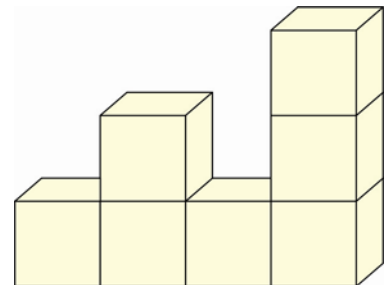
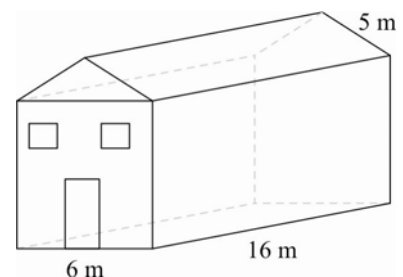


## A csoport

1. Egy 30 cm sugarú körszelet körívének hossza 120 cm. Mekkora a körív középponti szöge?  
(3 pont)
2. Egy szabályos négyoldalú gúla alakú piramis magassága 76 méter, az alapél hossza 120 méter. Mekkora szöget zár be az alaplap az oldallal? Készíts ábrát is!  
(3 pont)
3. Egy alapjára állított kúpba a csúcsánál vizet öntünk. A kúp térfogatának hány %-át foglalja el a benne levő víz, ha a magasság feléig töltjük fel?  
(4 pont)
4. Egy gömb alakú lufi felszíne  $52 \text{ cm}^2$ . Mennyivel lesz több a felszíne, ha a sugarát megduplázva felfújjuk (az alakja most is gömb lesz)?  
(3 pont)
5. Egy kis kocka éle 6 cm. Mekkora az ábrán látható, kis kockákból összerakott test felszíne?  
(3 pont)



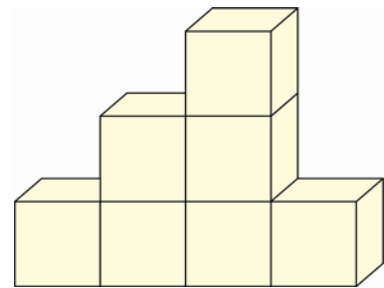
6. Mekkora az ábrán látható ház tetőterének térfogata? A veszteségek miatt 5%-ot rászámolva hány  $\text{m}^2$  cserepet kell vásárolni a tető befedéséhez?  
(8 pont)



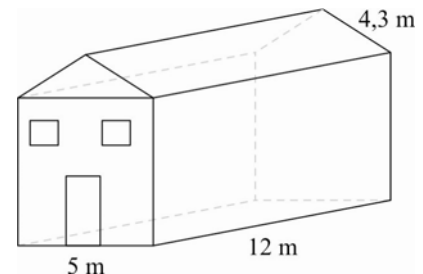
7. Egy 120 cm élű fakockából olyan négyzet alapú egyenes csonkagúlát faragunk ki, amelynek alapéle megegyezik a kocka élével, fedőéle épp a kocka élének a fele, testmagassága pedig megegyezik a kocka élével.
  - a) A kocka térfogatának hány %-át kell eltávolítani?
  - b) Ennek a csonkagúlának a palástját lemezekből hegesztjük össze (hiányzik a fedőlap és az alaplap). Mennyi festék kell az alakzat lefestéséhez, ha azt kívül is, és belül is egy rétegben le szeretnénk festeni és 1 l festék  $8 \text{ m}^2$ -re elegendő? A lemez vastagságát tekintsük nullának!  
(14 pont)

