Ajánlott szakmai jellegű feladatok

A feladatok szakmai jellegűek, alkalmazásuk mindenképpen a tanulók motiválását szolgálja. Segít abban, hogy a tanulók a tanultak alkalmazhatóságát meglássák. Értsék meg, hogy a matematika tanulása nem öncélú, hanem hasznos tevékenység.

A feladatok nem tartalmaznak kifejezetten szakmai számításokat, bármely szakmát tanuló tanulók számára kitűzhetők.

A feladatok feldolgozása nem igényel különösebb szakmai ismereteket a matematikatanártól sem. Ötletadónak is szántuk, hogy a kollégák maguk is készítsenek hasonló feladatokat az ott tanított szakmák ismeretében.

Kombinatorika

1.. Egy munkadarab elkészítése 4 műveletből áll. Közülük egyet elsőként kell elvégezni, a többit tetszőleges sorrendben. Hányféleképpen készíthető el a munkadarab?

Megoldás: Az elsőt egyféleképpen vehetjük ki. A maradék hármat a következőképpen:
$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$; a lehetőségek száma: 6.

2. Egy szerelési munkához kézi fúróra, kombinált fogóra és csavarhúzóra van szükség. Kétféle kézi fúrónk, 3-féle kombinált fogónk és 4-féle csavarhúzónk van. Kiválasztunk három szerszámot: 1 kézi fúrót, 1 kombinált fogót és 1 csavarhúzót. Hányféleképpen választhatjuk ki a 3 szerszámot?

Megoldás: A kézi fúrókat 2-féleképpen választhatjuk ki, mindkét esetben a kombinált fogókat ehhez 3-féleképpen, és a csavarhúzókat 4-féleképpen választhatjuk meg.
Ez $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ lehetőség.

3. Egy munkafolyamat 6 lépésből áll. Ezek közül kettő adott sorrendben, csak közvetlenül egymás után végezhető el. A többi sorrendje tetszőleges. Hányféle sorrendje lehet a munkafolyamatnak?

Megoldás: Az egymás után adott sorrendben elvégezhető műveleteket vegyük egy műveletnek. Így 5 lépésben végezzük a munkát. Ezek lehetséges sorrendjeinek száma: $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$, azaz 120-féle sorrendben végezhetjük el a munkát.

4. Egy szerszámosládában 10 különböző méretű villáskulcs található. Hányféleképpen vehetünk ki belőle 5 darabot? (Az, hogy az 5 darabot milyen sorrendben vesszük ki, nem számít.)

Megoldás: $\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=\frac{30240}{120}=252$-féleképpen vehetünk ki 5 db villáskulcsot.

5. Egy dobozban 1 harapófogó, 1 csípőfogó, 4 egyforma csavarhúzó, 3 egyforma csavarkulcs és 2 egyforma laposfogó van. Sorban mindegyiket kivesszük, anélkül, hogy figyelnénk arra, hogy mit veszünk ki. Hányféle sorrendben vehetjük ki a szerszámokat, ha az egyforma szerszámokat nem különböztetjük meg egymástól?

Megoldás: 11 szerszámot veszünk ki. Ha az egyformákat megkülönböztetnénk egymástól, akkor $11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1$-féle sorrend lenne. A 4 egyforma szerszám ebben: $4\cdot 3\cdot 2\cdot 1$ sorrendben, a 3 egyforma: $3\cdot 2\cdot 1$ sorrendben szerepelne. Ha nem különböztetjük meg az egyformákat egymástól, akkor ezek egy-egy esetnek számítanak. Ezért a lehetséges sorrendek száma: $\frac{11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{(4\cdot 3\cdot 2\cdot 1)(3\cdot 2\cdot 1)(2\cdot 1)}$.

A lehetséges egyszerűsítések után: $11\cdot 10\cdot 9\cdot 7\cdot 4\cdot 5 = 138600$.

A lehetséges sorrendek száma: 138600.

