
SZÁMTULAJDONSÁGOK, SZÁMKAPCSOLATOK

11. modul

KÉSZÍTETTE: ZSINKÓ ERZSÉBET

MODULLEÍRÁS

A modul célja	A számnevek képzési rendjének tudatosítása az 1000-es számkörben. Számok nagyság szerinti összehasonlítása, közös tulajdonságaik felismertetése; adott számok felismert tulajdonságainak, kapcsolatainak belátása eszközhasználattal.
Időkeret	3 óra
Ajánlott korosztály	8-9 évesek; 3. osztály; 9 hét
Modulkapcsolódási pontok	<i>Tágabb környezetben:</i> keresztantervi <i>NAT szerint:</i> Környezeti nevelés, technika, testnevelés, ének–zene; <i>Kompetenciaterület szerint:</i> szociális és környezeti. <i>Szűkebb környezetben:</i> saját programcsomagunkon belül 3. Számtulajdonságok, számkapcsolatok a 100-as számkörben 16. Összeadás, kivonás az egy 0-ra végződő számok körében 18. Összeg és különbség számítása és becslése tízesekre kerekített értékekkel 19. Szorzatok számítása <i>Ajánlott megelőző tevékenységek:</i> 10. Számok nevének, jelének, nagyságának megismerése 1000-es számkörben <i>Ajánlott követő tevékenységek:</i> 12. Az ismeretek alkalmazása
A képességfejlesztés fókuszai	<i>Számlálás, számolás:</i> Számlálás egyesével, tízesével számtáblázatokban. <i>Becslés, mérés, valószínűségi következtetés:</i> Pontos szám, közelítő szám, kerekített érték; számok közelítő helye számegegyesen. <i>Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás:</i> Adott egységhez és mérőszámhoz tartozó mennyiség előállítás, szövegalkotás. <i>Rendszerezés, kombinativitás:</i> Számtáblázatok hasonlóságának tudatosítása, a számok képzési rendje; számalkotások adott feltételek szerint. <i>Induktív, deduktív következtetés:</i> Néhány konkrét elem tulajdonságainak megfigyelése alapján következtetés további, hasonló tulajdonságú elemekre; a felismert tulajdonságok belátása eszközhasználattal.

AJÁNLÁS

A számfogalom-építésében a valóságos meg- és leszámlálásoktól, a gyakorlatban elvégzett meg- és kimérésektől eljutunk az elvont számokig. Ezeken az órákon a táblázatba rendezett számok megfigyelésével tudatosítjuk a számok képzési rendjét, ezzel is hozzájárulunk az absztrakciók formálásához. Ehhez kapcsoljuk a számegyeneseken való tájékozódást, mert ez szemléletesen jeleníti meg a számok nagyságviszonyait. A számok kerekített értékét a fogalom lényege szerint ismerik meg a gyerekek. Tehát nem a kerekítés szabályát állítjuk központba, hanem olyan kerek számot keresünk, (kerek százast vagy kerek tízest), amely nagyságával a legjobban képviseli a számot.

A matematikai tartalmak feldolgozását támogató tevékenységek, feladatok, játékok alkalmasak az összességátás szemléletének formálására, a pontos és a körülbelüli értékek célszerű megválasztására, a biztos és a „szerintem igaz lesz” megkülönböztetésére, a memória fejlesztésére.

TÁMOGATÓRENDSZER

C. Neményi Eszter–Wéber Anikó: *Matematika tankönyv*, általános iskola 3. osztály, Nemzeti Tankönyvkiadó, 1998.

C. Neményi Eszter–Wéber Anikó: *Matematika munkafüzet*, általános iskola 3. osztály, Nemzeti Tankönyvkiadó, 1998.

C. Neményi Eszter–Wéber Anikó: *Kézikönyv a matematika 3. osztályos anyagának tanításához*, Nemzeti Tankönyvkiadó–Budapesti Tanítóképző Főiskola, Budapest

ÉRTÉKELÉS

- Meg tudják-e ítélni számok nagyságát, nagyságrendjüket
 - tudnak-e számokat nagyság szerint sorbarendezeni,
 - tudnak-e számegyenesen számtáblázatokban tájékozódni.
- Tudják-e a számok egyes, tízes, százast szomszédjait;
- Tudnak-e jellemezni számokat számtulajdonságok alapján (számjegyek, számszomszédok, paritás, kerekített érték), összehasonlítani számokat számkapcsolatok szerint.

MODULVÁZLAT

Időterv:

1. óra: I/1. II/1–4.

2. óra: II/5–8.

3. óra: II/9–13.

	Lépések, tevékenységek (a melléletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képeségek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése						
	1. Szám táblázatok hasonlóságának tudatosítása, a számok képzési rendje; Számtulajdonságok előkészítése memória-fejlesztéssel	rendszerezés, deduktív lépések	minden gyerek, minőségi differenciálás	frontális, majd önálló és csoportmunka, feladatadás	tevékenykedtetés	1., 2. melléklet, lyukas-tábla (t/16.), hurkapálca, szívószál, színes fólia, 1. feladatlap, 2. melléklet
II. Az új tartalom feldolgozása						
B C	1. Számok válogatása	megfigyelés, összességlátás, téri tájékozódás	minden gyerek, Minőségileg, illetve eszközhasználatban differenciálható	csoportmunka, önálló munka	számok gyűjtése	1. feladatlap, 2. melléklet
	2. Számkitalálás halmazszűkítéssel	összességlátás, halmaz- és térszemlélet	minden gyerek	csoportmunka	tevékenykedtetés	állványra helyezett szám táblázatok
	3. Számbarkochba	állításokat igazgató tévő elemek válogatása	minden gyerek	csoportmunka	tevékenykedtetés	állványra helyezett szám táblázatok

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képeségek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	4. Számalkotások adott feltételek szerint	alkotó gondolkodás, kombinatívítás	minden gyerek	csoportmunka	tevékenykedtetés	állványra helyezett számtáblázatok, színes fóliák
	5. Előkészítés a pontos szám, közelítő szám fogalmáról valóság tartalommal	becslés, mérés, mennyiségi következtetés	minden gyerek	csoportmunka	tevékenykedtetés	papírcsíkok, 2. feladatlap 3. melléklet
	6. Számok közelítő helye a számegyenesen	számlálás, rendszerezés, mennyiségi következtetés	minden gyerek	frontális munka	megfigyelés, tevékenykedtetés	Számegyenes
	7. Számok kerekítése, a kerekítés szabályai	számlálás, mérés	minden gyerek, eszközhasználatban differenciálható	frontális munka, csoportmunka	tevékenykedtetés, tanítói közlés	4. melléklet, 2. feladatlap
B	8. Számok kerekítése, a kerekítés szabályainak gyakorlása	számlálás, mérés	a lemaradók	egyéni munka	gyakorlás tanítói segítséggel	2. feladatlap
C	8. Számok előállítása a kerekített értéknek megfelelően	számlálás, induktív következtetés	kreatívabb gyerekek, mennyiségben differenciálható	egyéni, illetve csoportmunka	önálló munka, gyűjtőmunka	2. feladatlap
	9. Tevékenységek idegen számrendszerben	számlálás	minőségileg differenciálható	frontális, majd csoportmunka	tevékenykedtetés, tárlatlatogató	játékpénz, 19/2. melléklet, 5., 6. melléklet
	10. Számok sokféle alakjának azonosítása	megfigyelés, összehasonlítás, becslés	minden gyerek	csoportmunka	beszélgetés	6. melléklet
	11. Adott feltételeknek megfelelő számtulajdonságok, számalkotások	becslés, számolás, mennyiségi következtetés	minden gyerek, eszközhasználatban differenciálható	csoportmunka, frontális megbeszélés	hibakeresés	6. melléklet, 19/2. melléklet
	12. Mennyiségek összehasonlítása	problémamegoldás	minden gyerek	frontális munka	önálló munka	3. feladatlap

