

Ajánlott szakmai jellegű feladatok

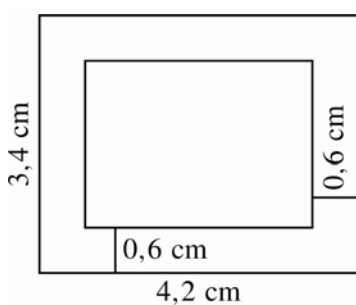
A feladatok szakmai jellegűek, alkalmazásuk mindenképpen a tanulók motiválását szolgálja. Segít abban, hogy a tanulók a tanultak alkalmazhatóságát meglássák. Értsék meg, hogy a matematika tanulása nem öncélú, hanem hasznos tevékenység.

A feladatok nem tartalmaznak kifejezetten szakmai számításokat, bármely szakmát tanuló tanulók számára kitűzhetők.

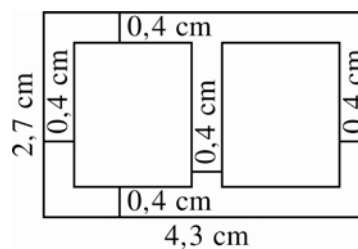
A feladatok feldolgozása nem igényel különösebb szakmai ismereteket a matematikatanártól sem. Ötletadónak is szántuk, hogy a kollégák maguk is készítsenek hasonló feladatokat az ott tanított szakmák ismeretében.

Hasonlóság

1. Mekkora az alábbi transzformátorlemezek valódi mérete, ha a tervrajz és a valós méret aránya: 1 : 3? Mekkora a lemezek kerülete és területe?



a)



b)

Megoldás :

- a) A külső téglalap oldalai: $3 \cdot 3,4 = 10,2$ (cm) és $3 \cdot 4,2 = 12,6$ (cm);

a belső téglalapé: $3 \cdot 2,2 = 6,6$ (cm) és $3 \cdot 3 = 9$ (cm).

A lemez kerülete: $2 \cdot (10,2 + 12,6 + 6,6 + 9) = 76,8$; azaz 76,8 cm.

A lemez területe: $10,2 \cdot 12,6 - 6,6 \cdot 9 = 69,12$; azaz $69,12 \text{ cm}^2$.

- b) A külső téglalap oldalai: $3 \cdot 4,3 = 12,9$ (cm) és $3 \cdot 2,7 = 8,1$ (cm);

a belső téglalapoké: $3 \cdot 1,9 = 5,7$ (cm) és $3 \cdot 1,55 = 4,65$ (cm).

A lemez kerülete: $2 \cdot (8,1 + 12,9) + 4 \cdot (5,7 + 4,65) = 83,4$; azaz 83,4 cm.

A lemez területe: $12,9 \cdot 8,1 - 2 \cdot 5,7 \cdot 4,65$; azaz $51,48 \text{ cm}^2$.

2. Az ábrán látható alátétlemez rajza és a valódi méretének aránya: 1 : 1.

Mekkora az alátétlemez valódi mérete? Mekkora a kerülete és területe?

Megoldás :

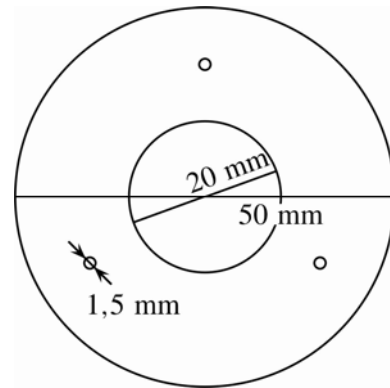
Az alátétlemez valóságos méretei:

$D = 50 \text{ mm}$; $d = 20 \text{ mm}$; lyukátmérő: $1,5 \text{ mm}$.