## B csoport

1. Egy 25 cm sugarú körszelet körívének hossza 60 cm. Mekkora a körív középponti szöge?  
(3 pont)
2. Egy szabályos négyoldalú gúla alakú piramis magassága 49 méter, az alapél hossza 77 méter. Mekkora szöget zár be az alaplap az oldallappal? Készíts ábrát is!  
(3 pont)
3. Egy alapjára állított kúpba a csúcsánál vizet öntünk. A kúp térfogatának hány %-át foglalja el a benne levő víz, ha a magasság kétharmadáig töltjük fel?  
(4 pont)
4. Egy gömb alakú lufi felszíne  $22 \text{ cm}^2$ . Mennyivel lesz több a felszíne, ha a sugarát megduplázva felfújjuk (az alakja most is gömb lesz)?  
(3 pont)
5. Egy kis kocka éle 3 cm. Mekkora az ábrán látható, kis kockákból összerakott test felszíne?  
(3 pont)



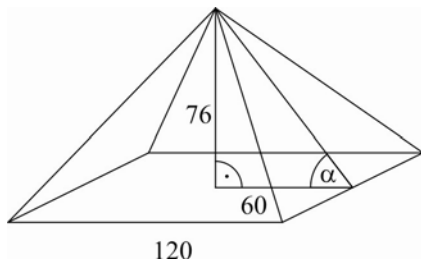
6. Mekkora az ábrán látható ház tetőterének térfogata? A veszteségek miatt 5%-ot rászámolva hány  $\text{m}^2$  cserepet kell vásárolni a tető befedéséhez?  
(8 pont)

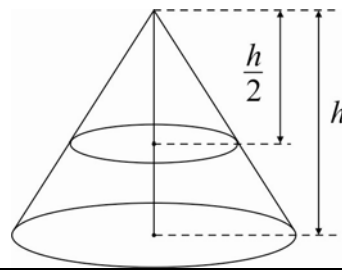


7. Egy 60 cm élű fakockából olyan négyzet alapú egyenes csonkagúlát faragunk ki, amelynek alapéle megegyezik a kocka élével, fedőéle épp a kocka élének a fele, testmagassága pedig megegyezik a kocka élével.
  - a) A kocka térfogatának hány %-át kell eltávolítani?
  - b) Ennek a csonkagúlának a palástját lemezekből hegesztjük össze (hiányzik a fedőlap és az alaplap). Mennyi festék kell az alakzat lefestéséhez, ha azt kívül is, és belül is egy rétegben le szeretnénk festeni és 1 l festék  $8 \text{ m}^2$ -re elegendő? A lemez vastagságát tekintsük nullának!  
(14 pont)

**MEGOLDÁSOK****A csoport**

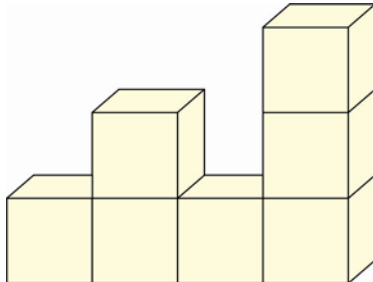
1. Egy 30 cm sugarú körszelet körívének hossza 120 cm. Mekkora a körív középponti szöge?	
A körív hossza egyenesen arányos a középponti szöggel, ezért	1 pont
$\alpha = \frac{i}{K} \cdot 360^\circ = \frac{120}{2 \cdot 30 \cdot \pi} \cdot 360^\circ \approx 229^\circ$ a középponti szög.	2 pont
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>

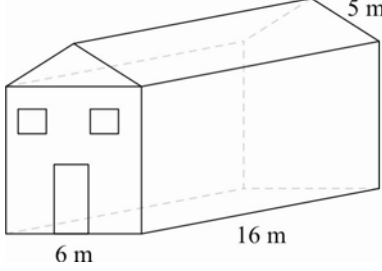
2. Egy szabályos négyoldalú gúla alakú piramis magassága 76 méter, az alapél hossza 120 méter. Mekkora szöget zár be az alaplap az oldallappal? Készíts ábrát is!	
Az ábra a szög helyes megjelölésével:	1 pont
	
$\operatorname{tg} \alpha = \frac{76}{60} \Rightarrow \alpha \approx 52^\circ (51,7^\circ)$	2 pont
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>

