

---

# KÉTFELÉ VÁLOGATÁS

---

24. modul

KÉSZÍTETTE: C. NEMÉNYI ESZTER

## MODULLEÍRÁS

<b>A modul célja</b>	A fogalomalkotás matematikai–logikai alapozása az osztályozással, tulajdonság és tagadása közti viszony feltárásával, tudatosításával, halmazokra vonatkozó állítások értelmezésével.
<b>Időkeret</b>	3. óra
<b>Ajánlott korosztály</b>	8–9 évesek; 3. osztály; 20. hét
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: kereszttantervi <b>NAT szerint:</b> környezeti nevelés, énkép, önismeret, tanulás <b>Kompetenciaterület szerint:</b> szociális és környezeti. Szűkebb környezetben: saját programcsomagunkon belül: 3., 11., 12., 25–26., 27. modul.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Megfigyelés; tulajdonságok kiemelése Összességlátás; közös tulajdonság felismerése Ítéletalkotás; megítélés Logikus gondolkodás elemei; tagadás Rendszeralkotás Szövegértés, szövegértelmezés Tudatos és akaratlagos emlékezés.

# AJÁNLÁS

A 6-9 éves gyerekek gondolkodására még jellemző, hogy nem elsősorban a logika szigorú rendjét követik. Igen sokszor befolyásolják döntéseiket, ítélethozatalaikat érzelmeik, vágyaik, tapasztalati tények. Gyakran könnyebben értenek meg helyzeteket, összefüggéseket, kapcsolatokat ezek konkrét megjelenítése segítségével, például konstruálásával, mint elvont logikai úton. És ezt természetesnek kell elfogadnunk.

Emellett azonban már az első iskolai években kezdjük lerakni a logika elemi építőköveit. Az első lépések e téren az „igaz” és a „nem igaz” tudatos megkülönböztetésére, szétválasztására való ránevelést jelentették.

A fogalomalkotásban kulcsszerepe van az osztályozásnak, ezen belül is a kétfelé válogatásnak. Amikor adott dolgokat egy szempont szerint kétfelé válogatunk: valamilyen tulajdonságúakra és nem ilyenekre, akkor ennek a tulajdonságnak a tartalmát, értelmét ragadjuk meg.

A harmadikos gyerekek számára nem új a kétfelé válogatás, s az így létrejövő két részhalmazba tartozó elemek közös tulajdonságának keresése. Ezekben az években célszerű azonban nagyon pontosá és biztonságossá tenni a részek „címkézését”, annak a tulajdonságnak a megragadását, amely az adott részbe tartozó összes dologra igaz, de csak azokra. Javasoljuk, hogy ezeket a tulajdonságokat mindig egyes számban írjuk a címkére: ugyanis a tulajdonságnak egyenként kell teljesülnie ezekre az elemekre. Például a logikai készlet összes piros lapját és csak ezeket összefogó tulajdonság az, hogy **piros**; ami kifejezi, hogy mindegyik lap piros ebben a részben, és azt is, hogy itt van az összes piros. (Ennek a szokásnak legfőbb hasznát akkor tapasztaljuk majd meg, amikor összetett tulajdonságokat alkotunk, olyanokat, amelyek egyszerre két szempont szerinti válogatásokhoz tartoznak.)

Ezzel az építkezéssel párhuzamosan tanuljuk tudatosan értelmezni azokat a kijelentéseket, amelyek egy-egy halmazra vonatkoznak (kvantoros állítások), de e téren is türelmeseknek kell lennünk: nem foglalkozunk ebben az évben mindenféle esettel.

## TÁMOGATÓRENDSZER

C. Neményi Eszter–Weber Anikó: *Kézikönyv a matematika 3. osztályos anyagának tanításához*. Nemzeti Tankönyvkiadó – Budapesti Tanítóképző Főiskola, Budapest, 114–125. old.

## ÉRTÉKELÉS

A modulban **figyeljük** a gyerekek gondolkodásának fejlődését, de a gondolkodás fejlettsége legtöbbször nem a tanulók igyekezetén múlik!

Gondoskodunk arról, hogy az elemek kétfelé válogatása során megértsék, hogy minden elemnek helye van a kettő közül az egyik részben, de csak az egyikben. (Nincs határeset: a kétértékű logikában bármi és a tagadása közül az egyik igaz, a másik téves, azaz a kettő közül csak az egyik igaz.) Az értékelésünk fő tartalmi szempontját jelentse ennek megértése.

Emellett értékeljük a munkában való részvételt, az egymás segítségét, a szóbeli és írásbeli megnyilatkozások rendezettségét, szépségét, és az e területeken végbemenő fejlődést.

## MODULVÁZLAT

Időterv: 1. óra kb. I./1 és II./1–6.

2. óra kb. II./7–10.

3. óra kb. II./11–16.

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
<b>I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése</b>						
	<b>1. Barkochba hagyományos szabállyal: a gyerekek közül válogatunk</b>	osztályozás, logikus gondolkodás	egész osztály	közös	játék	–
<b>II. Az új tartalom feldolgozása</b>						
	<b>1. Számok szétválogatása különféle szempontok szerint: osztályozás (akárhány osztályba való besorolás)</b>	osztályozás, megfigyelés; azonosítás, megkülönböztetés, összességlátás	egész osztály	csoportos	tevékenykedtetés, megbeszélés, ellenőrzés	számkártyák csoportonként (1. melléklet)
	<b>2. Barkochba a számkártyákkal: válogatás kétfelé</b>	osztályozás, logikus gondolkodás, megfigyelés; azonosítás, megkülönböztetés, összességlátás	egész osztály	frontálisan irányított	tevékenykedtetés, játék	számkártyák csoportonként (1. melléklet)
	<b>3. Fordított barkochba a logikai készlet elemeivel: különféle alaphalmazok kétfelé válogatása, közös tulajdonság keresése</b>	összességlátás, megfigyelés; azonosítás, megkülönböztetés Induktív és deduktív lépések	egész osztály	csoportos	játék	logikai készlet (csoportonként egy), tulajdonságkártyák (2. melléklet)
	<b>4. „Rontó játék” a logikai lapokkal a kvantoros állítások értelmezésére</b>	összességlátás, szövegértés	egész osztály	csoportos	játék	logikai készlet