6. Hányféleképpen helyezhető el 9 beteg 3 kórteremben úgy, hogy minden szobába 3 beteg kerüljön? A kórtermek meg vannak számozva, az egy szobán belüli ágyakat nem különböztetjük meg.

Megoldás: Az 1. kórterembe: $\frac{9\cdot 8\cdot 7}{3\cdot 2}=84$-féle hármas csoport kerülhet.

A második kórterembe a maradék 6 személyből $\frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2}=20$ csoport kerülhet,

a harmadik szobába a fennmaradó három személy kerülhet.

Tehát a lehetőségek száma: $84\cdot 20\cdot 1 = 1680$-féleképpen történhet a beosztás.

7. Egy három műszakban dolgozó üzemben három gépmester van. Hányféleképpen lehet beosztani a gépmestereket az egyes műszakokba?

Megoldás: Az első műszakba 3-féleképpen, a másodikba 2-féleképpen, a harmadikba egyféleképpen választható gépmester, ez $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ lehetőség.

8. Egy tanműhelyben 1 előfonógép és 2 gyűrűsfonógép van. 6 tanulóból 3-at kell beosztani a gépekhez. Minden tanulónak egyszer az előfonógépen, egyszer az egyik gyűrűs-fonógépen kell dolgoznia. Hányféle kiválasztás lehetséges?

Megoldás: Az előfonógépre 6-féleképpen választhatjuk ki a tanulót. A maradék 5 tanulóból kettőt kell kiválasztani, a sorrend nem számít, mert mindegy, hogy melyik gyűrüsfonógépre kerülnek. 5-ből a kettő $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$-féleképpen választható ki. A tanulókat $6 \cdot 10 = 60$-féleképpen lehet kiválasztani.

Valószínűség

9. Egy autó útjavításhoz érkezik. A forgalom ezen a szakaszon felváltva egyirányú, amit azonos ideig tartó piros vagy zöld lámpa jelez. Mi a valószínűsége annak, hogy az autó zöld jelzést kap?

Megoldás:

Két lehetőség van: piros, vagy zöld lámpa. A valószínűség: $\frac{1}{2} = 0{,}5$.

10. Egy villanyszerelő szerelőládájában 5 védőérintkezős és 3 védőérintkező nélküli dugaszolóaljzat van. Mennyi a valószínűsége annak, hogy ha ezek közül egyet kiválasztunk, az védőérintkezős dugaszolóaljzat lesz?

Megoldás: Nyolc dugaszolóaljzatból öt esetben választhatunk ki védőérintkezős dugaszolóaljzatot, a valószínűsége: $\frac{5}{8} = 0{,}625$.

11. Egy műhelyben 6-féle közönséges csavarhúzó és 3-féle csillagcsavarhúzó van. A csavarhúzókat egy lyukacsos táblába szúrva tárolják A csavarhúzók fogantyúja egyforma. Hány százalék a valószínűsége annak, hogy ha két csavarhúzót találomra kihúznak, akkor az egyik közönséges, a másik csillagcsavarhúzó lesz?

Megoldás: 9 csavarhúzóból 2 csavarhúzót $\frac{9 \cdot 8}{2}$ = 36-féleképpen lehet kihúzni. A csillagcsavarhúzó kihúzására 3 lehetőség van, mindegyikhez 6-féle közönséges csavarhúzót húzhatunk. Ez $3 \cdot 6 = 18$ eset.

A keresett valószínűség: $\frac{18}{36} = \frac{1}{2} = 0{,}5$; azaz 50%.

12. Egy dobozban 500 csavar van. Ezek közül általában 2% selejtes. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a dobozból egy csavart kivéve, selejtes csavart veszünk ki?

Megoldás: 500 közül a 2%-uk, $500 \cdot 0{,}02 = 10$ hibás. A valószínűség. $\frac{10}{500} = 0{,}02$ (ugyanez a valószínűség akármennyi, nagy számú csavar esetén).