A FELDOLGOZÁS MENETE

Az alábbi, részletes leírás célja elsősorban egyféle minta bemutatása. Nem lehet és nem szabad kötelező jellegű előírásnak tekinteni. A pedagógus legjobb belátása szerint dönthet a részletek felhasználásáról, módosításáról vagy újabb variációk kidolgozásáról.

Szám tulajdonságok, számkapcsolatok	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése	
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>1. Számtáblázatok hasonlóságának tudatosítása, a számok képzési rendje; szám-tulajdonságok előkészítése memória-fejlesztéssel</p> <p><i>Előkészítő feladatként felidézünk a számok egyesével növekvő sorozatát 100-ig táblázatba rendezve. Az elrendezett számok megfigyelt tulajdonságait kiterjesztjük majd az 1000-es számkörre.</i></p> <p>Elhelyezzük a táblázatot (t/16.) a táblára (1. melléklet).</p> <p>1. „Figyeljétek meg a táblázatot, hogyan rendezték el a számokat! Fényképezzétek le a szemetekkel, aztán hunyjatok!</p> <p>Állításokat mondok. Ha hamisnak vélték az állítást, emeljétek fel a fejeteiket!</p> <p>a) A táblázat utolsó oszlopában csak kétjegyű számok vannak. b) Az első sorban van az összes egyjegyű szám. c) Az utolsó sorban lévő számok mindegyike 9-re végződik.</p> <p>d) A második oszlopban van az összes olyan szám, amelyiknek van 1-es számjegye. e) A színes átlóban lévő számoknak csak egyféle számjegyük van.”</p> <p><i>A 100-nál nagyobb számok képzési rendje tudatosodhat a gyerekekben, ha elkészítünk néhány hasonló, kerek százastól, majd kerek tízestől induló táblázatot. Azáltal is segítjük ennek a képzési rendnek a kiemelődését, hogy hiányos táblázatot egészítettünk ki, valamint nem kérjük az összes szám leírását egy kijelölt intervallumból. Így, az egyesével történő számlálás helyett az egy sorba vagy egy oszlopba vagy átlós irányba kerülő számok közös tulajdonságára irányítjuk a gyerekek figyelmét.</i></p> <p><i>Ezt támogatja az 1. feladatlapon 1. feladata.</i></p>	<p>A gyerekek körülbelül fél percig figyelik a már ismert táblázatot, aztán fejüket a padra hajtva elképzelik azt, és döntenek az állítások igazságáról.</p> <p>a) h, mert a 9 is ebben az oszlopban van, és az egyjegyű szám. b) i, 10 db egyjegyű szám van, és azok az első sorban vannak. c) h, az utolsó sor számai 9-cel kezdődnek (A 9-re végződő számok az utolsó oszlopban vannak). d) h, mert a második sorban lévő számoknak is van 1-es számjegyük. e) i.</p>

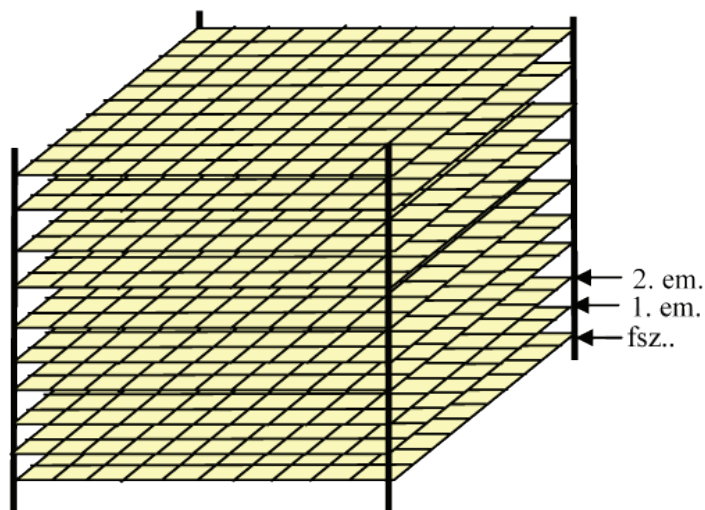
A feladatlap önálló megoldását követően végezzenek a gyerekek önellenőrzést a 2. melléklet fóliáival.

„Figyeljétek meg az egy oszlopba tartozó számokat! Mondjatok róluk igazat!”
A táblázatokban megfigyelt tulajdonságot használjuk ki a következő, állványra helyezett számtáblázatokban.

Előkészítés: minden csoport számára a térbeli amőba-játékhoz hasonló eszközt készítünk a gyerekekkel közösen a leírás szerint.

Szúrjunk egy lyukas táblába 4 hurkapálcát, és készítsünk vastagabb szívószálból 40 darab 2 cm-es szinttartót. Lyukasszuk ki a 2. melléklet fóliáit a sarkokban, és csoportonként osszuk ki a gyerekeknek!

„Helyezzétek a táblázatokat állványra! Fűzzétek mindegyik hurkapálcára egy-egy szívószál-darabot, és fűzzétek fel az első táblázatot, amelyen 0–99-ig vannak a számok! Nevezzük ezt a szintet földszintnek! A következő szint az a táblázat legyen, amelyiken a 100 a kezdő szám! (Folytassátok a számok növekvő sorozatának megfelelően.) Ezt ismételjétek meg addig, amíg mindegyik táblázat az állványra kerül! Ezek lesznek az emeletek. Milyen számok kerülnek a 2. emeletre? Hányadik emeleten vannak azok a számok, amelyekben 6 százast van?



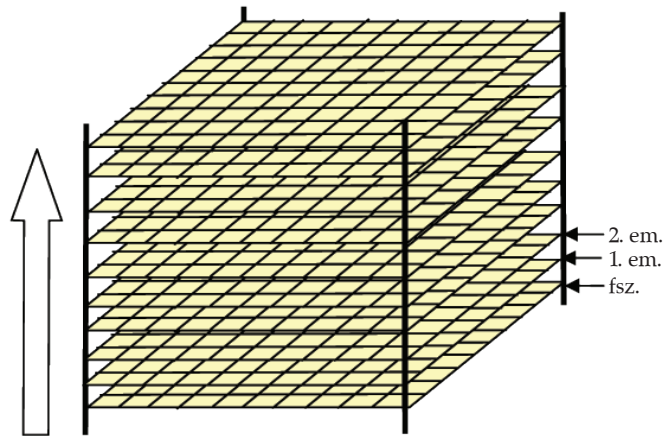
A hiányos táblázatok kiegészítésével ráirányul a figyelmük a számok alakjának a vizsgálatára. Szerepet kap az azonos helyiértékeken álló számjegyek vizsgálata.