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	5. A „címkézés” szigorú szabályának megismerése: válogatás adott, halmazokra vonatkozó állítások szerint; tulajdonság és tagadása	megfigyelés, osztályozás, összességlátás, szövegértés	egész osztály	csoportos	tevékenykedtetés, vita, bemutatás, magyarázat	logikai készlet, 3. melléklet demonstrációs eszköz
	6. A kétfelé válogatás gyakorlása	ismeretek alkalmazása, osztályozás, összességlátás, szövegértés	egész osztály	frontálisan irányított egyéni	gyakorlás	logikai készlet
	7. Fordított barkochba számokkal: különféle alaphalmazok kétfelé válogatása, közös tulajdonság keresése	összességlátás, megfigyelés, azonosítás, megkülönböztetés, induktív és deduktív lépések	egész osztály	csoportos	játék	tulajdonságkártyák (2. melléklet)
	8. Kétfelé válogatás: adott az egyik rész meghatározó tulajdonsága, keressük a másik rész tulajdonságát (a tagadás különféle kifejezései) „Kiveszek az adott részből egy elemet. Mit tudsz biztosan róla?”	összességlátás, absztrahálás	egész osztály	csoportos	játékos gyakorlás	szókartyák (4. melléklet), bögrék képe (5. melléklet)
	9. Adott válogatások címkéinek meghatározása; elrontott válogatások javítása; „Kakukktójás”-játék	összességlátás, absztrahálás	egész osztály	csoportos	játékos gyakorlás	1. feladatlap (6. melléklet)
	10. Halmazos barkochba a kvantoros állítások értelmezéséhez	összességlátás, absztrahálás, szövegértés	egész osztály	frontálisan vezetett	játék	színes lapok (7. melléklet)

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	<b>11. Kétfelé válogatások; tulajdonság és tagadása: külön-külön mindegyik elem ellenőrzése</b>	összességlátás, absztrahálás, szövegértés; jelek értelmezése	egész osztály	közös	tevékenykedtetés; beszélgetés, megbeszélés	útrajz (útvonal tárgyakkal határolva); útjelző táblák (8. melléklet); 1. osztályos autós kártyakészlet
	<b>12. „Hazudós cédulák”: mi van a dobozokban?</b>	logikus gondolkodás, szövegértés	egész osztály; esetleg csak a fejlettebb gondolkodásúak	közös	tevékenykedtetés; beszélgetés, vita, ellenőrzés	három doboz, 3 piros és 3 kék golyó; „Hazudós cédulák” (9. melléklet)
	<b>13. Társasjáték állítások értelmezésére és a véletlenről való tapasztalatszerzéshez</b>	szövegértés, összességlátás, valószínűségi érzés, valószínűségi gondolkodás	egész osztály	csoportos	tevékenykedtetés; játék, beszélgetés, vita	csoportonként: 4 piros, 2 zöld és 1 sárga golyó; nem átlátszó zsákocskában; 1 játéktábla (Ak/1.) (10. melléklet), eseménykártya-készlet (11. melléklet) és bábuk




	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	<b>14. Logikai feladványok állítások tagadásának alkalmazásával (állítás és tagadása közül az egyik igaz, a másik téves)</b>	szövegértés emlékezet, következtetés, dedukciós lépés	egész osztály	frontális és csoportos	beszélgetés, vita, tanulói ma- gyarázat	–
	<b>15. Fordított barkochba</b> a) számokkal b) szavakkal c) geometriai alakzatokkal	megfigyelés, logikus gondolkodás (dedukciós lépések), absztrakció	egész osztály	csoportos	játék; játékos gyakorlás	színes síkido- mok (7. melléklet)
	<b>16. Házi feladat</b>	logikus gondolkodás, ismeretek alkalmazása	egész osztály	egyéni	gyakorlás	2. feladatlap (13. mellék- let)

## A FELDOLGOZÁS MENETE

Az alábbi, részletes leírás célja elsősorban egyféle minta bemutatása. Nem lehet és nem szabad kötelező jellegű előírásnak tekinteni. A pedagógus legjobb belátása szerint dönthet a részletek felhasználásáról, módosításáról vagy újabb variációk kidolgozásáról.

Kétfelé válogatás	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése	
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p><b>1. Barkochba hagyományos szabállyal: a gyerekek közül válogatunk</b>  <i>Szervezés:</i> a terem 4-fős csoportok számára van elrendezve.          „Valakit meg szeretnék kérni, hogy segítsen kiosztani a következő feladat számkártyáit. Találjátok ki, hogy kire gondoltam! Úgy játszunk, hogy aki tudja már magáról, hogy nem rá gondoltam, az helyremegy. Kérdezhetek!”</p>	<p>Mielőtt a helyükre mennének, ki kell barkochbáznuk, kire gondolt a tanító közülük.</p> <p>A szokásos módon kérdeznek, s a tanító „igen”, illetve „nem” válasza alapján döntenek el, hogy kint maradnak, vagy a helyükre mennek.</p>
II. Az új tartalom feldolgozása	
<p><b>1. Számok szétválogatása különféle szempontok szerint: osztályozás (akárhány osztályba való besorolás)</b>  <i>Szervezés:</i> a csoportoknak kiosztja a számkártya-készleteket (1. melléklet) a barkochbával meghatározott tanulóval.          „Nézzétek meg a kapott számokat! Keverjétek össze őket, aztán válasszátok 3 részre: 20 kártya maradjon előttem, és tegyetek félre még két tízes csoportot! Az lesz az első feladatotok, hogy a csoportban közösen keressetek valamilyen érdekes szempontot, amely szerint szétválogathjátok ezt a 20 kártyát: 2-, 3-, 4- vagy akár többfelé.”</p> <p>Amikor elkészült mindegyik csoport, akkor kéri:          „Mindenki menjen át a tőle jobbra levők helyére, és próbálja kitalálni, hogy mi szerint válogattak ott a gyerekek. Nem kell elárulni, mit találtatok ki, hanem a félretett egyik tíz kártyát helyezétek el a megfelelő csoportokba!”</p>	<p>Csoportos munkára készülnek: az asztal középső része üres, hogy ott válogathassák a kártyákat.</p> <p>Megállapodnak valamilyen szempontban, és szétválogatják a véletlenszerűen kiválasztott 20 számot.</p> <p>Szempont lehet a jegyek száma, a párosság, páratlanság, az, hogy 0 van-e a szám végén, az, hogy egy, két vagy három különböző számjegy szerepel-e a szám jelében, az, hogy van-e azonos számjegy benne, az, hogy csak páros számok szerepelnek a jegyei közt, csak páratlanok vagy vegyesen...</p> <p>Az új helyen megpróbálják kitalálni a válogatás szempontját, illetve azt, hogy hol milyen tulajdonságú számok vannak. Ennek megfelelően helyezik el a következő 10 számot. Ha nem tudták kitalálni, miféle számok kerültek együvé, akkor kérhetnek segítséget az előző csoporttól: helyezzenek el további 1-2 számot.</p>

