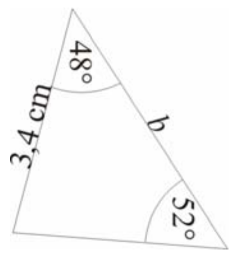
A csoport

1. Add meg azoknak a 0° és 360° közötti α szögeknek a nagyságát, amelyekre $\cos\alpha = \frac{3}{5}$!
(2 pont)

2. Oldd meg a $\sin 4x = \sin(x + 15°)$ egyenletet!
(6 pont)

3. Oldd meg a $7 + 11\cos x = 6\cos^2 x$ egyenletet a valós számok halmazán!
(8 pont)

4. Számítsd ki a háromszög *b* oldalát!



(3 pont)

5. Egy paralelogramma átlói 6 cm és 8 cm hosszúak, közbezárt szögük 54°. Mekkorák az oldalai?
(6 pont)

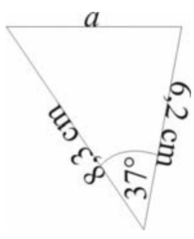
B csoport

1. Add meg azoknak a 0° és 360° közötti α szögeknek a nagyságát, amelyekre $\sin\alpha = \frac{2}{3}$!
(2 pont)

2. Oldd meg a $\cos 3x = \cos(x + 36°)$ egyenletet!
(6 pont)

3. Oldd meg a $13\sin x = 6\sin^2 x + 5$ egyenletet a valós számok halmazán!
(8 pont)

4. Számítsd ki a háromszög *a* oldalát!



(3 pont)

5. Egy háromszög egyik oldala 5 cm, a rajta fekvő két szög 37° és 43°. Mekkorák az oldalai?
(6 pont)

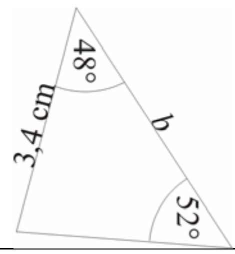
MEGOLDÁSOK

A csoport

1. Add meg azoknak a 0° és 360° közötti α szögeknek a nagyságát, amelyekre $\cos\alpha = \frac{3}{5}$!	
$\alpha_1 \approx 53{,}13°$	1 pont
$\alpha_2 \approx 306{,}87°$	1 pont
Összesen:	**2 pont**

2. Oldd meg a $\sin 4x = \sin(x + 15°)$ egyenletet!	
Ha a két szög megegyezik, illetve csak a periódus egész számú többszörösével térnek el egymástól: $4x = x + 15° + k \cdot 360°, \quad k \in \mathbf{Z}$ $3x = 15° + k \cdot 360°$ $x = 5° + k \cdot 120°$	3 pont
Ha a két szög egymás kiegészítő szöge, illetve csak a periódus egész számú többszörösével térnek el egymástól: $4x = 180° - (x + 15°) + l \cdot 360°, \quad l \in \mathbf{Z}$ $5x = 165° + l \cdot 360°$ $x = 33° + l \cdot 72°$	3 pont
Összesen:	**6 pont**

3. Oldd meg a $7 + 11\cos x = 6\cos^2 x$ egyenletet a valós számok halmazán!	
$6\cos^2 x - 11\cos x - 7 = 0$	1 pont
$\cos x = \frac{7}{3}$	1 pont
Innen nem kapunk megoldást, mert $-1 \le \cos x \le 1$	1 pont
$\cos x = -\frac{1}{2}$	1 pont
Ebből $x_1 = \frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi, \quad k \in \mathbf{Z}$	2 pont
$x_2 = \frac{4\pi}{3} + l \cdot 2\pi, \quad l \in \mathbf{Z}$	2 pont
Összesen:	**8 pont**

4. Számítsd ki a háromszög *b* oldalát! 	
Harmadik szög meghatározása: $\beta = 180° - 52° - 48° = 80°$	1 pont
Szinusztétel alkalmazása: $\frac{\sin 80°}{\sin 52°} = \frac{b}{3,4}$	1 pont
$b \approx 4,2$ cm	1 pont
Összesen:	**3 pont**

5. Egy paralelogramma átlói 6 cm és 8 cm hosszúak, közbezárt szögük 54°. Mekkorák az oldalai?	
Az átlók fele 3 cm és 4 cm.	1 pont
Koszinusztétel alkalmazása: $a^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 54° \Rightarrow a \approx 3,3$ cm	2 pont
Koszinusztétel alkalmazása: $b^2 = 3^2 + 4^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 54° \Rightarrow a \approx 6,25$ cm	2 pont
Válasz: A paralelogramma oldalai kb. 3,3 cm és 6,25 cm hosszúak.	1 pont
Összesen:	**6 pont**

Megjegyzés: megfelelő ábra készítéséért 1 pont adható, de csak akkor, ha a kapott összpontszám nem haladja meg a feladatért adható maximális pontszámot.