Megfigyelhetik a gyerekek, hogy ha tíz számot írunk a táblázat soraiba, és egyesével növekvő sorrendben következnek a számok, akkor bárhonnan indulva, tíz lépés után az induló szám alatti mezőbe érünk. Tehát az oszlopokban lefelé lépegetve tízesével növekednek a számok. Az egyesek száma nem változik, csak a tízeseké nő mindig eggyel. (Ez akkor is igaz, amikor 90 tízest tartalmazó számtól indulunk, csak éppen a 10 tízesből 1 százast készítünk, és ezt már a százastoknál jegyezzük.)

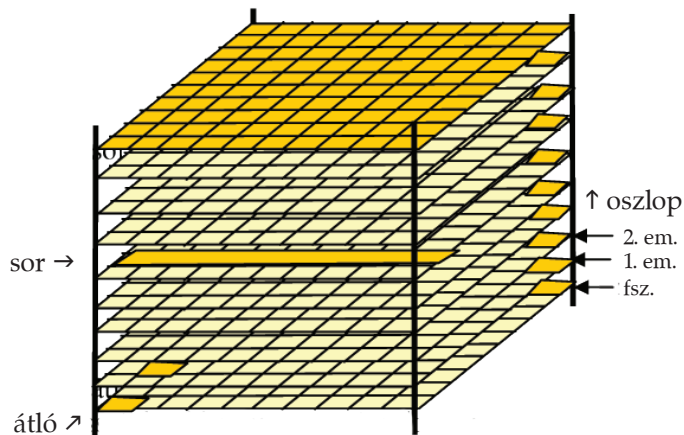
A gyerekek a tanítói irányítást követve elkészítik az állványokat, elhelyezik ezeken a táblázatokat.

Megfogalmazzák a 2. emeleten található számok közös tulajdonságát:
A százastok helyén 2-es áll.
A 6. emeleten vannak azok a számok melyekben 6 százast van.

Figyeljétek meg, milyen távol vannak a függőlegesen egy oszlopba került számok egymástól!



Válasszatok ki színes fóliával valamelyik szintet, egyik szinten sort, oszlopot, átlót, vagy függőlegesen oszlopot...



Alkossatok a kiválasztott számokról igaz állítást, és írjátok ezt egy cédulára. Például: az egyesek helyén álló számjegye 0. Három ilyen állítást készítsétek! Hagyjátok az asztalotokon a fóliákat is, és a cédulákat is összekeverve. Cseréljétek helyet a szomszédos csoporttal (a tanító jelölje ki, hogy melyik csoportok cseréljenek helyet!), olvassátok el az általuk írt állítást, és végezzétek el a színes fóliákkal a letakarást.

Megbeszéljük, melyik sort, oszlopot, átlót, szintet... választják, megfogalmazzák a számok közös tulajdonságait, és leírják egy-egy darab papírra.

Például:

Szintek:

- 5 százaz van benne;
- 8 százaz van benne...

Adott szinten sor vagy oszlop vagy átló:

- 7 százaz és 7 tízes van benne;
- 7 százaz és 3 egyes van benne;
- 7 százaz van benne, a tízesek és egyesek összege 9...

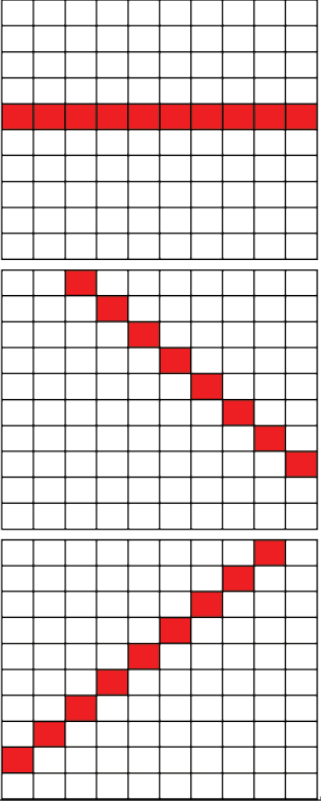
Függőleges oszlop:

- 9 tízese és 9 egyese van...

Helyet cserélnek a szomszédos csoporttal, és megkeresik a talált számtulajdonságoknak megfelelő számokat.

Ezzel a kétirányú tevékenységgel tudatosodik számukra a számok képzési rendje az 1000-es számkörben.

Miután a gyerekek letakarták a megfelelő számokat, a helyükön ellenőrzik az ő „feladványuk” megoldását.

	<p>b) 400, 410, 420, 430, 440, 450, 460, 470, 480, 490</p> <p>c) 20, 130, 240, 350, 460, 570, 680, 790</p> <p>d) 80, 170, 260, 350, 440, 530, 620, 710, 800</p>	
<p>2. Számkitalálás halmazszűkítéssel Szervezzük a feladatmegoldást csoportmunkában! Adjunk a csoportoknak egy írólapot, amelyre lejegyezhetik a számokat! „Az állványra írt számok közül gondoltam egy számot. Elárulom róla, hogy – számjegyeinek összege 4. Emeljétek ki a táblázatokon a számokat! Hogyan gondoltok? – háromjegyű; – vannak egyforma számjegyei; (Hány lehet?) – kisebb 400-nál; – kerek tízes.”</p>	<p>– 400, 301, 310, 202, 211, 220, 103, 112, 121, 130, 40, 31, 22, 13, 4</p> <p>– 400, 301, 310, 202, 211, 220, 103, 112, 121, 130</p> <p>– 400, 202, 211, 220, 112, 121</p> <p>– 202, 211, 220, 112, 121</p> <p>– 220</p>	