<p>„Az eredeti csoportból valaki ellenőrizze az újabb számok elhelyezését: egyetért-e a válogatás folytatásával!”</p> <p>„Ismét minden csoport egy hellyel jobbra megy, és az utolsó tíz számot is elhelyezi a megfelelő számok közé.”</p> <p>Ellenőrzés után kérhetik a gyerekek valamelyik „folytató csoporttól”, hogy nevezze meg, milyen tulajdonságú számok kerültek egy-egy csoportba.</p> <p><i>A szétválogatást csak akkor nevezzük osztályozásnak, ha azonos szempont szerint történt, azaz mindegyik részben ugyanolyan viszonyban vannak egymással az itt levő elemek, s a különválasztottak nincsenek ilyen viszonyban egymással. Ha menet közben találkozunk „vegyes” szemponttal, kérjük a gyerekeket, hogy egyféle szempontot kövessenek! Vegyes szempontú a válogatás, ha pl. egybegyűjtik az egyjegyűeket, másik csoportba sorolják a kétjegyűeket, egy következő csoportba a „kerek” háromjegyűeket, és negyedikbe a teljes háromjegyűeket. Példánkban ugyan egy-egy csoporton belül igaz a számokra, hogy „ugyanannyi számjegyből állnak”, de van két csoport, amelyek e szempont szerint még egybetartoznának. Másik szempont választja szét a 0-ra, illetve nem 0-ra végződőket.</i></p>	<p>Ellenőrzik a válogatásuk folytatását.</p> <p>Ismét várhatóan új szempont szerinti válogatáshoz kell alkalmazkodni, így helyezik el az utolsó tíz számot.</p> <p>Újra a válogatást kezdeményező csoport ellenőrzi, helyes-e a folytatás.</p> <p>Ezután nevezik meg, hogy milyen tulajdonságú számok kerültek az egyes helyekre.</p>
<p><b>2. Barkochba a számkártyákkal: válogatás kétfelé</b></p> <p>„Ezekkel a számokkal játszunk tovább! A csoportban sorsoljátok ki, hogy ki rejt-het el gondolatban egy számot (ezt fel is írhatja magának titokban)! A többiek sorban egymás után kérdezhetnek, de úgy, hogy a válasz után együtt „helyre külditek” (pl. dobozba teszitek) azokat a számokat, amire biztosan nem gondolhatt a játék vezetője. Ha ügyesen megy a játék, akár 2-3 gyerekre is sor kerülhet, hogy ő válasszon kitalálni való számot.</p> <p>Kezdhettek.”</p> <p>Figyeli a játék menetét, az előforduló számtulajdonságokat, s a szabály betartását. Szükség szerint segíthet.</p>	<p>Sorsolással, vagy megegyezés szerint játékvezetőt jelölnek ki, aki választ a negyven szám közül egyet. Ezt fel is jegyzi – utólagos ellenőrzés céljából.</p> <p>A szokásos módon kérdeznek sorban egymás után, és minden válasz után félreteszik a kizárható számokat.</p> <p>Amikor egyetlen kártya van előttük, akkor mutatja meg a játékvezető, hogy valóban erre gondolt.</p> <p>Két-három menetet is lejátszhatnak, sőt ha nagyon gyorsan válogatnak, akkor akár mindenki lehet egyszer játékvezető.</p>

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p><b>3. Fordított barkochba a logikai készlet elemeivel: különféle alaphalmazok kétfelé válogatása, közös tulajdonság keresése</b></p> <p><i>Szervezés:</i> a logikai készlet előkészítése: csoportonként egy készlet.</p> <p>„Keverjétek össze magatok előtt a lapokat, és csukott szemmel mindenki húzzon maga elé 4 lapot! A kezetekkel se „nézzétek meg”, miféle lapokat vesztek: az alakját, nagyságát, lyukasságát is véletlenszerűen válasszátok! A többi lapra most nem lesz szükség.”</p> <p>„Fordított barkochbát fogunk játszani. El tudja mondani valaki, hogy hogyan is játszottátok ezt a múlt évben?”</p> <p>Ha nem emlékeznek, ismerteti a szabályt:  „Egy tulajdonságra gondolunk: ezt kell most kitalálni. Némelyik lap ilyen tulajdonságú, más lapok nem ilyenek. Ebben a játékban úgy kell kérdezni, hogy felmutatunk egy lapot. Ha ez a lap olyan tulajdonságú, amelyre gondoltunk, akkor igen a válasz, ha nem olyan, akkor „nem”-et mondunk.  Például ha ezt a tulajdonságot rejtettem volna el: „kicsi”, mit válaszoljak erre a lapra:</p> <div style="display: flex; align-items: center; margin: 10px 0;"> <div style="margin-right: 10px;">Hát erre?</div>  </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin: 10px 0;"> <div style="margin-right: 10px;">És erre?</div>  </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin: 10px 0;"> <div style="margin-right: 10px;">Mutasson mindenki egy lapot, amire még igent mondanék! Olyant is, amire „nem” a válasz!”</div>  </div> <p>„Toljátok az asztal közepére a kivett 4–4 lapot, ezzel a tizenhat lappal lehet majd kérdezni. A válasz után az ablak felőli oszlopba kerüljenek egymás alá azok a lapok, amelyekre igen volt a válasz, az ajtó felőli oszlopba pedig amikre „nem” volt a felelet.”</p> <p>„Elrejtettem egy tulajdonságot. (2. melléklet, 1. kártya: „sárga”) Lehet kérdezni!” – mindegyik csoportból megválaszol egy kérdést, hogy lássa, jól helyezik-e el a lapot.  Ezután kiszólít mindegyik csoportból egy-egy tanulót, akinek megmutatja a tulajdonság-kártyát, ezzel neki adja át a csoportban a játékvezető szerepét.  „Azt kérem, hogy senki ne mondja ki az elrejtett tulajdonságot, ha sikerült kitalálni!”</p>	<p>Mindenki véletlenszerűen maga elé húz 4 lapot, aztán a fennmaradó 32 lapot visszasöprik a dobozba.</p> <p>Ha emlékeznek az elmúlt évről a fordított barkochba szabályára, fogalmazzák meg a gyerekek, hogy hogyan játszották.</p> <p>Nem.</p> <p>Nem</p> <p>Igen.</p> <p>Az előttük levő lapokból felmutatnak egy kicsi lapot, ... aztán egy nagyot.</p> <p>Az első lapot felmutatják, amire választ várnak. A tanító válasza után elhelyezik az ablak felől, vagy az ajtó felől.</p> <p>A továbbiakban csoportosan folytatódik a játék.</p>

Ha mindenhol sikerült kitalálni, akkor körbe küldi a gyerekeket, nézzék meg a válogatást más készleteknél is:

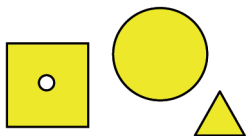
„Nézzétek meg, hogy más csoportoknál milyen lapok kerültek az egyik és melyek a másik oszlopba!”

