

## Ajánlott szakmai jellegű feladatok

A feladatok szakmai jellegűek, alkalmazásuk mindenképpen a tanulók motiválását szolgálja. Segít abban, hogy a tanulók a tanultak alkalmazhatóságát meglássák. Értsék meg, hogy a matematika tanulása nem öncélú, hanem hasznos tevékenység.

A feladatok nem tartalmaznak kifejezetten szakmai számításokat, bármely szakmát tanuló tanulók számára kitzúzhetők.

A feladatok feldolgozása nem igényel különösebb szakmai ismereteket a matematikatanártól sem. Ötletadónak is szántuk, hogy a kollégák maguk is készítsenek hasonló feladatokat az ott tanított szakmák ismeretében.

## Hatványozás

1. Egy gazdaságban az őszi szántást végzik. Ehhez traktorokat bérelnak. Az elvégzett munkát lassúnak találják, ezért újabb traktorokat állítanak be. Minden következő napon kétszer akkora területet szántanak fel, mint az azt megelőző napon.

A szántást így 4 nap alatt végezték el. Az utolsó napon 144 hektárt szántottak fel. Mekkora az összes felszántott terület?

*Megoldás:* Ha az első nap  $x$  hektárnyi területet szántottak fel, a 4. napon:  $x \cdot 2^3 = 144$  hektárt. Mivel  $2^3 = 16$ , ezért  $x = 9$  (ha). A teljes földterület:  $x + x \cdot 2 + x \cdot 2^2 + x \cdot 2^3$ , ebből:  $9 + 9 \cdot 2 + 9 \cdot 4 + 9 \cdot 16 = 207$ ; azaz a felszántott terület 207 ha.

2. Egy cipő árát egymás után háromszor 10 százalékkal csökkentették. A cipő végső ára 3645 Ft lett. Mennyi volt az eredeti ára?

*Megoldás:* Jelöljük a cipő eredeti árát  $x$ -szel, ekkor:  $x \cdot 0,9^3 = 0,729x = 3645$ , ebből:  $x = 5000$ , a cipő eredeti ára 5000 Ft volt.

3. Egy erdőgazdaságban egy területen jelentősen csökkent a faállomány. Ezért leálltak a fakitermeléssel, és elkezdtek a facsometék ültetését. Ezzel elérhetik, hogy a megmaradt faállomány évente 8%-kal nőjön. Hány százalékkal nő a faállomány 5 év alatt a jelenlegihez viszonyítva?

*Megoldás:* A faállomány 5 év alatt  $1,08^5 \approx 1,469$ -szeresére nő, ami azt jelenti, hogy közelítőleg 47%-kal nő a faállomány.

4. Egy mérőműszer amortizációja (értécsökkenése) évi 15%. Mennyit ér a 2,8 millió értékű műszer 4 évi használat után?

*Megoldás:*  $2,8 \cdot 0,85^4 \approx 2,8 \cdot 0,522 = 1,4616$ , a műszer értéke 4 év múlva 1461600 Ft.

5. Egy üzem 8 évvel ezelőtt egy új termék gyártására tért át. Az első három évben évente átlagosan 4,5 százalékkal, az utóbbi években évente 8,5 százalékkal növelni tudta a termelését. Hány százalékkal nőtt a termelésük mostanra a 8 évvel ezelőttihez képest?

*Megoldás:* A termelés az első három év végére  $0,045^3$ -szoros növekedést ért el, majd ezt követően mostanáig  $0,085^5$ -szeres növekedést ért el.

Összesen:  $1,045^3 \cdot 1,085^5 \approx 1,141 \cdot 1,504 = 1,716$ . Ez 71,6%-os növekedést jelent 8 év alatt.

6. Egy vállalkozó nagyobb arányú korszerűsítésre készül. A bevételeiből származó hasznát, 4,2 millió forintot egy kedvező banki akcióban 11,5 %-os kamatra 3 évre leköti. Mekkora összeg felett rendelkezhet a 3 év leteltével?

*Megoldás:*  $4,2 \cdot 1,115^3 = 4,2 \cdot 1,386 = 5,8212$ ; három év múlva a számláján 5821200 Ft lesz.