<p>Ha van rá időnk, átadhatjuk a csoportoknak az új feladatalkotás lehetőségét. „Most mindegyik csoport gondolhat egy számra. Beszéljétek meg, milyen tulajdonságokat árultok el a számról, amelyek alapján a többiek kitalálhatják az általatok gondolt számot!”</p>	<p>A csoportok tulajdonságokat fogalmaznak meg a gondolt számról.</p>																								
<p>3. Számbarkochba A számbarkochba a szűkítés egy másik megjelenési formája. „Barkochbázzunk! A számállványon található számok közül gondoltam egy számot, kérdezzetek!”</p> <p>Csoportonként fogalmazzanak meg a gyerekek egy-egy kérdést. Ha valamelyik csoport úgy gondolja, hogy ő már tudja a gondolt számot, kézfeltartással jelzik, a számot leírják egy cédulára, és átadják a tanítónak. Ezután a többi csoport még kérdezhet, ha nekik szükségük van további tulajdonságok megfogalmazására. Az nyeri a játékot, aki kevesebb kérdéssel találta ki a gondolt számot.</p>	<p>A gyerekek számbarkochbát játszanak, miközben a számállványon a számok letakarásával követhetik a halmazszűkítést.</p> <p>Ilyen kérdéseket várunk: – Az 5. szint alatt van? – A százask helyén páros számjegy áll? – Kerek tízes?...</p>																								
<p>4. Számalkotások adott feltételek szerint <i>Összetett tulajdonság is jellemezhet egy-egy számhalmazt. Ilyen tulajdonság pl. háromjegyű és kerek tízes. Ugyanakkor előkerülhet egy másik irányú megközelítés is, amely kombinatorikus gondolkodást igényel.</i> Fontos, hogy kellően tagoljuk az összetett mondatot, várjuk meg a gyerekek tevékenységét! „Írjatok olyan háromjegyű számot, amelynek egyik számjegye 0, de nem kerek tízes, a számjegyeinek összege 10!”</p> <p><i>Ez a megfogalmazás alkalmas arra, hogy megfigyeljük, jól értik-e a gyerekek a számjegyre és a szám egészére vonatkozó tulajdonságokat. Találkoznuk kell a gyerekeknek olyan problémával is, amelynek több jó „megoldása” is van, és persze majd olyannal is, amelynek feltételei nem elégíthetők ki.</i></p>	<p>A táblázatról való kiválasztás a számok letakarásával történik.</p> <p>A számalkotással történő megoldási folyamat: Jelöljük ki a háromjegyű szám számjegyeinek a helyét! Az egyik számjegyről tudjuk. Hogy az 0. A 0 a tízesek vagy az egyesek helyén állhat.</p> <p>Az első két feltétel után: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td style="width: 30px; height: 20px;"></td><td style="width: 30px; height: 20px; text-align: center;">0</td><td style="width: 30px; height: 20px;"></td></tr></table> vagy: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td style="width: 30px; height: 20px;"></td><td style="width: 30px; height: 20px;"></td><td style="width: 30px; height: 20px; text-align: center;">0</td></tr></table> Ez éppen kerek tízes</p> <p>Nem kerek tízes: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td style="width: 30px; height: 20px;"></td><td style="width: 30px; height: 20px; text-align: center;">0</td><td style="width: 30px; height: 20px;"></td></tr></table> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td style="width: 30px; height: 20px; text-align: center;">/</td><td style="width: 30px; height: 20px; text-align: center;">/</td><td style="width: 30px; height: 20px; text-align: center;">0</td></tr></table></p> <p>A számjegyeinek összege 10: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td style="width: 30px; height: 20px; text-align: center;">1</td><td style="width: 30px; height: 20px; text-align: center;">0</td><td style="width: 30px; height: 20px; text-align: center;">9</td></tr></table> ... <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td style="width: 30px; height: 20px; text-align: center;">2</td><td style="width: 30px; height: 20px; text-align: center;">0</td><td style="width: 30px; height: 20px; text-align: center;">8</td></tr></table></p> <p><table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td style="width: 30px; height: 20px; text-align: center;">8</td><td style="width: 30px; height: 20px; text-align: center;">0</td><td style="width: 30px; height: 20px; text-align: center;">2</td></tr></table> ... <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td style="width: 30px; height: 20px; text-align: center;">9</td><td style="width: 30px; height: 20px; text-align: center;">0</td><td style="width: 30px; height: 20px; text-align: center;">1</td></tr></table></p>		0				0		0		/	/	0	1	0	9	2	0	8	8	0	2	9	0	1
	0																								
		0																							
	0																								
/	/	0																							
1	0	9																							
2	0	8																							
8	0	2																							
9	0	1																							

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>5. Előkészítés pontos szám, közelítő szám fogalmáról valóság tartalommal <i>A pontos szám és a közelítő szám közti különbség „megéreztetését” problémafelvetéssel kezdjük. Ehhez hazánk hegyeinek tengerszint feletti magasságai, valamint a helységek távolságai szolgáltatnak adatokat. A megadott adatok méter-, illetve kilométer-pontosságúak.</i> <i>Szervezési feladatok:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – heterogén csoportok létrehozása; – a feladatlapok előkészítése; – papírcsíkok vagy zsinegek kiosztása. <p>A 2. feladatlap 1. feladatát értelmezzük közösen a gyerekekkel. „Mit mutat a táblázat? Hogyan vannak rendezve a táblázatban az adatok? Mit mutat a grafikon? Hogyan vannak rendezve a grafikonon az adatok? Beszéljétek meg, milyen sorrendet érdemes követni a megoldásban, aztán kezdjétek munkához!”</p> <p>A frontális ellenőrzéshez használhatunk írásvetítőt, amelyen színes fóliával kiemelhetjük a táblázat megfelelő adatát és a grafikon megfelelő oszlopát. A feladatról készült dupla fólia a 3. mellékletben található.</p>	<p>A gyerekek beszélgetés keretében értelmezik a feladatot, a megértésről egy-egy példa megmutatásával győzik meg társaikat és tanítójukat. A felsorolt hegyek a táblázatban névsor szerint vannak feltüntetve, míg a diagramon a hegyek magassága szerint növekvő sorban vannak ábrázolva. Indulhatunk a táblázattól, és keressük valamely adat elhelyezkedését a grafikonon, vagy fordítva, a grafikonon valamely oszlophoz keressük meg a táblázat megfelelő adatát. A gyerekek önállóan oldják meg a feladatot, és először csoportban, aztán frontálisan ellenőrzik azt.</p>
<p>A gyorsabban haladó csoportoktól kérhetünk újabb információkat is, például: „Körülbelül mennyivel magasabb a legmagasabb hegy a legalacsonyabbnál? Melyik két hegy magassága között van a legkisebb különbség?”</p>	<p>A gyerekek akár az adatok, akár a grafikon vizsgálatával válaszolhatják meg a kérdéseket.</p>
<p>Megoldatja a 2. feladatlap 2. feladatát. <i>A Magyarország térképén való vizsgálódásnak nem csak motiváló szerepe van a matematika órán. A helyek és a távolságok a megadott adatokkal összehasonlításra, távolságok becslésére, adott távolságra lévő helyek keresésére nyújtanak lehetőséget.</i> A 2. feladatlap 3. feladatában az önálló munka megkezdése előtt „Figyeljük meg néhány város Budapesttől mért távolságát! Olvassatok a térképről!” „Honnan méri ezt a távolságot a valóságban, és mi okoz nehézséget számunkra a távolságok papírcsíkra mérésében?” „Hogyan lehetne ellenőrizni, vajon jó helyre tettük-e a 0 kilométerkő helyét jelölő pontot a Budapestet jelölő folton?”</p> <p>„Figyeljétek meg, hogy mekkora Vác és Esztergom Budapesttől való távolsága! Melyik van messzebb Budapesttől, és mennyivel?”</p>	<p>A frontális beszélgetéskor a gyerekek vizsgálgatják a saját feladatlapjukon található térképet, javaslatot tesznek a 0 kilométerkő helyének megjelölésére, és a helyjóságának ellenőrzésére. Például:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Budapest–Cegléd (70 km) távolsága (körülbelül kétszerese a Budapest–Vác (34 km) távolságnak); – Esztergom és Kecskemét távolsága körülbelül 130 km, ebből próbálunk következtetni 10 km hosszúra; – Kecskemét–Szeged távolsága körülbelül akkora, mint a Kecskemét–Budapest távolság... <p>Budapest–Vác távolsága 34 km, Budapest–Esztergom 46 km. Esztergom 12 km-rel messzebb van Budapesttől, mint Vác.</p>

„Mit tudtok mondani Miskolc és Kaposvár Budapesttől való távolságáról?
„Felismerhető-e a 2 km-es különbség a két eltérés között a papírcsíkon is?”