A dolgozatra kapható maximális pontszám: 25 pont

Javasolt ponthatárok:

21– 25: jeles

17 – 20: jó

12 – 16: közepes

8– 11: elégséges

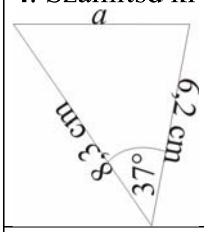
0 – 7: elégtelen

B csoport

1. Add meg azoknak a 0° és 360° közötti α szögeknek a nagyságát, amelyekre $\sin\alpha = \frac{2}{3}$!	
$\alpha_1 \approx 41{,}81°$	1 pont
$\alpha_2 \approx 138{,}19°$	1 pont
Összesen:	**2 pont**

2. Oldd meg a $\cos 3x = \cos(x + 36°)$ egyenletet!	
Ha a két szög megegyezik, illetve csak a periódus egész számú többszörösével térnek el egymástól: $3x = x + 36° + k \cdot 360°, \quad k \in \mathbf{Z}$ $2x = 36° + k \cdot 360°$ $x = 18° + k \cdot 180°$	3 pont
Ha a két szög egymás ellentettje, illetve csak a periódus egész számú többszörösével térnek el egymástól: $3x = 360° - (x + 36°) + l \cdot 360°, \quad l \in \mathbf{Z}$ $4x = 324° + l \cdot 360°$ $x = 81° + l \cdot 90°$	3 pont
Összesen:	**6 pont**

3. Oldd meg a $13\sin x = 6\sin^2 x + 5$ egyenletet a valós számok halmazán!	
$6\sin^2 x - 13\sin x + 5 = 0$	1 pont
$\sin x = \frac{5}{3}$	1 pont
Innen nem kapunk megoldást, mert $-1 \le \sin x \le 1$	1 pont
$\sin x = \frac{1}{2}$	1 pont
Ebből $x_1 = \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi, \quad k \in \mathbf{Z}$	2 pont
$x_2 = \frac{5\pi}{6} + l \cdot 2\pi, \quad l \in \mathbf{Z}$	2 pont
Összesen:	**8 pont**

4. Számítsd ki a háromszög *a* oldalát! 	
Koszinusztétel alkalmazása: $a^2 = 6{,}2^2 + 8{,}3^2 - 2 \cdot 6{,}2 \cdot 8{,}3 \cdot \cos 37°$	1 pont
$a^2 \approx 25{,}13$	1 pont
$a \approx 5{,}0$ cm	1 pont
Összesen:	**3 pont**

5. Egy háromszög egyik oldala 5 cm, a rajta fekvő két szög 37° és 43°. Mekkorák az oldalai?	
A háromszög harmadik szöge: 180° – 37° – 43° = 100°	1 pont
Szinusztétel alkalmazása: $\frac{b}{5} = \frac{\sin 37°}{\sin 100°} \quad \Rightarrow \quad b \approx 3{,}1$ cm	2 pont
Szinusztétel alkalmazása: $\frac{c}{5} = \frac{\sin 43°}{\sin 100°} \quad \Rightarrow \quad c \approx 3{,}4$ cm	2 pont
Válasz: A háromszög hiányzó oldalai kb. 3,1 cm és 3,4 cm hosszúak.	1 pont
Összesen:	**6 pont**

Megjegyzés: megfelelő ábra készítéséért 1 pont adható, de csak akkor, ha a kapott összpontszám nem haladja meg a feladatért adható maximális pontszámot.

A dolgozatra kapható maximális pontszám: 25 pont

Javasolt ponthatárok:

21– 25: jeles

17 – 20: jó

12 – 16: közepes

8– 11: elégséges

0 – 7: elégtelen