízvezető csatorna keresztmetszete egyenlőszárú trapéz. A csatorna alul 1,3 m széles, fent 1,6 m és az oldalfalak magassága 1,2 m. Mekkora a csatorna keresztmetszete?

Megoldás: A csatorna mélysége $m = \sqrt{1,2^2 - 0,15^2} \approx \sqrt{1,42} \approx 1,19$ (m).

A csatorna keresztmetszetének területe: $\frac{1,3 + 1,6}{2} \cdot 1,19 = 1,725$; azaz közelítőleg 1,7 m².

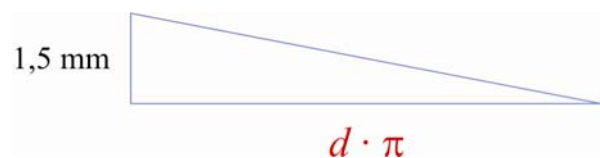
20. Egy egyenletesen emelkedő lejtő aljától, a hegy tetejéig tartó út 6100 m. Ugyanez az út a turista térképen 6000 m vízszintes irányú elmozdulás. Hány méter a szintkülönbség az indulási pontunktól a hegy tetejéig?

Az eredeti feladat adatait a reális végeredmény kedvéért megváltoztattuk!

Megoldás: A szintkülönbség, $h = \sqrt{6100^2 - 6000^2} = \sqrt{1210000} \approx 1100$, azaz 1100 m.

21. Mekkora egy 14 menetes csavarmentet hossza, ha a menetemelkedés 1,5 mm, és a csavar átmérője 4 mm?

Megoldás: Ha hengerfelületen haladó csavarmentet a síkban kiterítjük, derékszögű háromszöget kapunk, amelynek egyik befogója a csavar keresztmetszetének kerülete, a másik a menetemelkedés.



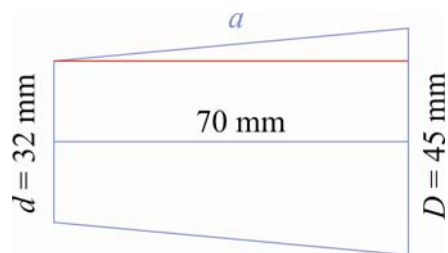
A csavarmentet hossza, $k = \sqrt{1,5^2 + (4 \cdot \pi)^2} \approx \sqrt{160,164} \approx 12,66$ (mm). A 14 menetes csavarvonal hossza ennek 14-szerese: 177,24 mm.

22. Egy csavar átmérője 5 mm. A csavarmenet hossza 16,8 mm. Mekkora a menetemelkedés?

Megoldás: $h = \sqrt{16,8^2 - (5\pi)^2} \approx \sqrt{35,5} \approx 5,96$ (mm). A menetemelkedés 5,96 mm.

23. Egy 70 mm hosszú kúpos csap legnagyobb átmérője 45 mm, a legkisebb átmérője 32 mm. Mekkora a kúpos felület alkotója?

Megoldás: $a = \sqrt{70^2 + 6,5^2} = \sqrt{4942,25} \approx 70,3$; az alkotó 70,3 mm.

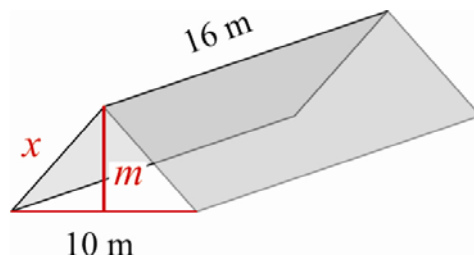


24. Egy nyeregtetős épület tetőszerkezete 4,5 m magas, 10 m széles és 16 m hosszú. Hány négyzetméter pala szükséges a födém beborításához?

Megoldás: A födém oldala x hosszúságú.

$$x = \sqrt{5^2 + 4,5^2} = \sqrt{45,25} \approx 6,73 \text{ (m)}.$$

A födém területe $2 \cdot 16 \cdot 6,73 = 215,36$, azaz $215,36 \text{ m}^2$.

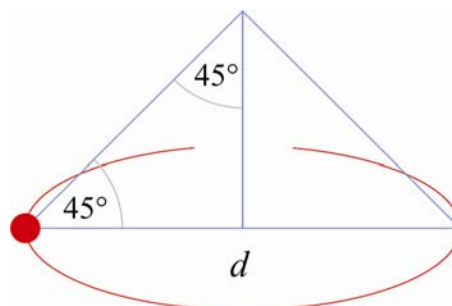


25. Egy 8 cm hosszú fonalingán lévő tárgyat kilendítünk, úgy, hogy a tárgy körpályán mozogjon, és az inga szára eközben 45° -os szöget zárjon be a függőlegessel. Mekkora átmérőjű kört fog leírni a tárgy? Ez a kör milyen messze lesz az inga felfüggesztési pontjától?

Megoldás: A kör átmérője egy 8 cm oldalú négyzet átlója:

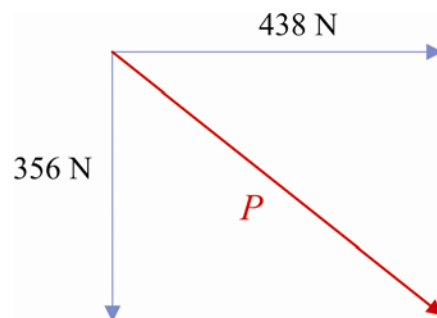
$$d = \sqrt{2 \cdot 8^2} = \sqrt{128} \approx 11,3, \text{ azaz } 11,3 \text{ cm}.$$

A felfüggesztési ponttól való távolság ennek a fele: 5,66 cm.



26. Egy téglalap alakú kert kerítésének sarokoszlopaira 356 N és 438 N húzóerők hatnak. Mekkora a sarokoszlopokra ható húzóerő eredője?

Megoldás: $p = \sqrt{356^2 + 438^2} = 560,56$, azaz 560,56 N.



Az eredeti példa szövege javítva:

27. Egy tartóhorog egy, a terem két szemközti falára, ugyanolyan magasan rögzített sodronykötélre van felakasztva. A horog 200 N erővel húzza a kötelet. Mekkora erő ébred az egyes kötélzárakban, ha a kötélzárak derékszöveget alkotnak?

Megoldás: A kötélzárakban egyenlő erő ébred.

A vektorábráról látható, hogy $2p^2 = 200^2$,

ebből: $p^2 = \frac{200^2}{2}$; $p = 141,42$.

A kötélzárakban 141,42 N erő ébred.