További összehasonlításokat, összeméréseket is érdemes végezni, mielőtt arra kérjük a gyerekeket, hogy viszonylag jó mércét válasszanak a 10 km-es távolságnak, és ennek segítségével adják meg körülbelül a zöld ponttal jelölt városok távolságát.

*A városok kilométer-pontossággal mért távolsága Budapesttől térképen:
Tata: 70; Siófok: 106; Zalaegerszeg: 224; Szolnok: 97; Debrecen: 226.*

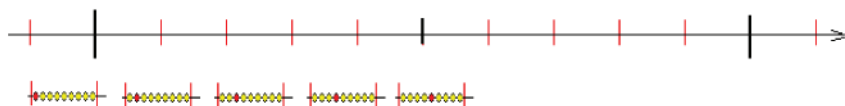
6. Számok közelítő helye a számegyenesen

Az előző feladatban közelítő értékeket adtunk meg, most a számok közelítő helyét keressük a 100-as beosztású számegyenesen.

Előkészítő tevékenységek:

1. Készítsük el a táblára a számegyenes egy darabjának a képét a leírásnak megfelelően:

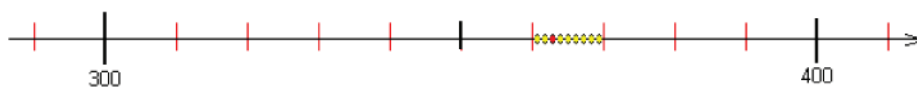
Szúrjunk kalapgumiba 9 gyöngyfejú gombostűt, köztük 1 pirosat (egy egyenesen), a szomszédosakat mindig azonos távolságra egymástól, és erősítsük egy kemény kartonra (a gumi lehetővé teszi, hogy más alkalommal változtassuk a karton méretét). A gombostűk által kijelölt távolság jelölje a 10-es beosztású számegyenes léptékét. Jelöljük ki 10 ilyen távolságot egy egyenesen. Ez kijelöli 100 számnak a helyét. Néhány ilyen beosztású szakasz jól szemlélteti többszáz szám helyét a számegyenesen. A százask elhelyezése után a gyerekek jelölhetik a tízesek helyét. A kartonra erősített mozdítható gyöngyszemek alkalmasak bármelyik szám helyének a kijelölésére.



Kétféle tevékenységet szervezhetünk:

– Megadjuk valamely kerek százask helyét, elhelyezzük valamelyik egyes beosztású számegyenes-darabot valamelyik szakaszon, és leolvastatjuk, melyik szám helyét jelöli ki a piros gyöngyszem.

Például:



Budapest–Miskolc távolsága 179 km, Budapest–Kaposvár távolsága 189 km, így Miskolc 10 km-rel van messzebb Budapesttől mint Kaposvár.

Megjelölnek egy kezdőpontot a papírcsíkon, ez jelöli Budapest helyét, aztán a papírcsík mozgatásával megjelölik a városok fővárostól való távolságát. A bejelölt adatokból következtetnek a célszerű egységre, amely most 10 km-t ér, és ehhez viszonyítva közelítő értékét adják a hiányzó távolságoknak.

Várhatóan 10 kilométeres pontossággal sikerül megadniuk a távolságokat.

A „közelítéssel” azt érzékelik a gyerekek, hogy a százaskok számának kimondása a százaskával beosztott számegyenesen jelöli ki azt a szakaszt, amelyen a szám van, a tízesek számának megadása az előbb kijelölt két százask között mutatja meg a megfelelő tízes hosszúságú szakaszt, és ezen jelöli ki a szám helyét az egyesek száma.

A piros gyöngyszem a 363 helyét jelöli ki.

– A gyerekeknek kell megjelölni a megadott szám helyét. Ilyenkor lassan, tagoltan mondjuk ki a szám nevét!

A tevékenységek közben a gyerekek leolvashatják a százas és a tízes szomszédokat, megfigyelik, melyik százas és melyik tízes szomszédhoz van közelebb a szám.

Néhány feladat kijelölése után adjuk át a gyerekeknek a feladatadó szerepet!

7. Számok kerekítése, a kerekítés szabályai

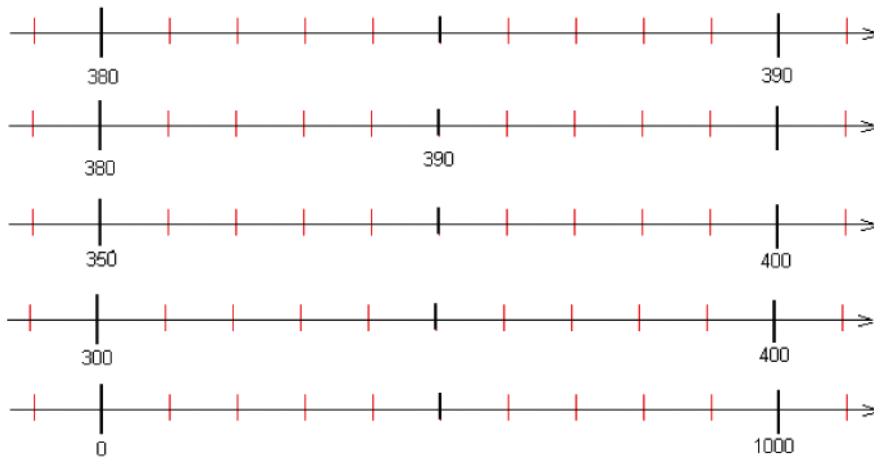
Jó, ha gyakorlottságot szereznek a gyerekek számok elhelyezésében a számegyenesen, de nem elég, ha mindig ugyanakkora egységű számegyenesen helyezik el a számokat. Változtassuk ugyanolyan beosztású, mégis más egységű számegyenesre a képet.

Szervezés:

- 4-5 fős csoportok kialakítása;
- a 4. melléklet kiosztása.

„A csoport minden tagja válasszon egy számegyenest, és jelezze a társainak, ha úgy gondolja, hogy azon a számegyenes-darabon elég pontosan megjelölhető az elhangzó szám helye. Indokoljátok is meg a választásotokat!”

„Keressük a helyét a 384-nek!”