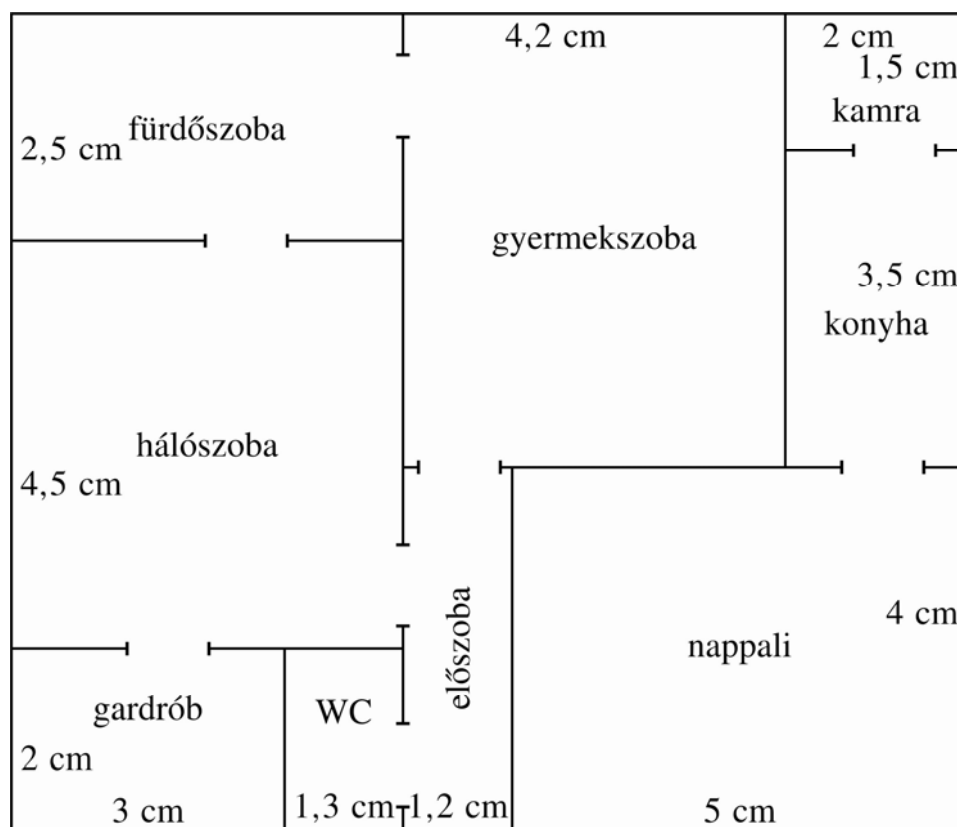
Kerülete: $(50 + 20) \pi \approx 219,9 \text{ (mm)}$;

területe: $(25^2 - 10^2 - 3 \cdot 0,75^2) \pi \approx 523,31 \text{ (mm}^2\text{)}$;

azaz $\approx 5,233 \text{ cm}^2$.



3. A tervrajz egy családi ház alaprajza. Mekkora a ház és az egyes helyiségek alapterülete, ha a tervrajz méretaránya 1 : 110?



Megoldás: A ház alapjának méretei: $110 \cdot 10,5 = 1155 \text{ (cm)}$ és $110 \cdot 9 = 990 \text{ (cm)}$,

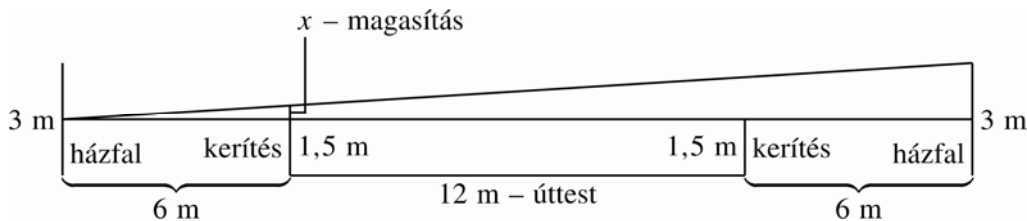
azaz $11,5 \text{ m}$ és $9,9 \text{ m}$. Az alapterülete: $11,55 \cdot 9,9 = 113,85$; azaz $114,34 \text{ m}^2$.