Még három menetet lejátszat a 2., 3. és 5. („háromszög”, „lyukas”, „nem kék”) tulajdonságok kitalálására az előzőhöz hasonló menetben.

Mindegyik esetben kimondatja azt a tulajdonságot, amely a kártyán van, és azt is próbálja kimondatni, hogy milyen a többi. (Valószínűleg nem minden gyerek számára lesz könnyű a tagadó forma megfogalmazása; engedjük a többi tulajdonságot felsorolni. Pl. a „háromszög” tulajdonság tagadása helyett elfogadjuk azt a megfogalmazást, hogy „itt vannak a négyszögek és a körök”.)

#### 4. „Rontó játék” a logikai lapokkal a kvantoros állítások értelmezésére

Szervezés: a táblára teszi a következő demonstrációs logikai lapokat:



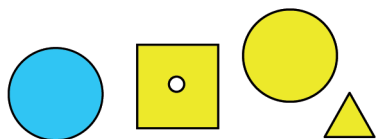
„Nézzétek meg, amit kivettem! Mit lehet elmondani róla?”

Emeljük ki azt az állítást, hogy „Mindegyik lap sárga.”

*A rontó játék szabályának ismertetése:* a táblán látható lapok együtteséről kell igaz állítást mondani. Ezt a következő játékosnak el kell rontania úgy, hogy változtat valamit: hozzátesz egy lapot, vagy levesz valamit a tábláról.

Példát kér az első kiemelt mondat elrontására.

Most erről a kirakásról kell igaz állítást mondani:

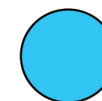


Ismét rontás következik,  
...asztán az új együttesről ismét igaz állítás megfogalmazása.

Megnézik a többi csoportban kialakult válogatást, és megállapítják, hogy mindenhol az ablak felőli oldalra került minden sárga lap, a másik oszlopba a többi: a piros, kék és zöld lapok, mindaz, ami nem sárga.

Bizonyára az a legszembevetőbb dolog, hogy mindegyik lap sárga. Hallgassunk meg más állításokat is – pl., hogy van köztük kicsi és van nagy is, vagy hogy mind a három formából van a táblán egy-egy.

Pl. kitesznek negyediknek egy kék kört:  
Így már nem igaz, hogy mind sárga.



Igaz pl. az, hogy van köztük lyukas lap.

Ezt már nem lehet hozzátevéssel elrontani, hanem csak úgy, hogy leveszik a nagy lyukas sárga négyzetet.

<p>Kezdeményezhetjük egy-egy nehezebb állítás megfogalmazását is. Például a legutóbbi négyesre elkezdhetjük mondani, hogy ha körre nézek, akkor... Elkezdhetjük a következő mondatot: mindegyik kör...</p> <p><i>A játék néhány fordulójával az összességekre vonatkoztatható (kvantoros) állításokat vezetjük be, egyelőre az értelmezés lezárásának, églegesítésének igénye nélkül.</i></p>	<p>Befejeződik a mondat így: ...nagy lapot látok; vagy így: ...nem lyukasat látok. ...nagy. (illetve: nem lyukas)</p>
<p><b>5. A „címkézés” szigorú szabályának megismerése: válogatás adott, halmazokra vonatkozó állítások szerint; tulajdonság és tagadása</b> Szervezés: minden gyereknek szüksége lesz a saját logikai készletéből a kis nem lyukas lapokra és a becsukott füzetére.</p> <p>„A következő feladatban én mondom állításokat. Mindenkinek úgy kell összeválogatnia egy készletet a füzetére a kis nem lyukas lapok közül, hogy a mondatom igaz legyen. De van még egy kikötésem: a csoport tagjai nem válogathatják össze ugyanazt a készletet. Valamiben különbözniük kell egymástól a csoport készleteinek.” Az első mondat így szól: „Mindegyik háromszög a füzetben van.” – felteszi a táblára az első mondatot (3. melléklet)</p> <p>Az ellenőrzés során elmondhatja egy-egy csoportban, hogy miket tettek a füzetre, miben egyeznek, és miben térnek el a válogatások.</p> <p>„A következő mondat szerint is úgy kell válogatni, hogy a csoportban ne legyen két azonos készlet a füzeteken.” – felteszi és fel is olvassa a második mondatot (3. melléklet): „Csak háromszög van a füzetben.”</p> <p>Ellenőrzés.</p> <p>„A harmadik válogatásnál is az a kérésem, hogy mindenki más készletet tegyen a füzetére. Most egyszerre mindkét mondat legyen igaz mindenki füzetén.” – viszateszi a második fölé az első mondatot is.</p>	<p>Előválogatják az összes kis nem lyukas lapot (12 lap), és maguk elé teszik a becsukott füzetüket.</p> <p>Egymás válogatását figyelve kell válogatni, hogy igaz legyen az állítás, és a kikötés is teljesüljön. (A megoldást az jelenti, hogy bár mindenki a füzetére teszi mind a négy háromszöget, melléjük bármit kithetnek: ebben valósulhat meg a válogatások különbözősége. Aki úgy értelmezi az állítást, hogy mindegyik háromszög, de más nem, az természetesen úgy látja, hogy nem lehet különbözőképpen válogatni.)</p> <p>A gyerekek egymást győzzék meg arról, hogy a „többlét-lapok” nem befolyásolják a mondat teljesülését.</p> <p>Most a háromszögek közül akármelyek a füzetre kerülhetnek: mind a négy, vagy közülük 3, 2, vagy csak 1 – ezért ismét teljesíthető a kikötés.</p> <p>A sikertelen próbálkozások és az egymásnak mondott magyarázatok meggyőzhetik a gyerekeket, hogy most teljesíthetetlen a kikötés, mert ha mindegyik háromszög a füzetben van, de csak ezek vannak ott, akkor ezt csak egyféleképpen lehet megtenni. Mindenkinek a négy háromszöget kell a füzetére tennie, és semmi mást.</p>

Tanítói közlés: „Ha ez a két állítás igaz, akkor feltehetjük a füzetetekre a címkét: „háromszög”. A címkére írt szó röviden azt fogja kifejezni, hogy **minden** ilyen lapot ide tettünk, és **csak** ilyen lapot tettünk ide!”

„Milyen címkét lehetne tenni a füzet mellett maradt lapokra?”

Ha a gyerekek sorolják, milyen lapok vannak a füzet mellett, akkor kérjük a következőt:

„Csukjátok be a szemeket, és fogjatok a kezetekbe egy ceruzát! Csukott szemmel érintsetek meg a ceruzával egy lapot a füzet mellettiek közül! Ki tud mondani róla valamit, ami biztosan igaz még erre a kis nem lyukas lapra!”