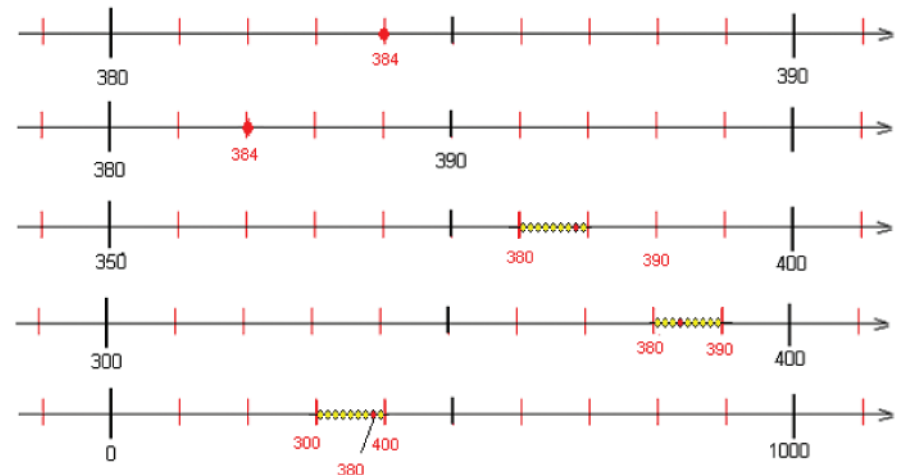
Hívjuk magunk köré azokat a gyerekeket, akiknél az előző feladatmegoldás során bizonytalanságot tapasztaltunk!

Beszélgessünk a számábrázolás nehézségeiről!

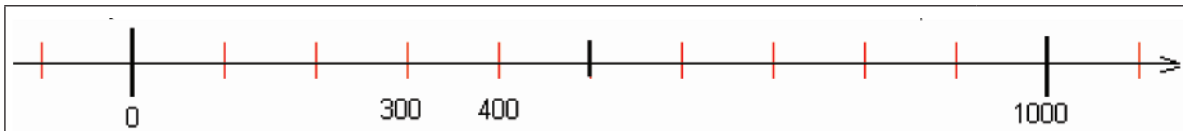
„Amit biztosan tudunk, az, hogy a százas beosztású számegyenesen a 384 helye 300 és 400 között van, és közelebb van a 400-hoz.”

Gyakorlatot szereznek a százasokra és a tízesekre kerekítésben anélkül, hogy megneveznék a fogalmat.

A csoporttagok egymás után bejelölik egy számegyenesen a 384 helyét, és megindokolják döntésüket.



Az ilyen tevékenységek során megtapasztalják a gyerekek, hogy van olyan beosztású számegyenes, amelyiken pontosan lehet jelölni a megadott szám helyét, és van, amelyiken csak körülbelül tudjuk megmutatni, hol van a szám helye.



Megfogalmazhatjuk a kerekítés lényegét:

„Ha csak kerek százásokkal akarnánk a számot közelíteni, akkor 400-zal helyettesítenénk, azt mondjuk, hogy körülbelül 400. A szám százásokra kerekített értéke 400.”

„Amikor a számokat a legközelebbi kerek százassal helyettesítjük, azt mondjuk, hogy százásokra kerekítjük.”

Szakítsuk meg a 384 helyének a megkeresését a százas beosztású számegyenesen, és végezzünk néhány kerekítéssel kapcsolatos feladatot!

„Mennyi a 348 százásokra kerekített értéke?”

„Add meg a 483 százásokra kerekített értékét!”...

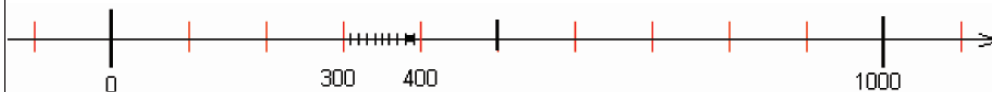
„Válasszátok ki hazánk hegycsúcsai közül, melyikre mondhatjuk, hogy körülbelül 700 méter magas!”

„Oldjátok meg a feladatlap 4. feladatát!”

„Térjünk vissza a 384 ábrázolásához!

Ha használjuk a gyöngysort, pontosabban is meg tudjuk mutatni a 384 helyét, hiszen meg tudjuk jelölni, hogy a 380 és a 390 közé kerül, és közelebb van a 380-hoz, de ezt ilyen beosztásnál nem tudjuk jól szemléltetni. A 384-et tízesekkel helyettesítjük.”

„Amikor a számokat a legközelebbi kerek tízessel helyettesítjük, azt mondjuk, hogy tízesekre kerekítjük.”



Ezzel a szemlélettel legtöbbször elérhetjük, hogy a kerekítés eljárását már maguk a gyerekek fogalmazzák meg. Csupán azt a **megállapodást** kell külön megbeszélniük velük, hogy „a szakasz közepén álló számok kerekített értéke a szakasz „felső” végén álló szám, a szám nagyobb százas, illetve nagyobb tízes szomszédja. Így például a 350 százásokra kerekített értéke 400, a 385 tízesekre kerekített értéke 390.” A 4 tízesekre és százásokra kerekített értéke is 0.

Nem szorul viszont külön magyarázatra, hogy „a 100, 200, ..., 1000 ... százásokra, tízesekre kerekített értéke önmaga, és bármely 0-ra végződő szám tízesekre kerekített értéke szintén maga a szám.”

A megértésről néhány villámfeladat megoldásával győzik meg egymást és a tanítót.

Az 1. feladat táblázatában böngészve, fordított irányú gondolkodást követve, kiválasztják azokat a magasságokat, amelyek 649 méternél nagyobbak, de 750 méternél kisebbek.

A megértést követheti a hegycsúcsok mérőszámának tízesekre kerekítése.

Tanítói kérésre a gyerekek szavakkal megfogalmazzák a kerekítés szabályát.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>8. B) Számok kerekítése, a kerekítés szabályainak gyakorlása Differenciáljuk a gyerekeket az eddigi tevékenységeik alapján! Azok számára, akiknek szükségük van a kerekítés szabályának a begyakorlására, jelöljük ki a feladatlap 5. feladatát, a gyorsabb gondolkodású gyerekeknek adhatjuk az 6. és a 7. feladatot. Végezzünk egyéni ellenőrzést!</p>	<p>A gyerekek önállóan oldják meg a feladatlap 4. feladatát, a nehézségekkel küzdők tanítói segítséget kapnak.</p>
<p>8. C) Számok előállítás a kerekített értéknek megfelelően Nehezebb probléma annak átlátása, hogy mifélek azok a számok, amelyeknek pl. százásokra kerekített értéke 500. Ilyenek gyűjtögetése során jussanak el oda a gyerekek, hogy megkeresik akár az összes ilyen számot, meghatározzák a legkisebb és legnagyobb ilyen tulajdonságút: a legkisebb a 450, a legnagyobb az 549.</p> <p>A 7. feladatban visszatérünk a térkép használatára.</p>	<p>A feladatlap 5. feladatában olyan számokat keresnek, amelyek százásokra kerekített értéke 500. A csoportban való megbeszélés során előkerülő különböző megoldások rávilágíthatnak a megoldási lehetőségek nagy számára, és akár az összes jó szám megtalálására.</p> <p>Ismét a papírcsík segíthet ilyen távolságra lévő helységek gyűjtésében. Az ellenőrzést számológép segítségével végezhetik a gyerekek. Valóság tartalmú adatokhoz kapcsolódóan végeznek az előzőhöz hasonló tartalmú tevékenységet. Belátják, hogy a tízesekre kerekített értékhez kevesebb szám adható meg, így pontosabban közelíthetjük a két város távolságát.</p>
<p>9. Tevékenységek idegen számrendszerben <i>A számrendszeres gondolkodás formálásának a legjobb eszköze, ha lehetőséget teremtünk különböző számrendszerekben való tevékenységekre. Sokféle eszköz kínál erre alkalmat. Szervezhetünk tevékenységeket Dienes-készlettel, színes rudakkal, papírlapokból kivágott síkidomokkal (területeket mérünk össze), és különböző pénzérmeikkel. Az itt megfogalmazott problémákban a különböző „országok” pénzérmeiről van szó, ezekkel tevékenykedünk.</i></p> <p>Szervezési feladatok:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Három vagy hat heterogén csoport kialakítása; – Csoportonként egyfajta játékpénz kiosztása: hármas, négyes, ötös számrendszerhez tartozó játékpénzek (19. modul 2. melléklet); – A játékpénz színtónusával megegyező cédulák és 5-5 könyv, valamint árcédulák készítésére alkalmas papírlapok kiosztása csoportonként; – Csoportoknak szóló táblázatok kiosztása (5. melléklet, 6. melléklet); – Táblára képek elhelyezése (5. melléklet). <p>„Mesevilágban könyvvásárt rendeznek a különböző pénzérmeiket használó országok. Figyeljétek meg a nálatok található pénzérmeiket, és állapítsátok meg, melyik „ország” képviselői lesztek ti!”\</p> <p>„Vegyetek ki a különféle érmékből egyet-egyed, és állítsátok azokat értékük szerint csökkenő sorrendbe! Mi a kapcsolat az érmék között? Hány kisebb értékű érmét lehet egy nagyobb értékűre váltani?”</p>	<p>A gyerekek a terem elrendezésével és hangulatilag felkészülnek a mesevilág könyvvásárára.</p> <p>A gyerekek megismerkednek a Hármas- vagy Négyes- vagy Ötösország játékpénzeivel.</p> <p>Megállapítják, hogy Hármasországban 3, Négyesországban 4, Ötösországban 5 kisebb értékű érme váltható be egy nagyobb értékűre.</p>