Az egyes helyiségek területe:

Nappali: $5 \cdot 4 \cdot 110^2 = 24,2$ (m^2), konyha $3,5 \cdot 2 \cdot 110^2 = 8,47$ (m^2),
 ehhez hasonlóan számolva: kamra: $3,63$ (m^2), gyerekszoba: $25,41$ (m^2), hálószoba: $23,41$ (m^2),
 fürdőszoba: 13 (m^2), gardrób: $7,26$ (m^2), WC: $3,15$ (m^2), előszoba: $5,8$ (m^2).

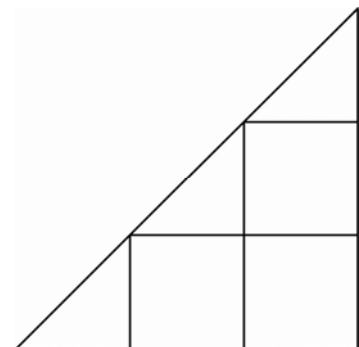
4. Egy 12 m széles út két oldalán, egymással szemközt két kertes ház áll. A házak a kertben az úttesttől, 6–6 méterre állnak. Mind a két kertet az úttesttől 1,5 m magas kerítés választja el. Az egyik ház gazdája azt szeretné, hogy szemközti szomszédja a 3 m magasan végződő ablakából ne lásson be az ő alagsori ablakán, amelynek felső vége 1,5 m magasan van. Hány cm-rel emelje meg a kerítését?

Megoldás:



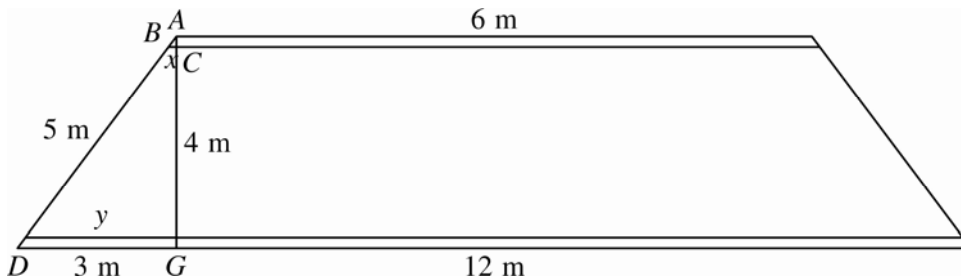
A 6 és x méter befogójú derékszögű háromszög hasonló a 24 és 1,5 m befogójú derékszögű háromszöghöz, ezért: $6 : x = 24 : 1,5$, ebből $x \approx 0,38$. A kerítését 38 cm-rel kell megemelnie.

5. Egy egyenlőszárú derékszögű háromszög alakú ablakra, melynek befogói 45 cm-esek, rácsot szerelnek, az ábrán látható módon.
 Hány méter acélrúd szükséges a rács elkészítéséhez?
 (A rács kerete is ugyanolyan acélrúdból van, mint a rács többi része.)



Megoldás: A keret átfogója: $\sqrt{2 \cdot 45^2} \approx 63,64$ (cm) A keret hossza: $2 \cdot 45 + 63,64 = 153,64$ (cm). A keletkezett kis, egybevágó háromszögek 1 : 3 arányban hasonlóak az eredeti háromszöghöz, oldalhosszuk annak harmada. A keresztrácsok összhossza tehát $6 \cdot 15$ cm. A szükséges acélrúd mennyiség: $153,64 + 90 = 243,64$ cm; azaz $\approx 2,5$ m.

6. Egy szimmetrikus trapéz alakú tetősíkot palával fednek be. Az eresztartó 12 m, a tetőgerinc 6 m hosszú, a tetősík magassága 4 m. A palákat a trapéz alapjaival párhuzamos lécekre szögelik. A tetőgerinc és az eresztartó közt, egyenlő távolságra, 19 léceket helyeznek el. Milyen hosszú a legalsó és a legfelső léce?



Megoldás: A trapéz alakú tetősík szárainak hossza: $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ (m).