„Írhatjuk-e ezt a tulajdonságot a címkére? Mit jelent a „nem háromszög” címke?”

Az ellenőrzéshez még valószínűleg segítséget kell adnia a tanítónak, hiszen most kezdték kialakítani a címkézés szigorú szabályát.

## 6. A kétfelé válogatás gyakorlása

1. „A füzetre most azt a címkét szeretném tenni, hogy piros. Válogassátok a kis nem lyukas lapokat e szerint!”

„Ellenőrizzük: mindegyik piros a füzetben van?”

„Csak piros van a füzetben?”

„Milyen címke való a füzet melletti készletre?”

Ellenőrzés következik.

2. „Az összes lapot tegyétek a füzetre, ami nem kör, de csak azokat!”

„Milyen címkét tehetünk a füzetre?”

„Milyen címke való a füzet mellett maradt készletre?”

3. A táblán három egyszerű rajzot készít, amelyen ugyanazokat a számokat válogatja kétfelé (felírva):

A tagadás formájú megfogalmazások még nem feltétlenül fognak sikerülni. Esetleg csak sorolni fogják a gyerekek, hogy négyszögek és körök vannak ott.

Biztos, hogy nem háromszög az, amit becsukott szemmel megérintettek. Sem a színét, sem az alakját nem tudhatják biztosan, de azt igen, hogy nem háromszög.

Azt kell ellenőrizni, hogy mindegyik olyan lap itt van-e, amelyik nem háromszög – ez igaz; és azt, hogy csak nem háromszög van-e itt – és ez is igaz. Tehát lehet ezt írni a címkére.

A füzetre teszik a pirosakat: az összes pirosat, de csak azokat, a füzet mellett maradt a többi: az összes nem piros.

Igen.

Igen. – tehát jó a válogatás.

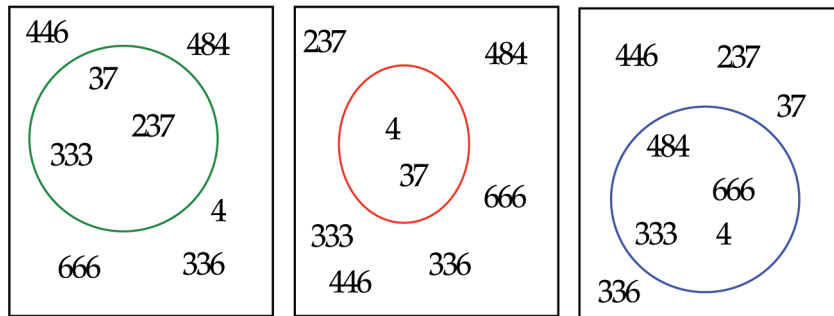
„Nem piros.”

Lehetőleg már a gyerekek mondják ki a két mondatot: mindegyik nem piros lap a füzet mellett van, és csak nem piros lap van ott.

A füzetre válogatják a háromszögeket és köröket.

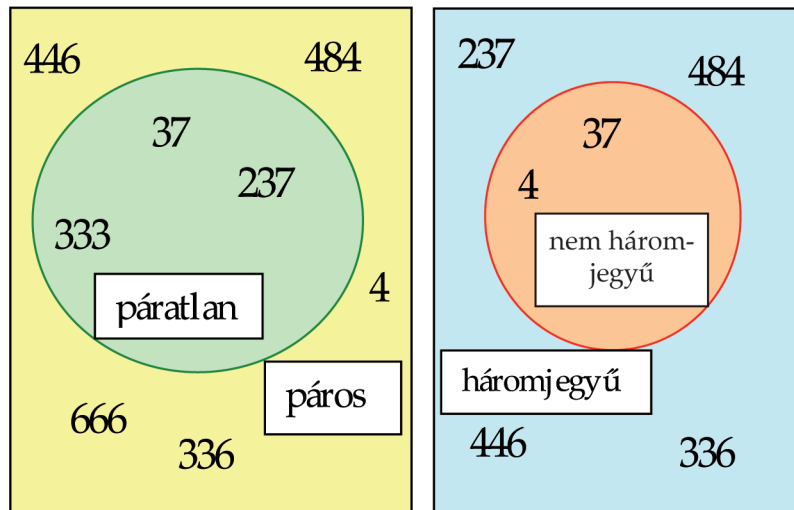
„Nem kör.”

„Kör.” – Mindegyik kör a füzet mellett van, de csak kör van a füzet mellett.



Egyenként kérdez rá, hogy milyen címkét lehetne írni a zöld (piros, kék) karikában levő készletre, milyent a kívül maradók készletére. Minden esetben ellenőrizzik a címkézés szigorú szabályát.

Az első két esetben írja fel a megfelelő címkéket is a színes vonalhoz illesztve belülrre, illetve kívülrre így:



Mindegyik címke a határvonallal érintkezzen, és egészen abban a tartományban legyen, amelyre vonatkozik.

(A harmadik ábra feliratai hosszúak, ezért csak szóban hangozzanak el!)

A zöld karikára azt lehet felírni: páratlan, mert mindegyik páratlan szám benne van, és csak páratlan szám van benne. A zöld karikán kívüli rész címkéje: páros (nem páratlan), mert mindegyik páros szám a karikán kívül van, és csak páros szám van a karikán kívül.

Hasonlóan magyarázzák a másik két válogatásra is:

A piros karikán kívüli rész címkéje: „háromjegyű”, a benti részé: „nem háromjegyű”.

A kék karikában levő számok készletére azt a címkét tehetik: „első és utolsó számjegye egyenlő”, a kívül maradó készletre: „első és utolsó számjegye különböző”.