„Készítsetek elő 17 Ft-ot, és váltsátok be nagyobb érmékre! Fizessétek ki a 17 Ft-ot a lehető legkevesebb érmevel!”

A táblára helyezett 5. mellékleten behajtuk, vagy letakarjuk a számok tízes számrendszerbeli alakját!

„A táblára tettem a könyvek árlistáit:

Hármas-ország		Négyes-ország		Ötös-ország	
Saját érméssel		Saját érméssel		Saját érméssel	
1021		1021		1021	
2201		2201		2201	
2012		2012		2012	
1220		1220		1220	
201		201		201	

Figyeljétek meg az árakat! Mit gondoltok, melyik ország árulja a legdrágábban a könyveit?

Melyik a legolcsóbban?

Vajon, vannak-e ugyanolyan értékű könyvek? Melyik lehet a legértékesebb könyv?”

Frontálisan irányítjuk a beszélgetést, meghallgatjuk a véleményeket és az érveleket.

„Készítsetek ilyen árakkal árcédulákat, helyezétek el ezeket a könyveiteken, aztán nézzetek körül a vásárban! Válasszatok ki mindegyik ország standján két könyvet, helyezétek a könyvre egy színes cédulát, amely jelzi majd a könyvet árusítóknak a megrendeléseiteket, és hagyjátok ott az egyik megrendelőcédulát!”

„Menjete vissza a saját könyveitekhez, adjátok meg a könyveitek árát a tízes-ország pénzérméivel. Használjátok hozzá a pénzérméiteket! Ellenőrzésként a csoport valamely tagja használhatja a táblán megjelenő összegeket.”

Hármas-ország		Négyes-ország		Ötös-ország	
Saját érméssel	Tízes- országban	Saját érméssel	Tízes- országban	Saját érméssel	Tízes- országban
1021	34	303	51	243	73
2201	73	3030	204	1021	136
2012	59	2020	136	1220	185
1220	51	1021	73	201	51
122	17	1220	104	2010	255

Elvégzik a 17 beváltását: 122(3), 101(4), 32(5)

Megfigyelik a táblán elhelyezett könyvárakat, és véleményt formálnak, becslenek, összehasonlítanak, érvelnek, illetve ellenérveket gyűjtenek.

Beszélgetés közben látható, kiknek fontosak az alakú tulajdonságok, és kik képesek a számjegyek alakja mögött meglátni a valódi értékeket is.

Várható hiba, hogy az azonos alakú számokról többen úgy gondolják, hogy azonos az értékük is, vagy a tízes számrendszerben megszerzett ismeretüket gondolkodás nélkül alkalmazzák az új szituációban, és a 3120 alakú számot tartják a legnagyobbknak.

Ha senkiben sem merül fel, hogy így nem lehet összehasonlítani a számokat, annál nagyobb szükség van a feladatok által kínált tevékenységekre, és annál nagyobb lesz majd a meglepetés.

A gyerekek megosztják a munkát a csoportban, elkészítik és elhelyezik a könyveken az árcédulákat, majd elindulnak a vásárba szétnézni, és a megrendelést jelző cédulák elhelyezésével kiválasztanak a másik két csoport könyvei közül 2–2 könyvet.

Visszatérve a saját asztalukhoz, a játékpénzeket használva kirakják a könyvek árát, és átváltják a számokat tízes számrendszerbe:

Hármas-ország		Négyes-ország		Ötös-ország	
Saját érméssel	Tízes- országban	Saját érméssel	Tízes- országban	Saját érméssel	Tízes- országban
1021	34	303	51	243	73
2201	73	3030	204	1021	136
2012	59	2020	136	1220	185
1220	51	1021	73	201	51
201	17	1220	104	2010	255

„A megrendelésekről készíttetek a Tízország pénzürméinek megfelelő számlákat (írjátok a megrendelőcédulákra a könyvek árát!), és küldjétek el a megrendelőnek!”

„Tudjátok meg, hogyan fizethetitek ki a saját országotok pénzürméivel az általatok megrendelt könyveket!”

Hármas-ország		Négyes-ország		Ötös-ország	
Saját érméssel	Tíz- országban	Saját érméssel	Tíz- országban	Saját érméssel	Tíz- országban

Hármas-ország		Négyes-ország		Ötös-ország	
Saját érméssel	Tíz- országban	Saját érméssel	Tíz- országban	Saját érméssel	Tíz- országban

Megfigyelik, hogy a másik két csoport melyik könyveket rendelte meg, és ezeket a könyveknek az árát felírják tízes számrendszerben a színes megrendelőcédulákra és átadják a megfelelő csoportnak.

A tízes számrendszerben adott számokat idegen számrendszerbe váltják, használva a saját csoportjuk játékpénzét. 2–2 váltást végeznek az alábbiak közül:

Hármas-ország		Négyes-ország		Ötös-ország	
Saját érméssel	Tíz- országban	Saját érméssel	Tíz- országban	Saját érméssel	Tíz- országban
51	1 220	34	202	34	114
204	21 120	73	1021	73	243
136	12 001	59	323	59	214
73	2 201	51	303	51	201
104	10 212	17	101	17	32

Hármas-ország		Négyes-ország		Ötös-ország	
Saját érméssel	Tíz- országban	Saját érméssel	Tíz- országban	Saját érméssel	Tíz- országban
73	2 201	73	1021	51	201
136	12 001	136	2020	204	1304
185	20 212	185	2321	136	1021
51	1 220	51	303	73	243
255	10 0110	255	3333	104	404

Differenciálhatunk azáltal, hogy a gyorsabban haladó csoportok kirakhatják vagy megadhatják a két könyv árának összegét is.