7. Egy gazda birkákat kezd tenyésztetni. Az állatok egy részét eladja, más részét megtartja és szaporítja. Az állomány évente 15%-kal növekszik. Hány év alatt növekszik az állomány közelítőleg a kétszeresére?

*Megoldás:* Az állomány  $x$  év alatt növekszik a kétszeresére.  $1,15^x \approx 2$ .

Végezzünk sorozatos szorzásokat, vagy hatványozást zsebszámológéppel:

$1,15^2 \approx 1,32$ ;  $1,15^3 \approx 1,52$ ;  $1,15^4 \approx 1,75$ ;  $1,15^5 \approx 2,01$ . Látható, hogy közelítőleg 5 év alatt kétszereződik meg az állomány.

## Oszthatóság

8. Egy családban az apa három, az anya két műszakban dolgozik, heti váltásban. Ezen a héten mind a ketten azonos műszakban dolgoznak. Mikor lesznek ismét azonos műszakban?

*Megoldás:* A megoldást a 2 és 3 legkisebb közös többszöröse adja. 6 hét múlva lesznek ismét azonos műszakban.

9. Egy kötőde 9 üzletbe szállít ugyanolyan pulóvereket. Eddig 420 pulóver készült el. Lehet-e ugyanannyi pulóvert szállítani mindegyik üzletbe? Legalább hány pulóvert készítsenek még, hogy mind a 9 üzletbe azonos mennyiséget szállíthassanak?

*Megoldás:* Nem lehet, mert a 420 nem többszöröse a 9-nek.. Legalább 3 db-ot kell készíteni, a 423 osztható 9-cel.

10. Egy építkezésen a kőműveseknek 780 db 100 Ft-os étkezési utalványt is ad a megbízó. Lehet-e minden kőművesnek egyenlő értékben utalványt adni? A kőművesek száma legalább 4, de 12-nél nem több. Hány kőműves dolgozhat az építkezésen, hogy mindegyiknek egyformán jusson utalvány?

*Megoldás:*  $780 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$ . A kőművesek lehetséges száma:  $4 \leq x \leq 12$ .  $x$  szóba jöhető értékei:  $2^2 = 4$ ; 5;  $2 \cdot 3 = 6$ ;  $2 \cdot 5 = 10$ ;  $2^2 \cdot 3 = 12$ . Öt megoldás van: 4; 5; 6, 10 vagy 12 kőműves esetén lehet egyenlő arányban elosztani az utalványokat.

- 11.** Egy textilgyárban targoncával szállítják a gyapotbálákat. Ha a raktárban lévő bálákat kettesével szállítják el, akkor a végén 1 bála marad a raktárban. Ha hármásával szállítják, akkor 2 bála, ha négyesével, akkor 3 bála marad a végén a raktárban. Hány bála volt a raktárban? Hány megoldás lehetséges?

*Megoldás:* Készítsünk táblázatot!

2 bála	3	5	7	9	<b>11</b>	13	15	17	19	21	<b>23</b>	25	27	29	31	33	<b>35</b>	37
3 bála	5	8	<b>11</b>	14	17	21	<b>23</b>	26	29	32	<b>35</b>	38	41	44	<b>47</b>	.	.	.
4 bála	7	<b>11</b>	15	19	<b>23</b>	27	31	<b>35</b>	39	43	<b>47</b>	.	.	.	.	.	.	.

A raktárban legkevesebb 11 bála volt. A feladatban megadott maradékok megismétlődnek, így a táblázat tetszőleges folytatható. Ugyanazokat a maradékokat kapjuk, ha a raktárban 23; 35, 47..., stb. bálával számolnánk, tehát a feladatnak végtelen sok megoldása van.

- 12.** Két fűrészgéppel közelítőleg egyenlő keresztmetszetű farönköket vág szét két favágó. Az egyik gép 30, a másik 40 perc alatt vág fel  $1 \text{ m}^3$  rönkfa-köteget. A favágók megállapodnak, hogy csak akkor tartanak pihenőt, amikor mindketten egyszerre végeznek egy köbméteres rönkfa-köteggel. Mennyi idő múlva pihennek?