## 2. óra

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p><b>7. Fordított barkochba számokkal: különféle alaphalmazok kétfelé válogatása, közös tulajdonság keresése</b>  <i>Szervezés:</i> a gyerekek csoportokba rendezése.            „Fordított barkochbát játszunk. Mindegyik csoportból egy gyereknek megmutatok egy szót: számoknak valamilyen tulajdonságát. A csoport többi tagja számokat sorolva kérdez. Igent kell válaszolni, ha a kért szám ilyen tulajdonságú, nemet, ha nem ilyen a szám.            Például ha az lenne felírva a lapra, hogy „háromjegyű”, mire mondhatok igent? Mire nemet?”            Minden csoportból kihív egy gyereket, és megmutatja a választott tulajdonság-kártyát. (A 2. melléklet 11–15. tulajdonság-kártyája közül az osztály fejlettségétől függően választva.)</p> <p>Játsszanak egy vagy két menetet (a második menetet más játékvezetővel).</p>	<p>4 fős csoportokba szerveződnek.</p> <p>Például a 100-ra igent, a 99-re nemet kell mondani...</p> <p>Sorban kérdezhetnek a játékvezetőtől számokat, és a válasznak megfelelően kétfelé válogatják a számokat a füzetükben.            Ha kitalálták a felírt tulajdonságot, akkor fogalmazzák meg azt is, hogy milyen tulajdonság igaz a „nem” válaszhoz tartozó számokra.</p>
<p><b>8. Kétfelé válogatás: adott az egyik rész meghatározó tulajdonsága, keressük a másik rész tulajdonságát (a tagadás különféle kifejezései)</b>  <b>„Kiveszek az adott részből egy elemet. Mit tudsz biztosan róla?”</b>            a) Szókétyák válogatása csoportonként  <i>Szervezés:</i> a 4. melléklet szókétyáinak kiosztása: egy-egy készlet csoportonként.            „Ezek közül a szavak közül kell kiválogatni valamilyeneket. Fordulónként egy-egy gyerek eldönti, hogy ő miféleképpen vesz el, ezt elárulja a többieknek. A többiek egyenként csukott szemmel vesznek egy kártyát az asztalon maradtak közül, és aki kivette a kártyát, megpróbál mondani valamit, ami arra a szóra biztosan igaz.”            A többiek megítélik, hogy igaz-e ez az állítás.            Figyeli a gyerekek tevékenységét, megfogalmazásokra tett próbálkozásait, s ahol szükséges, segít (kérdésekkel, a kijelentés igazságának ellenőrzésével, újabb kártyák felvételére buzdítással).            Nem baj, ha csak lassan alakul a gyerekekben a felismerés: ami biztosan igaz, az annak a tulajdonságnak a tagadásával ragadható meg leginkább, amely tulajdonságot megnevezte a válogató társuk. Tehát ha például ő kiválasztotta az összes egytagú szót, akkor a többi közül mindegyikre igaz, hogy <i>nem</i> egytagú.</p>	<p>Eloolvassák a szavakat, és mindenki eldönti magában, hogy milyeneket vesz ki közülük. A kivett lapokat nem mutatja meg a többieknek, de elárulja, hogy kivette az összes ilyen tulajdonságú szót. (Pl. az összes egytagút, az összes ígét, vagy főnevet, az összet, amelyben van kétjegyű mássalhangzó, vagy amely magánhangzóval kezdődik...)            Ezután a többiek egymás után csukott szemmel felvesznek egy szókétyát, és megpróbálnak valami igazat mondani arról a szóról.</p>

b) elképzelt válogatás alapján való tulajdonságkeresés

„Most csak elmondom, hogy miket válogattam ki valamik közül. Döntsétek el, milyen a többi!

– Az edények közül tálcára tettem a szekrényből az összes bögrét. Mit tudsz mondani arról, ami a szekrényben maradt?

– A bögrék közül asztalra tettem az összes pöttyöst. Milyen a többi, ami a tálcán maradt?

– A pöttyös bögrék közül kettő van, amelyeknek pirosak a pöttyei. Mit tudsz a többi pöttyös bögréről?

Bemutatja az 5. melléklet képét, hogy azzal igazolják legutóbbi állításukat: a többi pöttyös bögre nem piros.

– A fejemben levő számok közül válogatok. Félreteszem az összest, ami nagyobb 1000-nél. Mit tudsz a többi számról?

– Az 1000-nél nem nagyobb számok közül nem foglalkozom az 500-nál kisebbekkel. Milyenekkel szeretnék foglalkozni?

– 500-tól 1000-ig gondoltam egy számra. Elárulom, hogy nem nagyobb 600-nál. Mik közt keressük tovább a gondolt számot?

– Elárulom még, hogy tízesekre kerekített értéke 570. – Most kérem, hogy írjátok le az összes számot, ami még lehet az én gondolt számom!

– A gondolt számnak nem mindegyik számjegye különböző. Húzd át, amire nem gondolhattam!

– Végül elárulom, hogy a gondolt szám páros. – Melyiket húzod át, és miért?

**9. Adott válogatások címkéinek meghatározása; elrontott válogatások javítása; „Kakukktojás” játék**

a) „Az 1. feladatlapot fogjátok megoldani. (6. melléklet) Jól figyeljétek meg, hogy milyen tulajdonságú dolgok kerültek egy részbe, és töltsétek ki a címkéket! Mondjuk el, hogy a címkére írt tulajdonságról mit kell tudnunk!”

Ellenőrzésként nemcsak a címkékre írt szót olvastatja fel, hanem azokat a dolgokat (rajzokat, számokat, szavakat) is bemutatgatja, soroltatja, amelyek a megfelelő részbe kerültek.

Többféle szinten kereshetik a választ. Lehet olyan tanuló, aki még csak néhány edényféle sorolásával próbálkozik. Aki átlátja, érti a kétfelé válogatás gondolatát, az viszont megfogalmazhatja, hogy ami a szekrényben van, arra mindre igaz, hogy nem bögre.

Mondhatják, hogy sima vagy csíkos, vagy más mintás; de mondhatják, hogy „nem pöttyös”.

Lehet zöld, sárga, kék, fekete... – de ez mind „nem piros”

1000-ig bármilyen szám lehet.

500-zal, vagy annál nagyobb számokkal, azaz, ami nem kisebb 500-nál.

500 és 600 között keressük, beleértve az 500-at és 600-at is.

Most már csak az 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573 és 574 között kell továbbkeresni a gondolt számot; ezeket sorolják fel a gyerekek a füzetükben.

Az első két szám kivételével mindegyiket át kell húzni.

Az 565-öt kell áthúzni, mert az nem páros. A gondolt szám az 566.

Mindegyik ilyen tulajdonságú dolognak ebben a részben kell lennie, de csak azoknak!

Csoportos szervezésben, egymás munkáját segítve oldják meg és ellenőrzik a feladatlap feladatainak megoldását.

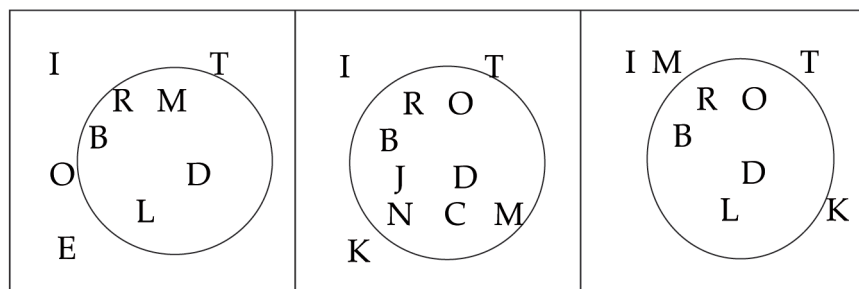
Közös ellenőrzésben elmondják a megoldásaikat, tudatosítva az adott tulajdonság tagadását, amely az általuk kitöltött címkére került.