13. Egy kórházban egy bizonyos napon 6 beteg vár műtétre. Hányféle sorrendben kerülhetnek a műtőbe? Egy beteg azt szeretné, hogy őt elsőnek műtsék. Mi ennek a valószínűsége, ha véletlenszerűen választják ki a betegek sorrendjét?

Megoldás: A betegek $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$-féleképpen kerülhetnek a műtőbe.

Mind a 6 beteg lehet első, hogy ő legyen, annak a valószínűsége $\frac{1}{6} = 0{,}17$.

14. Egy dobozban 10 golyóscsapágy van, ezek közül egy hibás. Mi a valószínűsége annak, hogy ha 4 csapágyat kiveszünk, a hibás közte lesz?

Megoldás: 10 csapágyból négyet kivenni: $\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{4\cdot 3\cdot 2}=210$-féleképpen lehet. Azoknak a négyes csoportoknak a száma, amelyekben az egy hibás csapágy van, $\frac{9\cdot 8\cdot 7}{3\cdot 2}=84$.

A keresett valószínűség: $\frac{84}{210}=0{,}4$.

15. Egy ékszerboltban 20 azonos típusú ezüstlánc van. Egy láncon hibás a kapocs. 5 láncot veszünk. Mi a valószínűsége annak, hogy közte van a hibás lánc?

Megoldás: 20-ból ötös csoportokat választunk ki. Ez $\frac{20\cdot 19\cdot 18\cdot 17\cdot 16}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=15504$ lehetőség. Azoknak az eseteknek a száma, amikor az 5 között van az 1 hibás:
$\frac{19\cdot 18\cdot 17\cdot 16}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=3876$. A valószínűség: $\frac{3876}{15504}=0{,}25$.

16. Az izzókat 10 darabos csomagolásban árulják, a csomagokban levő izzókat véletlenszerűen válogatták. A polcon összesen 100 izzó van. Általában az izzók 3 százaléka hibás. Egy 10 darabos csomagot veszünk. Mi a valószínűsége annak, hogy az összes hibás izzó éppen abban a csomagban van?

Megoldás: 100 közül 3 izzó selejtes.

100 izzóból 10-es csomagot $\frac{100\cdot 99\cdot 98\cdot 97\cdot .....\cdot 92\cdot 91}{10\cdot 9\cdot 8\cdot ....\cdot 2\cdot 1}$ -féleképpen lehet összeállítani.

Olyan 10-es csoport, amiben 3 selejtes van, $\frac{97\cdot 96\cdot 95\cdot 94\cdot 93\cdot 92\cdot 91}{7\cdot 6\cdot ....\cdot 2\cdot 1}$ féle lehet.

A valószínűség: $\frac{97\cdot 96\cdot 95\cdot 94\cdot 93\cdot 92\cdot 91}{7\cdot 6\cdot ....\cdot 2\cdot 1}:\frac{100\cdot 99\cdot 98\cdot 97\cdot .....\cdot 92\cdot 91}{10\cdot 9\cdot 8\cdot ....\cdot 2\cdot 1}=$

$=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{100\cdot 99\cdot 98}=\frac{4}{5390}\approx 0{,}00074.$

17. Négy gépsoron gyártják ugyanazt az alkatrészt. Két gépen a selejt 2%, 1 gépen 3% és 1 gépen 4%. Mind a négy gép ugyanannyi alkatrészt gyártott, és a kész alkatrészeket együtt tárolják. Mi a valószínűsége annak, hogy egy alkatrészt kivéve, az selejtes lesz?

Megoldás: A feladat szerint az első gép 100 alkatrészből 2 db, a 2. gép szintén 2 db, a 3.gép 3 db, és a 4. gép 4 db selejtet termelt. Összesen a 400 termékből 11 db a selejt.

Annak a valószínűsége hogy selejtes terméket veszünk ki, $\frac{11}{400} = 0{,}0275$, ez 0,275%.