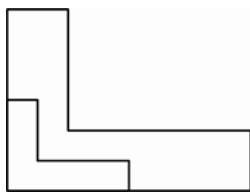
A lécek távolsága $4 : 20 = 0,2$, azaz 20 cm. A lécek felfüggesztése az 5 m-es gerendán:

$5 : 20 = 0,25$, azaz 25 cm. A legfelső léce hosszának kiszámítása:

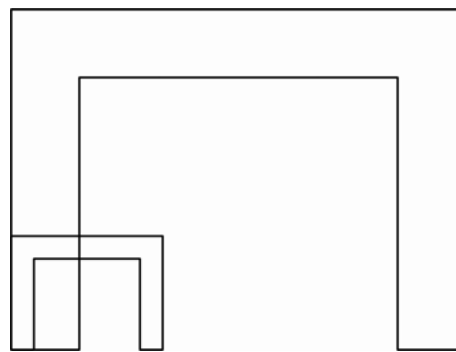
az ABC háromszög hasonló az ADG háromszöghöz, ezért $5 : 3 = 25 : x$; ebből $x = 15$ (cm),

a léce hossza 630 cm = 6,3 m. Ugyanígy a legalsó léce: $5 : 3 = 475 : y$; ebből: $y = 285$ (cm), a léce hossza: 1170 cm = 11,7 m.

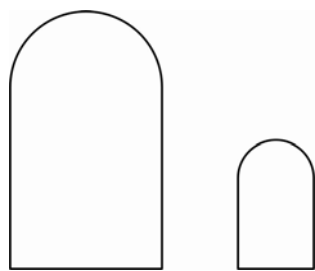
7. Az alábbi rajzon fémlemezek tervrajzát látjuk. Szerkesszük meg a lemezek valódi méret szerinti sablonját az adott arányok szerint!



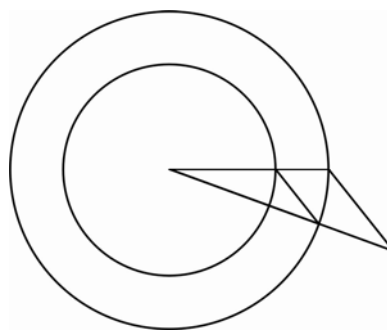
a) 1 : 2



b) 1 : 3



c)

 $2 : 1$ 

d)

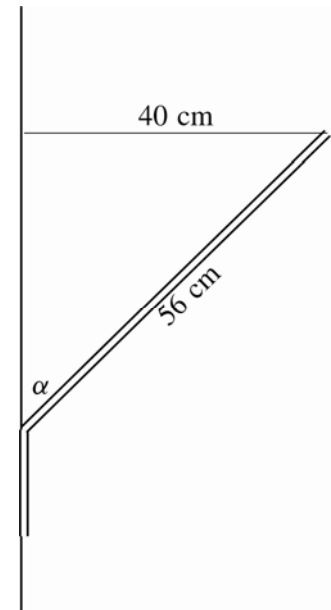
 $3 : 2$

Szögfüggvények

8. Egy lámpa felszereléséhez egy derékszögben meghajlított vaspántot használnak. A pánt egyik része a falra simul, a másik, 56 cm hosszú részt, amelyre a lámpát függesztik, az eredeti derékszögből tovább hajlítják, hogy a lámpa a faltól 40 cm távol legyen. Hány fokos hajlásszöge lesz így a vaspántnak?

Megoldás: $\sin \alpha = \frac{40}{56} \approx 0,7143$, $\alpha \approx 45,59$; azaz $45,59^\circ$;

A vaspánt hajlásszöge $180^\circ - 45,59^\circ = 134,41^\circ$. (A derékszögű vaspántot tehát további $44,41^\circ$ -kal kell elhajlítani.)