*Megoldás:*  $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ ;  $40 = 2^3 \cdot 5$ . A két szám legkisebb közös többszöröse:  $2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$ .

120 perc, azaz 2 óra elteltével éppen egyszerre végeznek.

- 13.** Két egymáshoz kapcsolódó fogaskerék fogszáma 90 és 48. Az indításkor megjelöljük az érintkező fogaskerekeket a két keréken. Hányszor fordul a kicsi és hányszor a nagyobb fogaskerék addig, amíg a megjelölt érintkező kerek ismét érintkeznek?

*Megoldás:* Keressük meg a fogszámok legkisebb közös többszörösét!

$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$  és  $48 = 2^4 \cdot 3$ ; a legkisebb közös többszörös:  $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$ .

A nagyobb kerék  $\frac{720}{90} = 8$ -szor, a kisebb kerék  $\frac{720}{48} = 15$ -szor fordul addig, amíg a megjelölt fogak ismét érintkeznek.

- 14.** Egy 28 fogú fogaskerék forgat egy 42 fogú fogaskereket. A kisebbik fogaskeréknek hány teljes fordulatot kell megtennie ahhoz, hogy a nagyobbik is éppen egy teljes fordulatot fejezzen be? Ez a forgatás lassító vagy gyorsító?

*Megoldás:* Keressük meg a két fogszám legkisebb közös többszörösét!

$28 = 2^2 \cdot 7$  és  $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ ; a legkisebb közös többszörös:  $2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$ .

A kisebbik  $\frac{84}{28} = 3$ ; a nagyobbik  $\frac{84}{42} = 2$  teljes fordulatot tesz. Ez a forgatás lassító forgatás.

- 15.** Egy villamos végállomásról háromféle villamos indul különböző irányba. Az egyik villamost 5, a másikat 14, a harmadikat 20 percenként indítják. A három villamos hajnali négykor egyszerre indul el a végállomásról. Mennyi idő múlva indul el ismét egyszerre a háromféle villamos a végállomásról?

*Megoldás:* 5, 14 és 20 legkisebb közös többszöröse:  $2^2 \cdot 5 \cdot 7 = 140$ . Legközelebb tehát 2 óra 20 perc múlva indulnak egyszerre a villamosok a végállomásról.

## Normálalak

- 16.** Egy hektárnyi területre eső gabonaszemek száma körülbelül  $4 \cdot 10^6$  gabonaszem. A vetést olyan vetőgéppel végzik, amely 12,5 cm-es sortávolságra van beállítva. Körülbelül hány szem gabona kerül egy folyóméterre?

*Megoldás:* 1 hektár =  $10^4$  m<sup>2</sup>; 1 m<sup>2</sup>-re  $\frac{4 \cdot 10^6}{10^4} = 4 \cdot 10^2 = 400$  búzaszem jut. 12,5 cm-es

sortávolság mellett 1 m<sup>2</sup> területre  $\frac{1}{0,125} = 8$ , azaz 8 darab 1 m hosszú sor fér.

1 m hosszú sorba  $\frac{400}{8} = 50$  gabonaszem jut.

- 17.** Egy ember 1 óra alatt 2,64 g szén-dioxidot lehel ki. Hány db szén-dioxid molekulát jelent ez? (44 g szén-dioxidban  $6 \cdot 10^{23}$  db szén-dioxid molekula van.)

*Megoldás:*  $\frac{2,64}{44} = 0,06 = 6 \cdot 10^{-2}$ ; a molekulák száma:  $\frac{6 \cdot 10^{23}}{6 \cdot 10^{-2}} = 10^{21}$ ; azaz  $10^{21}$  db

molekula széndioxidot lehelünk ki 1 óra alatt.

- 18.** Hány vízmolekula van 9 dl vízben? (18 g vízben  $6 \cdot 10^{23}$  db vízmolekula van)

*Megoldás:* 9 dl víz tömege 900 g.  $\frac{900}{18} = 50$ , ezért 9 dl vízben  $6 \cdot 10^{23} \cdot 50 = 3 \cdot 10^{25}$  db

molekula van.