Statisztika

18. Egy üzemben, terv szerint napi 50 alkatrészt kellett gyártani. Két héten keresztül, 5 munkanapon írták a teljesítményt:

napok száma	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
termék száma	49	50	51	53	45	52	53	50	53	46

a) Mennyi volt a napi átlagtermelés?

b) Tudták-e teljesíteni a tervet?

c) Hányadik napon volt a legtöbb és hányadik napon volt a legkevesebb a napi termelés?

d) Melyik érték fordul elő legtöbbször, melyik legkevesebbszer?

e) Állítsuk növekvő sorrendbe a termelési adatokat, és állapítsuk meg, hogy melyik érték esik középre?

Megoldás: a) Napi átlagtermelés:50,2; b) 50,2 > 50, teljesítették a tervet.

c) Az 5. napon volt a legkevesebb; a 4.; 7., 9. napokon volt a legtöbb a napi termelés.

d) Az 53 fordul elő legtöbbször, a 45; 46, 49, 51 és 52 pedig csak egyszer fordul elő.

e)

45	46	49	50	50	51	52	53	53	53

A középső érték: $\frac{50+51}{2} = 50{,}5$ (páros számú adat).

19. Egy áruházláncnak egy fővárosi és egy vidéki üzletében a három legjelentősebb részleg forgalma, millió Ft-ban így alakult:

	Január	Január	Február	Február	Március	Március
Részlegek	Budapest	Vidék	Budapest	Vidék	Budapest	Vidék
Élelmiszer	120,5	50,8	115,6	53,5	150,2	60,2
Ruházat	925,4	803,5	1003,2	812,2	931,5	48,3
Iparcikk	980,3	918,5	990,5	735,5	861,3	70,3

a) Mennyi az egyes áruházak havi forgalma?

b) Mennyi az egyes áruházak havi átlagforgalma?

c) Mennyi az egyes áruházak negyedéves forgalma az egyes árucsoportokban?

d) Mennyi az egyes áruházak negyedéves átlagforgalma?

Megoldás:

	Január	Január	Február	Február	Március	Március	I. n.év	I.n.év
Áru csop.	Bp.	Vidék	Bp.	Vidék	Bp.	Vidék	Bp.	Vidék.
Élelmisz.	120,5	50,8	115,6	53,5	150,2	60,2	**386,3**	**164,5**
Ruházat	925,4	803,5	1003,2	812,2	931,5	48,3	**2860,1**	**1664,0**
Iparcikk	980,3	918,5	990,5	735,5	861,3	70,3	**2832,1**	**1724,3**
Havi forg.	**2026,2**	**1772,8**	**2109,3**	**1601,2**	**1943,0**	**178,8**	**6078,5**	**3552,8**
Havi átlag,	**675,4**	**590,933**	**703,1**	**53,4**	**647,67**	**59,6**		
I. n.évi átl.							**2026,17**	**1184,27**

20. Egy áruház havi forgalmát látjuk millió Ft-ban:

I.	II.	III..	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
725,6	700,3	751,2	703,2	780,0	790,5	821,2	792,5	902,4	690,5	728,2	801,3

a) Mennyi az áruház éves forgalma?

b) Mennyi az áruház havi átlagforgalma?

c) Állítsuk nagyság szerint sorba a forgalmi adatokat növekvő sorrendbe!

d) Melyik a legkisebb és legnagyobb érték?

e) Melyik érték fordul elő legtöbbször?

f) Melyik a középső érték?

Megoldás:

I.	II.	III..	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	éves f.
725,6	700,3	751,2	700,3	780,0	790,5	821,2	792,5	902,4	690,5	728,2	801,3	**9184,0**

a) Éves forgalom:9186,9 millió Ft.

b) Havi átlagforgalom: 765,575 millió Ft.

c)

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
690,5	700,3	700,3	725,6	728,2	751,2	780,0	790,5	792,5	801,3	821,2	902,4

d) A legkisebb érték: 690,5 millió Ft, a legnagyobb érték: 902,4 millió Ft.

e) A legtöbbször (kétszer) előforduló érték: 700,3 millió.

f) A középső érték: $\frac{751{,}2+780{,}0}{2}=765{,}6$ (páros számú adat).