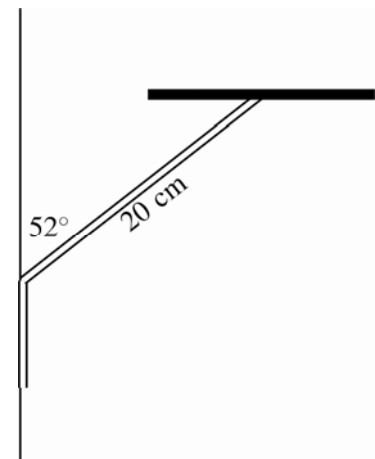


9. Az ábrán látható kovácsoltvas fal virágtartón elfér-e egy olyan virágcserep, amelynek legnagyobb átmérője 30 cm?

Megoldás: Akkor fér el a cserép, ha a cserép legnagyobb sugara legfeljebb akkora, mint a tartórúd végének a faltól való távolsága.

Ez a távolság: $h = 20 \cdot \sin 52^\circ = 20 \cdot 0,788 \approx 15,76$ (cm).

A cserép elfér a fal mellett: $15 \text{ cm} < 15,76 \text{ cm}$.



10. Egy daru tartórúdját függőleges falon, a talajtól 2 m magasan rögzítették. A daru csúcsa, legmagasabb állásban, 14 m magasan van a talajtól, és 6° -os szöget zár be függőleges fallal. Hány m-re hajlik el a daru a faltól, amelyhez rögzítették?

Megoldás: $\operatorname{tg} 6^\circ = \frac{x}{12}$; ebből $x = 12 \cdot \operatorname{tg} 6^\circ$; $x = 1,26$ (m).

A daru csúcsa 1,26 m távolságra hajlik el a függőleges faltól.

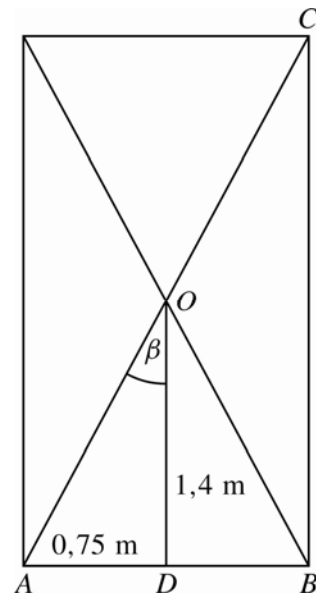


11. Egy téglalap alakú vasajtóra két átlós merevítőt tesznek. Az ajtó 2,8 m magas és 1,5 m széles. Hány fokos szöget zárnak be a merevítők egymással?

Megoldás: A téglalap átlói felezik egymást a szimmetriaközéppontjukban, és az ADO háromszög hasonló az ABC háromszöghöz. Ezért AD feleakkora, mint AB , és DO is feleakkora mint BC .

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{0,75}{1,4} \approx 0,5357; \text{ ebből } \beta = 28,18^\circ.$$

Az átlók szöge ennek a kétszerese: $2\beta = 56,36^\circ$.



12. Egy egyenlőszárú trapéz alakú fedéllemez alapjai 50 és 70 cm hosszúak. A szárak a rövidebbik alappal 110° -os belső szöget zárnak be. Mekkora a lemez területe?

Megoldás: $m = 10 \cdot \operatorname{tg} 70^\circ \approx 27,47$ (cm).

$$\text{Terület: } \frac{120 \cdot 27,47}{2} \text{ cm}^2 = 1648,2 \text{ cm}^2 \approx 16,5 \text{ dm}^2.$$

13. Milyen magasra ér fel a fogaskerekű vasút egy 500 m-es útszakasz megtételével, ha a pálya emelkedési szöge $7,5^\circ$?

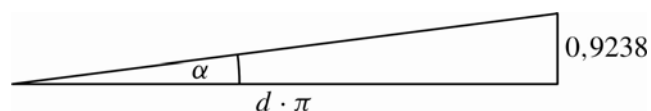
Megoldás: A magasság $m = 500 \cdot \sin 7,5^\circ = 65,26$ (m). A vasút 65,3 m magasra jut fel.