3. Egy alapjára állított kúpba a csúcsánál vizet öntünk. A kúp térfogatának hány %-át foglalja el a benne levő víz, ha a magasság feléig töltjük fel?	
A felső kis kúp hasonló az eredeti nagy kúphoz.	1 pont
	
A hasonlóság aránya 2.	1 pont
A hasonló testek térfogatának aránya a hasonlóság arányának köbe, így a kis kúp térfogata a nagy kúp térfogatának nyolcada.	1 pont
A megtöltött térfogat a kúp térfogatának $\frac{7}{8}$ része, ami $\frac{7}{8} = 0,875$ miatt 87,5 %.	1 pont
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>

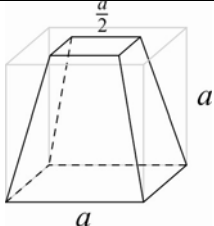
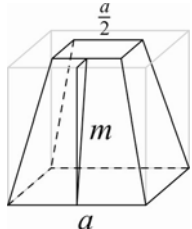
4. Egy gömb alakú lufi felszíne $52 \text{ cm}^2$ . Mennyivel lesz több a felszíne, ha a sugarát megduplázva felfújjuk (az alakja most is gömb lesz)?	
A két gömb hasonló egymáshoz, és hasonló testek felszínének aránya a hasonlóság arányának négyzete, így	1 pont

a lufi felszíne négyszeresére növekszik.	1 pont
A különbség $3 \cdot 52 = 156 \text{ cm}^2$ .	1 pont
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>

<p>5. Egy kis kocka éle 6 cm. Mekkora az ábrán látható, kis kockákból összerakott test felszíne?</p> 	
Egy oldallap területe $6^2 = 36 \text{ cm}^2$ .	1 pont
A testet határoló négyzetek száma: 30, így a felszín	1 pont
$30 \cdot 36 = 1080 \text{ cm}^2$ .	1 pont
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>
<i>Megjegyzés:</i> Ha a tanuló rosszul számolja össze a határoló négyzeteket, de a szorzást a rossz számolás eredményével helyesen végzi el, akkor 2 pont jár neki.	

<p>6. Mekkora az ábrán látható ház tetőterének térfogata? A veszteségek miatt 5%-ot rászámolva hány <math>\text{m}^2</math> cserépet kell vásárolni a tető befedéséhez?</p> 	
A tető háromszög alapú hasáb, az alaplap (azaz a tető) magassága $\sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ m}$ .	2 pont
Az alaplap területe $T = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ (m}^2\text{)}$ ,	1 pont
a hasáb térfogata $V = T \cdot m = 12 \cdot 16 = 192 \text{ (m}^3\text{)}$ .	2 pont
A tető két téglalaplóból áll, a felszíne: $A = 2 \cdot 16 \cdot 5 = 160 \text{ (m}^2\text{)}$ .	1 pont
A veszteséget rászámolva $160 \cdot 1,05 = 168 \text{ m}^2$ cserépet szükséges .	2 pont
<b>Összesen:</b>	<b>8 pont</b>

<p>7. Egy 120 cm élű fakockából olyan négyzet alapú egyenes csonkagúlát faragunk ki, amelynek alapéle megegyezik a kocka élével, fedőele épp a kocka élének a fele, testmagassága pedig megegyezik a kocka élével.</p> <p>a) A kocka térfogatának hány %-át kell eltávolítani?</p> <p>b) Ennek a csonkagúlának a palástját lemezekből hegesztjük össze (hiányzik a fedőlap és az alaplap). Mennyi festék kell az alakzat lefestéséhez, ha azt kívül is, és belül is egy rétegben le szeretnénk festeni és 1 l festék <math>8 \text{ m}^2</math>-re elegendő?</p> <p>A lemez vastagságát tekintjük nullának!</p>	
A helyes ábra elkészítése (természetesen az is jó, ha konkrét távolságadatokat ír a tanuló az ábrára akár deciméterben, akár méterben):	1 pont