A gyerekek megfigyeléseket végezhetnek a szám tízes számrendszerbeli és más számrendszerbeli alakjáról.

10. Számok sokféle alakjának azonosítása

Az oda-visszaváltást kövesse a számok alakjainak megfigyelése.

1. A különböző számrendszerekben azonos alakban felírt számok nem egyenlők.
2. Ugyanannak a számnak különböző számrendszerekben más az alakja.

A feladat megfogalmazása:

1. „Vannak-e azonos értékű könyvek az ajánlatok között? Melyik könyvek esetében lehetne cserével megoldani a kereskedelmet? Miért?”

A gyerekek a táblázatban található számok között keresik az azonos értékűeket, megfigyelik azok különböző alakjukat.

Hallgassuk meg a véleményeket és az érveléseket. Körbekerítéssel vagy (ha a táblázatba írt számokról készítünk soronként másolatot, akkor) egymás mellé helyezéssel kiemeljük az egyenlő számokat:

73	2201	1021	243
51	1220	303	201

Ezzel tudatosodhat, hogy a számnak többféle alakja van.

„Figyeljétek meg az 1220 alakú számot! Biztosan jól írtuk fel az 51-et Hármassországban? Végződhet 0-ra az 51 más alakja?”

Még ne mondjunk ki semmit, csak sejtessünk! Sokkal több tapasztalatra van szükség!

11. Adott feltételeknek megfelelő számtulajdonságok, számalkotások

Nem szeretnénk idegen számrendszerben számtulajdonságokat tanítani, ezért a következő feladat elsődleges célja, hogy felismerjék a gyerekek, hogy a formai tulajdonságok helyett a tartalmi tulajdonságokra érdemes hangsúlyt helyezni.

A problémafelvetés a páros számokról gyűjtet tapasztalatot nagyobb számok körében.

A feladat megfogalmazása:

2. „Figyeljétek meg a különböző országokban kiállított számlákat! Van-e valamilyen hiba, ha mindegyik számla két-két ugyanolyan könyvről készült?”

Hármassország számlája
Két könyvről saját érmeikkel
12 102

Hármassország számlája
Két könyvről saját érmeikkel
11 101

Hármassország számlája
Két könyvről saját érmeikkel
21 111

Hármassország számlája
Két könyvről saját érmeikkel
1021

Megfogalmazzák, hogy például a 73 Hármassországban négyjegyű, míg ötösben csak háromjegyű szám.

Tanítói provokáció hatására feltűnhet, hogy a Hármassországban nem páratlan számjegyre végződik az 51. Meggyőződnek róla, hogy nincs hiba a szám hármassországrendszerbeli alakjában, így átértékelik a páratlanság formai tulajdonságát.

A gyerekek többféleképpen gondolkodhatnak:

1. megbecsülik, melyik könyv árának a kétszerese szerepel, azt kirakják játékpénzzel, kétszer és beváltanak;
2. kiszámolják mindegyik könyv esetében, mennyit kell fizetni, ha kettőt veszünk;
3. kirakják a két könyv árát és megpróbálják az összeget két egyenlő részre elosztani.

Mindegyik csoport talál hibás számlát, mert helytelenül történt a beváltás.

Hármassország számlája
Két könyvről saját érmeikkel
$12\ 102 = 2201 \cdot 2$
$(=73 \cdot 2)$

Hármassország számlája
Két könyvről saját érmeikkel
$11\ 101 = 2012 \cdot 2$
$(=59 \cdot 2)$

Hármassország számlája
Két könyvről saját érmeikkel
$21\ 111 = 10\ 202 \cdot 2$
<i>(hibás, mert nincs 101 Ft értékű könyv)</i>

Hármassország számlája
Két könyvről saját érmeikkel
$1021 = 122 \cdot 2$
$(=17 \cdot 2)$

A hiba felismerése mellett a gyerekek észrevehetik, hogy két páros számnak is 1-re végződik a hármassországrendszerbeli alakja.

Négyes-ország számlája
Két könyvről saját érméssel
2102

Négyes-ország számlája
Két könyvről saját érméssel
1212

Négyes-ország számlája
Két könyvről saját érméssel
2002

Négyes-ország számlája
Két könyvről saját érméssel
10 100

Ötösország számlája
Két könyvről saját érméssel
2042

Ötösország számlája
Két könyvről saját érméssel
431

Ötösország számlája
Két könyvről saját érméssel
402

Ötösország számlája
Két könyvről saját érméssel
1041

Négyes-ország számlája
Két könyvről saját érméssel
$2102 = 1021 \cdot 2$
(=73*2)

Négyes-ország számlája
Két könyvről saját érméssel
$1021 = 303 \cdot 2$
(=51*2)

Négyes-ország számlája
Két könyvről saját érméssel
$2002 = 1001 \cdot 2$
(hibás, mert nincs 65 Ft értékű könyv)

Négyes-ország számlája
Két könyvről saját érméssel
$10\ 100 = 2020 \cdot 2$
(=136*2)

Ötösország számlája
Két könyvről saját érméssel
$2042 = 1021 \cdot 2$
(=136*2)

Ötösország számlája
Két könyvről saját érméssel
$431 = 213 \cdot 2$
(hibás, mert nincs 58 Ft értékű könyv)

Ötösország számlája
Két könyvről saját érméssel
$402 = 201 \cdot 2$
(=51*2)

Ötösország számlája
Két könyvről saját érméssel
$1041 = 243 \cdot 2$
(=73*2)

<p>„Hogyan gondolkodtatok, hogyan sikerült megtalálni a hibát?” Ha maguktól nem fogalmazznak meg érdekességeket, akkor a tanítói provokáció hatására feltűnhet, hogy a páros számok közül néhány a hármas- illetve az ötös számrendszerben végződik páratlan számra.</p>	<p>A hiba felismerése mellett a gyerekek észrevehetik, hogy két páros számnak is 1-re végződik a hármas számrendszerbeli alakja.</p> <p>A gyerekek beszámolnak a csoport által követett tevékenységről, és megfogalmazzák észrevételeiket.</p>
<p>12. Mennyiségek összehasonlítása <i>A felvetett probléma a tízes számrendszerben végeztet hosszúságjellegű mennyiségek körében váltásokat.</i> „Olvassátok el a feladatlap 2. feladatát, és véleményezzétek azt!” Mindegyik autónak célszerű visszafordulni, bár a 2. autó valószínű nem akadna el az alagútban.</p>	<p>A gyerekek felválthatják a 3 métert 300 centiméterre, és ezzel hasonlítják össze a teherautók, illetve a kamion magasságát, vagy a magasságokról állapítják meg, hogy viszonyulnak a 3 méterhez, azaz a centiméterben megtudott adatot váltják méterre.</p>