14. Egy M8-as csavar átmérője 7,2 mm. A menetemelkedés 0,9238 mm. Mekkora a menetemelkedés szöge?

Megoldás: A csavar keresztmetszetének kerülete:

$$k = d \cdot \pi; k = 7,2 \cdot \pi = 22,62 \text{ (mm)},$$

$$\text{az emelkedési szög, } \sin \alpha = \frac{0,9238}{22,62} \approx 0,0408, \alpha = 2,34^\circ.$$



- 15.** Egy csavar menetemelkedése 2 mm, és menetemelkedési szöge 3° . A csavaron 25 menet van. Mennyi a csavar átmérője, és milyen hosszú a csavarmenet?

Megoldás: A csavar keresztmetszetének kerülete: $d \cdot \pi$, ahol d az átmérő. $\operatorname{tg} 3^\circ = \frac{2}{d \cdot \pi}$;

ebből: $d = \frac{2}{\pi \cdot \operatorname{tg} 3^\circ} \approx 12,15$ (mm). Egy csavarmenet hossza, $h = \frac{2}{\sin 3^\circ} \approx 38,24$ (mm);

25 menet hossza: $25 \cdot 38,24 = 956$, azaz $956 \text{ mm} = 95,6 \text{ cm}$.

- 16.** A viharban egy gyaloghíd megrongálódott, ezért a híd szárazföldön lévő pilléreit megtámasztották. A támasztógerenda egyik talajon lévő vége a pillértől 2,5 m távol van, és 31° -os szöget zár be a vízszintes talajszinttel. Milyen hosszú egy ilyen gerenda?

Megoldás: A gerenda hossza, $l = \frac{2,5}{\sin 31^\circ} \approx 2,92$ (m). A megtámasztáshoz 2,92 m hosszú gerenda szükséges.

- 17.** Egy 4 km hosszú csatorna lejtési szöge $0,98^\circ$ -os. A szennyvízgyűjtő tengerszint feletti magassága 328 m. Milyen magasról indul a csatorna?

Megoldás: Jelöljük a csatorna indulási pontja és a szennyvízgyűjtő magassága közti szintkülönbséget x -szel. $x = 4000 \cdot \sin 0,98^\circ \approx 68,4$ (m). $68,4 + 328 = 464,8$ (m).

A csatorna 464,8 m tengerszint feletti magasságból indul.

- 18.** Egy kémény magasságát kívánjuk meghatározni, ami tőlünk 321 m-re van, sík területen. A kémény tetejét egy 1,5 m magas állványon lévő mérőműszerrel $10,59^\circ$ -os szögben látjuk. Milyen magas a kémény?

Megoldás: A mért magasság 1,5 m magasban $x = 321 \cdot \operatorname{tg} 10,59^\circ$. $x = 59,5$ m.

A kémény magassága: $1,5 + 59,5 = 61$ (m), azaz a kémény 61 m magas.

19. Egy egyenlőszárú trapéz keresztmetszetű vízvezető betonárkot építenek. Az árok alja 60 cm széles. Az 1 m magas oldalfalak 120° -os szöget alkotnak az árok aljával. Milyen mély az árok?

Megoldás: Az árok mélysége, $m = 100 \cdot \cos 30^\circ \approx 86,6$. Az árok 86,6 cm mély.

20. Egy családi ház garázsába, melynek padlózata 3 m-rel a talajszint alatt van, 2,8 m széles leajtót építenek, amely a garázs szintjével 22° -os szöget zár be. A leajtót 20 cm oldalú, négyzet alakú csúszásgátló lapokkal borítják. Hány lap szükséges a leajtó borításához?

Megoldás: A leajtó hossza: $x = \frac{3}{\sin 22^\circ} \approx 8$ (m). A lejárati területe: $2,8 \cdot 8 \approx 22,4$ (m^2);

A kőlapok területe: $0,2^2 = 0,04$ (m^2). $22,4 : 0,04 = 560$. A lejáróhoz 560 darab csúszásgátló lap szükséges.

21. Egy szék ülőkéje egyenlőszárú trapéz alakú. A párhuzamos oldalak hossza 42 cm és 46 cm. A szárak 87° -os szöget zárnak be a 46 cm-es oldallal. Mekkora szegőfóliával lehet az ülőkéket bekeretezni?