	
<p>a) A csomkagúla alapterülete <math>T = a^2</math> (<math>= 14400 \text{ cm}^2</math>), a fedőlap területe <math>t = \left(\frac{a}{2}\right)^2</math> (<math>= 3600 \text{ cm}^2</math>).</p>	2 pont
<p>A csomkagúla térfogata <math>V = \frac{M}{3}(t + T + \sqrt{t \cdot T}) = \frac{a}{3}\left(a^2 + \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{2}\right) = \frac{7}{12}a^3</math> (<math>= 1008000 \text{ cm}^3</math>).</p>	2 pont
<p>A hulladék <math>a^3 - V = \frac{5}{12}a^3</math> (<math>= 720000 \text{ cm}^3</math>), ami a kocka térfogatának</p>	1 pont
<p><math>\frac{5}{12}</math> része; <math>\frac{5}{12} \approx 0,42</math> miatt kb. 42%.</p>	1 pont
<p><i>Megjegyzés:</i> Akkor is jár a maximális pontszám, ha a tanuló konkrét számértékekkel kapja meg a helyes eredményt: <math>\frac{720000}{120^3} = \frac{720000}{1728000} \approx 0,42</math>.</p>	
<p>b) Az oldallapok trapézok, magasságuk Pitagorasz-tétellel meghatározható:</p> 	
<p><math>m = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{17}{16}a^2} = \frac{\sqrt{17}}{4}a \approx 123,7</math> (cm), a trapéz területe</p>	2 pont
<p><math>T_{\text{trapéz}} = \frac{a+c}{2} \cdot m = \frac{3}{4}a \cdot \frac{\sqrt{17}}{4}a = \frac{3\sqrt{17}}{16}a^2 \approx 11132,4</math> (<math>\text{cm}^2</math>), a felszín ennek négy-szerese:</p>	2 pont
<p><math>A = 4 \cdot T_{\text{trapéz}} \approx 44529,6 \text{ cm}^2 \approx 4,45 \text{ m}^2</math>.</p>	1 pont
<p>A szükséges festék mennyisége: <math>\frac{2 \cdot 4,5}{8} = 1,125</math> liter. (4,45-tel 1,1125 l)</p>	2 pont
<p><b>Összesen: 14 pont</b></p>	

<b>A dolgozatra kapható maximális pontszám:</b>	<b>38 pont</b>
---	----------------

Javasolt ponthatárok:

33 – 38: jeles

13 – 19: elégséges

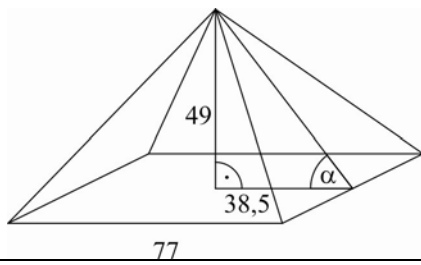
26 – 32: jó

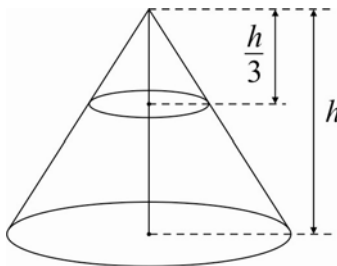
0 – 12: elégtelen

20 – 25: közepes

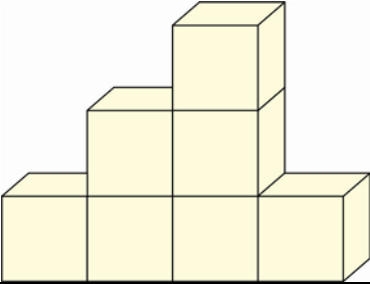
**B csoport**

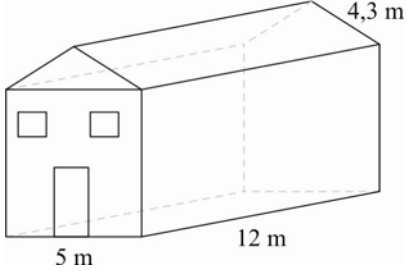
1. Egy 25 cm sugarú körszelet körívének hossza 60 cm. Mekkora a körív középponti szöge?	
A körív hossza egyenesen arányos a középponti szöggel, ezért	1 pont
$\alpha = \frac{i}{K} \cdot 360^\circ = \frac{60}{2 \cdot 25 \cdot \pi} \cdot 360^\circ \approx 137,5^\circ$ a középponti szög.	2 pont
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>

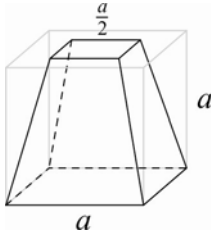
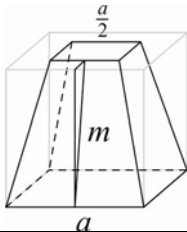
2. Egy szabályos négyoldalú gúla alakú piramis magassága 49 méter, az alapél hossza 77 méter. Mekkora szöget zár be az alaplap az oldallappal? Készíts ábrát is!	
Az ábra a szög helyes megjelölésével:	1 pont
	
$\operatorname{tg} \alpha = \frac{49}{38,5} \Rightarrow \alpha \approx 52^\circ$	2 pont
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>

3. Egy alapjára állított kúpba a csúcsánál vizet öntünk. A kúp térfogatának hány %-át foglalja el a benne levő víz, ha a magasság kétharmadára töltjük fel?	
A felső kis kúp hasonló az eredeti nagy kúphoz,	1 pont
	
A hasonlóság aránya 3.	1 pont
A hasonló testek térfogatának aránya a hasonlóság arányának köbe, így a kis kúp térfogata a nagy kúp térfogatának 27-ed része.	1 pont
A megtöltött térfogat a kúp térfogatának $\frac{26}{27}$ része, ami $\frac{26}{27} = 0,963$ miatt 96,3%.	1 pont
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>

4. Egy gömb alakú lufi felszíne $22 \text{ cm}^2$ . Mennyivel lesz több a felszíne, ha a sugarát megduplázva felfújjuk (az alakja most is gömb lesz)?	
A két gömb hasonló egymáshoz, és hasonló testek felszínének aránya a hasonlóság arányának négyzete, így	1 pont
a lufi felszíne négyszeresére növekszik.	1 pont
A különbség $3 \cdot 22 = 66 \text{ cm}^2$ .	1 pont
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>

5. Egy kis kocka éle 3 cm. Mekkora az ábrán látható, kis kockákból összerakott test felszíne?	
	
Egy oldallap területe $3^2 = 9 \text{ cm}^2$ .	1 pont
A testet határoló négyzetek száma: 28, így a felszín	1 pont
$9 \cdot 28 = 252 \text{ cm}^2$ .	1 pont
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>
<i>Megjegyzés:</i> Ha a tanuló rosszul számolja össze a határoló négyzeteket, de a szorzást a rossz részszámítás eredményével helyesen végzi el, akkor 2 pont jár neki.	

6. Mekkora az ábrán látható ház tetőterének térfogata? A veszteségek miatt 5%-ot rászámolva hány $\text{m}^2$ cserépet kell vásárolni a tető befedéséhez?	
	