Szükség lehet az „elágazás” szó értelmezésére: a vastag vonalak utakat ábrázolnak.

Fontos kitérni a számokkal kapcsolatban, hogy a „határszám” hova kerül. A 100 helye a 100-nál nem kisebbek között van, az 50-é az 50-nél nem nagyobb számok között. (Jó, ha elhangzik a kijelentés: „a 100 nem kisebb a 100-nál”; „az 50 nem nagyobb az 50-nél”.)

b) Táblai válogatás javítása

Szervezés: a táblán nyomtatott nagybetűket helyez el három ábrán.



„Nagybetűket válogattam a három ábrán. Mindegyiken elrejtettem egy hibát. Keressétek a kakukktojást!”

(Esetleg elárulhatja, hogy az első esetben kint maradt egy betű, amit még be kellett volna tenni, a másik kettő esetben pedig egy-egy betű a karikába került, pedig nem oda való.)

Ha a második és harmadik feladványt nem sikerül megfejteni, elsősorban úgy érdemes segíteni, hogy további példákat írunk szétválogatva a két-két részbe. Ha így sem sikerül, elárulhatjuk, hogy most a vonalakat csak rajzként figyeljék, ne gondoljanak arra, hogy hogyan ejtjük ki a megfelelő hangot. Végül nyugodtan nyitva is hagyhatjuk a problémát, a lezáratlanság sokszor jó motivációt jelent.

### 10. Halmazos barkochba a kvantoros állítások értelmezéséhez

Szervezés: színes lapokat tesz a táblára (7. melléklet)

„Barkochbázzunk! A táblán levő lapok közül gondolok most, de nem egyre, hanem elárulom, hogy háromra egyszerűre. Azt kellene kitalálnotok, melyek ezek.”

Egyenként megfigyelik a három válogatást.

Megpróbálnak olyan szempontot keresni, amely szerint a betűk többsége oda került, ahova való, csak egy-egy betű van rossz helyen.

Az első válogatásban a magánhangzók és mássalhangzók válnak szét; a T maradt kint hibásan, ezért nem igaz, hogy minden mássalhangzó a karikában van (bár az igaz, hogy csak mássalhangzó van belül). Az sem igaz, hogy csak magánhangzó van a karikán kívül (bár a szereplő betűk közül mindegyik magánhangzó kívül van). Ha beteszik a T-t a karikába, felírhatják a két címkét: MAGÁNHANGZÓ, illetve MÁSSALHANGZÓ.

A második és harmadik válogatásban a betűk formai megjelenésével kapcsolatos a válogatás. A második rajzon kívül vannak azok a betűk, amelyek csupa egyenes vonaldarabbal íródnak, belül azok, amelyekben van görbe vonaldarab (is). Tehát az N került rossz helyre.

A harmadik válogatásban az L lehet kakukktojás. A karikán belülről egyébként olyan betűk kerültek, amelyeknek van záródó vonaldarabja, kívülre a „nyitott” vonalak.

Olyan kérdéseket kell megfogalmazniuk, amelyek a három elemből álló készletre vonatkozik. (Tehát nem kérdezhetnek rájuk egyenként.)

Csak olyan kérdésre válaszolunk, amely a „készletünkre” vonatkozik. Tehát pl. jó kérdés az, hogy mindegyik ugyanolyan színű-e, vagy hogy van-e a három lap között négyszög... Azokra a kérdésekre mutassunk tanácsalanságot, amelyek pl. így szólnak: „Pirosak?”, vagy hogy „Görbe vonalú?” – Mondjuk, hogy nem értjük, mire gondol a kérdező.

A barkochbának ez a változata arra készíti a gyerekeket, hogy összességként lássák a három lapot, s ne csak egyenként tudjanak rájuk gondolni. Ennek kapcsán kezdik értelmezni azokat a mondatokat, amelyekben a „mindegyik”, „egyik sem”, „van köztük olyan...”, „nincs köztük”... kifejezések szerepelnek.

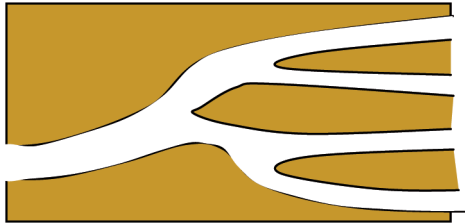
Lehetőség szerint két menetet játszunk el, hogy különböző csoportokat lehessen meghatározni. Válasszunk először három azonos alakút – pl. három holdat, másodsor pl. három azonos színű négyszöget, vagy három azonos színű lapot, amelyeknek mindegyik oldala egyenlő.

Pl.: Mindegyik csak szakaszokkal (egyenes vonaldarabokkal) van határolva? Mindegyik tükrös? Mindegyik más alakú? Mind ugyanolyan színű? Nincs köztük sárga? ...

### 3. óra

#### 11. Kétfelé válogatások; tulajdonság és tagadása: külön-külön mindegyik elem ellenőrzése

*Szervezés:* a teremben (esetleg udvaron vagy folyosón) elágazó utat alakítunk ki a következőképpen:



Az első elágazásnál a jobb oldali ághoz a „lány” feliratú útjelző-táblát tesszük ki, a bal oldali ághoz a pirossal áthúzott „lány” feliratút. A bal oldali főút elágazásánál a jobb oldali ághoz a „focizik” feliratot tesszük, a bal oldali ághoz ugyanez áthúzva, a jobb oldali főút elágazásánál a jobb oldali ághoz az „úszik” táblát, a bal oldali ághoz ugyanezt áthúzva. (8. melléklet)

Megmutatja az utat a gyerekeknek, amelyen minden gyereknek haladnia kell. Indulás a nyílnál. Megbeszéljük, hogy a délutáni programra vonatkozóan mit jelentenek az útjelző-táblák, és azt is, hogy a táblák most nagyon szigorúak: minden gyereknek arra kell mennie, amerre az ő tulajdonsága engedi, de csak ők mehetnek arra.

A gyerekek egyenként végighaladnak az úton, mindkét rájuk vonatkozó elágazásnál döntve arról, hogy merre kell menniük. Az első 2-3 gyerek feltétlenül elmondja egyenként a döntéseit: pl. lány vagyok, jobbra kell mennem; nem megyek úszni, tehát most balra megyek.

Néhány gyerek egyenként elmondja döntéseit, aztán, ha láthatóan könnyen értelmezik, mehetnek gyorsabban is, szavakba öntött döntés nélkül.

Végül megfogalmaztatja, hogy milyen tulajdonságú gyerekek gyülekeznek az egyes útvégződéseknel.