Megoldás: A trapéz szára, $x = \frac{2}{\cos 87^\circ} \approx 40$ (cm). A kerület: $46 + 42 + 2 \cdot 40 = 168$, azaz 168 cm szegőfóliára van szükség.

22. Egy szobor talpzatának keresztmetszete szabályos ötszög alakú. Az ötszög oldalai 62 cm hosszúak. Mekkora a keresztmetszet területe?

Megoldás:

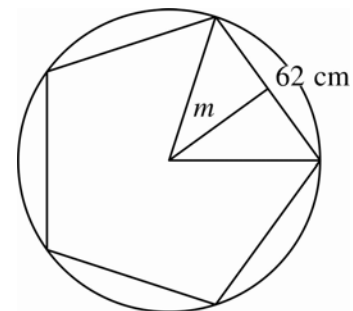
Az öt egyenlőszárú háromszög alappal szemközti szöge az ötöd

körcikk középponti szöge: $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$.

Az egyenlőszárú háromszög alapjához tartozó magasság:

$$m = \frac{31}{\text{tg } 36^\circ} \approx 42,67 \text{ (cm)}. \text{ Az ötszög területe: } 5 \cdot \frac{62 \cdot 42,67}{2} =$$

$$= 6613,85; \text{ azaz a keresztmetszet területe } 6613,85 \text{ cm}^2.$$



23. Egy kör keresztmetszetű acélhengerből szabályos hétszög keresztmetszetű idomot reszelnek. A hétszög oldalai 18 mm hosszúak. Mekkora volt az acélhenger átmérője?

Megoldás: A 7 egyenlőszárú háromszög alappal szemközti szöge a heted körcikk középponti

szöge: $\frac{360^\circ}{7} \approx 51,43^\circ$. A kör sugara: $r = \frac{9}{\sin 25,71} \approx 20,75$ (mm). Az átmérő tehát 41,5 mm.

24. Egy falra szerelhető asztalt készítenek. Levágnak egy 90 cm átmérőjű körlapból egy körszeletet úgy, hogy az asztalnak a faltól való legtávolabbi pontja 30 cm legyen. Hány m^2 az asztallap területe?

Megoldás: A körszelet területe a körcikk és az egyenlőszárú háromszög területének különbsége.

α -val jelölve a körcikk felének középponti szögét,

a derékszögű háromszögben $\cos \alpha = \frac{15}{45} \approx 0,3333$;

ebből $\alpha = 70^\circ$. A derékszögű háromszög másik befogója

a kör húrjának fele: $h = 15 \cdot \text{tg} 70^\circ$, a kör húrjának hossza ennek kétszerese: $2h \approx 82,42$ (cm).

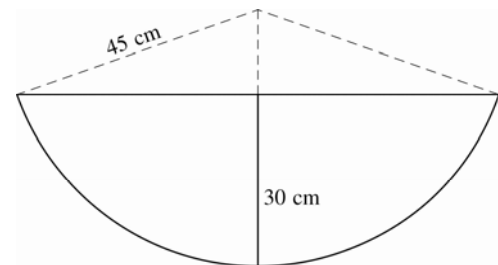
A teljes körcikk szöge: $2\alpha = 140^\circ$.

Az egyenlőszárú háromszög területe: $\frac{82,42 \cdot 15}{2} = 618,18$ (cm^2).

A teljes kör kerülete: $k = 90\pi = 282,74$ (cm). Mivel $2\alpha = 140^\circ$; és $360 : 140 \approx 2,57$, a körcikk ívhossza ≈ 110 (cm).

A körcikk területe: $\frac{110 \cdot 45}{2} = 2475$ (cm^2).

Az asztal területe $2475 - 618,18 = 1856,82$; azaz $1856,82 \text{ cm}^2 \approx 18,6 \text{ dm}^2$.