A tető háromszög alapú hasáb, az alaplappal (azaz a tető) magassága	2 pont
$\sqrt{4,3^2 - 2,5^2} \approx 3,5 \text{ m}$ .	
Az alaplappal területe $T = \frac{5 \cdot 3,5}{2} = 8,75 \text{ (m}^2\text{)}$ ,	1 pont
a hasáb térfogata $V = T \cdot m = 8,75 \cdot 12 = 105 \text{ m}^3$ .	2 pont
A tető két téglalapról áll, a felszíne: $A = 2 \cdot 12 \cdot 4,3 = 103,2 \text{ (m}^2\text{)}$ .	1 pont
A veszteséget rászámolva $103,2 \cdot 1,05 = 108,36 \approx 110 \text{ m}^2$ cserépet szükséges.	2 pont
<b>Összesen:</b>	<b>8 pont</b>

<p>7. Egy 60 cm élű fakockából olyan négyzet alapú egyenes csonkagúlát faragunk ki, amelynek alapéle megegyezik a kocka élével, fedőéle épp a kocka élének a fele, testmagassága pedig megegyezik a kocka élével.</p> <p>a) A kocka térfogatának hány %-át kell eltávolítani?</p> <p>b) Ennek a csonkagúlának a palástját lemezekből hegesztjük össze úgy, hogy hiányzik a fedőlap és az alaplapp. Mennyi festék kell az alakzat lefestéséhez, ha azt kívül is, és belül is egy rétegben le szeretnénk festeni és 1 l festék 8 m<sup>2</sup>-re elegendő? A lemez vastagságát tekintjük nullának!</p>	
<p>A helyes ábra elkészítése (természetesen az is jó, ha konkrét távolságadatokat ír a tanuló az ábrára akár deciméterben, akár méterben):</p>	<p>1 pont</p> 
<p>a) A csonkagúla alapterülete <math>T = a^2</math> (<math>= 3600 \text{ cm}^2</math>), a fedőlap területe <math>t = \left(\frac{a}{2}\right)^2</math> (<math>= 900 \text{ cm}^2</math>).</p>	<p>2 pont</p>
<p>A csonkagúla térfogata <math>V = \frac{M}{3}(t + T + \sqrt{t \cdot T}) = \frac{a}{3}\left(a^2 + \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{2}\right) = \frac{7}{12}a^3</math> (<math>= 126000 \text{ cm}^3</math>).</p>	<p>2 pont</p>
<p>A hulladék <math>a^3 - V = \frac{5}{12}a^3</math> (<math>= 90000 \text{ cm}^3</math>), ami a kocka térfogatának</p>	<p>1 pont</p>
<p><math>\frac{5}{12}</math> része; <math>\frac{5}{12} \approx 0,42</math> miatt kb. 42%.</p>	<p>1 pont</p>
<p><i>Megjegyzés:</i> Akkor is jár a maximális pontszám, ha a tanuló konkrét számértékekkel kapja meg a helyes eredményt: <math>\frac{90000}{60^3} = \frac{90000}{216000} \approx 0,42</math>.</p>	
<p>b) Az oldallapok trapézok, magasságuk Pitagorasz-tétellel meghatározható:</p>	
<p><math>m = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{17}{16}a^2} = \frac{\sqrt{17}}{4}a \approx 61,8 \text{ (cm)}</math>, a trapéz területe</p>	<p>2 pont</p>
<p><math>T_{\text{trapéz}} = \frac{a+c}{2} \cdot m = \frac{3}{4}a \cdot \frac{\sqrt{17}}{4}a = \frac{3\sqrt{17}}{16}a^2 \approx 2783,1 \text{ (cm}^2\text{)}</math>, a felszín ennek négyszerese:</p>	<p>2 pont</p>

$A = 4 \cdot T_{\text{trapéz}} \approx 11132,4 \text{ cm}^2 \approx 1,12 \text{ m}^2.$	1 pont
A szükséges festék mennyisége: $\frac{2 \cdot 1,12}{8} = 0,28$ liter.	2 pont
<b>Összesen:</b>	<b>14 pont</b>

<b>A dolgozatra kapható maximális pontszám:</b>	<b>38 pont</b>
---	----------------

Javasolt ponthatárok:

33 – 38: jeles

13 – 19: elégséges

26 – 32: jó

0 – 12: elégtelen

20 – 25: közepes