- 19.** Bizonyos igen nagy pontosságot igénylő huzalok átmérőjét megfelelő mérőműszerrel mérjük. A kívánt átmérő 0,01mm, a hibahatár  $\pm 5 \cdot 10^{-3}$  mm. A következő méréseket végeztük: 0,0149; 0,0098; 0,0109; 0,0151; 0,0094; 0,0039; 0,0160.

Írjuk fel a számokat normálalakban! Mely mérési adatok esnek a tűréshatáron belülre?

*Megoldás:*

$$0,0149 = 1,49 \cdot 10^{-2}; \quad 0,0098 = 9,8 \cdot 10^{-3}; \quad 0,0109 = 1,09 \cdot 10^{-2};$$

$$0,0151 = 1,51 \cdot 10^{-2}; \quad 0,0094 = 9,4 \cdot 10^{-3}; \quad 0,0039 = 3,9 \cdot 10^{-3}; \quad 0,0160 = 1,6 \cdot 10^{-2}.$$

Az adott határon belül esnek:  $1,49 \cdot 10^{-2}$ ;  $9,8 \cdot 10^{-3}$ ;  $1,09 \cdot 10^{-2}$ ;  $9,4 \cdot 10^{-3}$ .

**20.** Az élettani sóoldat 0,9% különlegesen tiszta konyhasót (NaCl) tartalmaz. Infúzióban percenként 60 cseppet kapnak a betegek. 60 csepp  $\approx$  3 ml, ennek tömege 3 g. Hány molekula konyhasót kapnak a betegek 1 perc alatt? (58,5 g NaCl-ban  $6 \cdot 10^{23}$  molekula van.)

*Megoldás:*  $\frac{58,5}{3} = 19,5$ ; 3 g NaCl-ben:  $\frac{6 \cdot 10^{23}}{19,5} = \frac{60 \cdot 10^{22}}{19,5} \approx 3,077 \cdot 10^{22}$  darab NaCl

molekula van.

**21.** Néhány anyag lineáris (hosszanti) hőtágulási tényezőit adjuk meg 20 °C-on:

Alumínium	$2,39 \cdot 10^{-5}$ ,
Vörösréz	$1,62 \cdot 10^{-5}$ ,
Sárgaréz	$1,84 \cdot 10^{-5}$ ,
Vas	$1,17 \cdot 10^{-5}$ ,
Porcelán	$0,3 \cdot 10^{-5}$ ,
Beton	$1,4 \cdot 10^{-5}$ ,
Jég	$5,1 \cdot 10^{-5}$ .

Írjuk fel a tényezőket tizedestört alakban!

*Megoldás:*

Alumínium:  $2,39 \cdot 10^{-5} = 0,0000239$ .

Vörösréz:  $1,62 \cdot 10^{-5} = 0,0000162$ .

Sárgaréz:  $1,84 \cdot 10^{-5} = 0,0000184$ .

Vas:  $1,17 \cdot 10^{-5} = 0,0000117$ .

Porcelán:  $0,30 \cdot 10^{-5} = 0,000003$ .

Beton:  $1,40 \cdot 10^{-5} = 0,000014$ .

Jég:  $5,10 \cdot 10^{-5} = 0,0000510$ .

**22. Néhány anyag körülbelüli sűrűsége:**

$$\text{Acél:} \quad 7825 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad \text{Aszfalt:} \quad 1300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3},$$

$$\text{Mészkö:} \quad 2450 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad \text{Ablaküveg:} \quad 2490 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3},$$

$$\text{Fenyőfa:} \quad 453 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad \text{Tölgyfa:} \quad 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Írjuk fel ezeket  $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  mértékegységben, normálalakban!

*Megoldás:*  $1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{1000}{1000000} \cdot \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \frac{10^3}{10^6} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 10^{-3} \cdot \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$

$$\text{Acél:} \quad 7825 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 7,825 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 7,825 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

$$\text{Aszfalt:} \quad 1300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}. \quad \text{Mészkö:} \quad 2450 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2,45 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

$$\text{Ablaküveg:} \quad 2490 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2,49 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}. \quad \text{Fenyőfa:} \quad 453 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0,453 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

$$\text{Tölgyfa:} \quad 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$