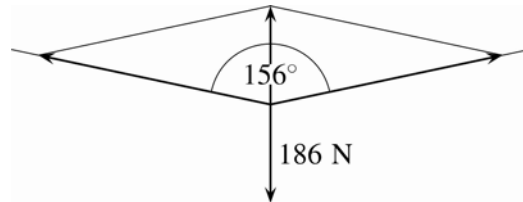


- 25.** Egy textilüzem fonodájában a levegő páratartalmát adott értéken kell tartani, ezért párasító készüléket szerelnek fel. A készülék egy acélsodrony közepén függ, és súlya 186 N. A kötélzárak 156° -os szöget zárnak be egymással. Mekkora erő ébred az egyes kötélzárakban?

Megoldás: Készítsünk vektorábrát!

$$\cos 78^\circ = \frac{93}{x}; \text{ ebből } x = \frac{93}{0,2079} \approx 447,33.$$

Mind a két kötélzárban 447,33 N erő ébred.



- 26.** Egy csőbilincsre a két csőszár 80 N és 120 N húzóerőt gyakorol. Mekkora a csőbilincsre ható eredő erő, ha a két csőszár egymással 60° -os szöget zár be? Hány fokos szöget zár be az eredő erő iránya az egyes csőszárakkal?

Megoldás: Készítsünk vektorábrát!

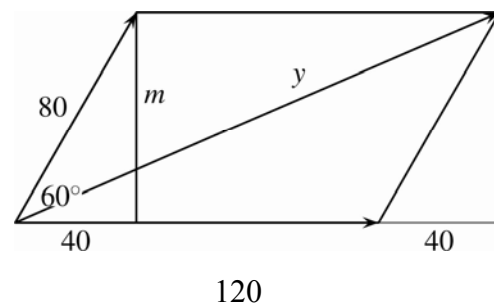
A 80 egység átfogójú 60° -os derékszögű háromszög egy egyenlő oldalú háromszög fele, ezért az egyik befogója 40 egység és $m = 40 \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = 69,28$.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{69,28}{160} \approx 0,433, \text{ ebből } \alpha = 23,4^\circ,$$

$$60^\circ - \alpha = 36,6^\circ.$$

$$y = \frac{160}{\cos 23,4^\circ} = \frac{160}{0,9178} \approx 174,33.$$

Az eredő erő 174,33 N, az erő $23,4^\circ$ -os szöget zár be a 120 N erő irányával, és $36,6^\circ$ -os szöget a 80 N erő irányával.



27. Egy vízirakományt a kikötőnek kialakított csatorna két oldalán rögzített csörlőkkel vontatnak ki. Az egyik csörlő 5600 N, a másik 6500 N erővel húzza a rakományt. A két vontatókötél 68° -os szöget zár be egymással. Mekkora a rakományt húzó eredő erő?

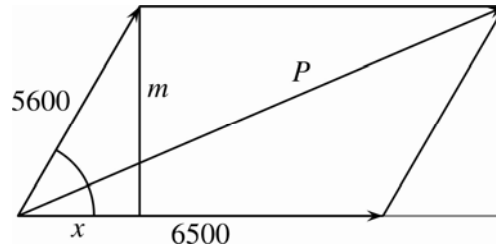
Megoldás: Készítsünk vektorábrát!

Az eredő hosszát a $(6500 + x)$ és m befogójú derékszögű háromszögből tudjuk kiszámítani.

$$m = 5600 \cdot \sin 68^\circ \approx 5192,23 ;$$

$$x = 5600 \cdot \cos 68^\circ \approx 2097,8.$$

$$(6500 + x) = 8597,8. \quad P = \sqrt{8597,8^2 + 5192,23^2} \approx 10044. \quad \text{Az eredő erő: } 10044 \text{ N.}$$



28. Egy 1500 N súlyú hordót kívánunk egy 16° -os lejtőn felgurítani. Mekkora erő kell ehhez? (A súrlódást nem vesszük figyelembe.)

Megoldás: $p = 1500 \cdot \sin 16^\circ \approx 413,46.$

A hordó gurításához szükséges erő 413,46 N.