Másodszor minden gyerek húz egyet az 1. osztályos autós kártyák közül. Képekkel a kezükben fognak haladni ugyanezen az úttrendszeren úgy, hogy a második jobb oldali elágazáshoz nem tesznek táblát. Ezzel annak tudatosítása a célunk, hogy az útjelző tábláknak van szerepe a tulajdonságok szétválasztásában, az elágazás önmagában nem dönti el, hogy milyen „járművek” mehetnek az egyik vagy másik irányban.

Kétféleképpen járják végig az utat: először úgy, hogy az első elágazáshoz tesszük ki a teherautó – nem teherautó táblákat, a második bal oldali elágazáshoz a zöld – nem zöld jelűt. Másodszor az első elágazás válassza szét őket az autók színe szerint, a második elágazás pedig az autók fajtája szerint. Ismét fogalmazzák meg az útvégződésekhez érkezett autók közös tulajdonságát! (Azt figyelhetik meg a gyerekek, hogy az első elágazás a „fontosabb”, az vonatkozik minden „járműre”, a második elágazás csak az autók egy részét választja ketté. Eszerint tehát más tulajdonságú csoportok jönnek létre.)

A gyerekek igénye szerint hasonló sétát szervezhetünk a logikai készlet elemeivel, pl. a kör – nem kör táblákat is felhasználva. (Ezt eltehetjük a 27. modul teendői közé.)

## 12. „Hazudós cédulák”: mi van a dobozokban?

*Szervezés:* Három egyforma dobozba bekészítünk két-két golyót: az egyikbe két pirosat, a másikba két kéket, a harmadikba egy pirosat és egy kéket. Mindegyik elé odateszünk egy-egy cédulát a két golyó rajzával (9. melléklet), de nem az elé, amelyben valóban az a kettő van. Pl. a piros–piros elé a kék–kéket, a kék–kék elé a piros–kéket, és a vegyes elé a piros–pirosat.

„Három dobozba beletettem két-két golyót. Valamelyikbe két pirosat, valamelyikbe két kéket, és egybe egy kéket és egy pirosat, ahogy a cédulákon látjátok. Csakhogy ezek hazudós cédulák: mindig másik doboz elé kerülnek, mint amit a feliratuk mond.”

„Például ebben a dobozban – mutatja a piros–piros jelű dobozt – mi lehet akkor?”

Négy csoport alakul ki: egy csoportba kerülnek azok a fiúk, akik délután focizni mennek, a másikba azok a fiúk, akik nem fociznak, a következő csoportba az úszó lányok, a negyedikbe azok a lányok, akik nem mennek úszni.

Az autós kártyákról is egyenként hozzák meg a döntéseket. Ha a főúton balra haladnak a teherautók, jobbra a nem teherautók, akkor a teherautók színük szerint kettéválnak: egyik irányba a zöld teherautók mennek, a másik irányba a többi színű teherautó. Abban a másik két csoportban, ahova egyetlen döntés szerint lehetett eljutni, vegyesen lehetnek bármilyen színű személy- és versenyautók. Ha a bal oldali úton indultak a nem teherautók, akkor ezeket választja ketté az elágazás színük szerint, és a teherautók maradnak vegyesen színük szerint. Ha a főúton, az első elágazásnál helyezik el a színekre vonatkozó táblákat, akkor színük szerint mindenképpen különválnak az összes zöld az összes nem zöldtől. Vagy a zöldek, vagy a nem zöldek fognak aztán kettéválni: teherautókra és nem teherautókra.

Értelmezik az információt: csak két piros nem lehet. Lehet, hogy ebben van a két kék, vagy az is lehet, hogy ebben van egy kék és egy piros.

„Ki kellene találni, hogy melyik dobozban mi van. A következőket szabad megtenni ehhez. Valamelyik dobozból csukott szemmel ki szabad venni az egyik golyót, és ezt az egyetlen golyót szabad megnézni. – Szabad próbálkozni! Ki tudja így megállapítani, hogy melyik dobozban mi van?”

Engedjük próbálkozni a gyerekeket, és hagyjuk, hadd magyarázzák gondolataikat. Semmiképpen nem lenne szerencsés, ha a magunk logikáját próbálnánk rájuk erőltetni, de hasznos, ha ők próbálkozhatnak.  
(Újabb esetekben rendezzük át a cédulákat, illetve a dobozokat!)

Több próba után elégedjünk meg azzal a megállapítással, hogy valakinek sikerült megállapítania a dobozok tartalmát, másoknak nem.

### 13. Társasjáték állítások értelmezésére és a véletlenről való tapasztalatszerzéshez

*Szervezés:* előkészítetjük a 10. melléklet játéktábláját, hozzá a csoport tanulóinak egy-egy megkülönböztethető bábut, és elővesszük a 11. melléklet kártyáit, egy nem átlátszó zsákocskát, amelybe a gyerekek figyelmétől kísérve beleteszünk 4 piros, 2 kék és 1 sárga golyót.

„Ismét játék következik. A zsákból egyszerre 3 golyót fogunk kihúzni. Mi lehet akkor a kezünkben?”

„Mindenki húz tőlem egy kártyát, amire felrajzoltuk a zsákban levő golyókat, jeleztük, hogy hármat húzunk közülük, és van rajta egy állítás, ami bekövetkezhet. Mindenki akkor léphet egyet a játékpályán a bábujaival, ha a húzott három golyóra igaz a kártyáján levő mondat.”

Kihúzat a két kártyakészletből egy-egy lapot (azonos csoportban ugyanabból a készletből, hogy a négy gyerek más-más állítás szerint léphessen).

Próbáljunk ki egy-két húzást!”

Az értelmezésben a játék során is segítjük a rászorulókat, de még jobb, ha a csoportban egymás kártyáit is figyelik a gyerekek.

Önállóbb gyerekek esetén biztosítsunk minden csoportnak külön zsákot golyókkal, és maguk húzzanak a csoport számára!

A gyerekek egy része kezdetben teljesen véletlennek érzi, hogy meg lehet-e ezt állapítani, tehát próba-szerencse alapon választanak dobozt. Lehet olyan gyerek, akinek sikerül „kitalálni”, lesz, akinek „nincs szerencséje”. Aki azonban kicsit előbbre tart a gondolkodásban, biztossággal is meghatározhatja a dobozok tartalmát, ha azt a dobozt választja, amelyen a piros–kék golyópár van rajzolva. (Ha ugyanis ebből választ pl. egy pirosat, akkor biztos, hogy a másik golyó is piros ebben a dobozban – hiszen „hazudós” a piros–kék golyókat ábrázoló cédula. A másik két doboz egyikében tehát két kék van. Ez nem lehet az a doboz, amire a két kék golyót rajzolták, hiszen mindegyik cédula „hazudós”. A két kék a piros–piros feliratúban van, s a két kék feliratúban a piros és kék golyó.)

4-fős csoportokba ülnek, és előkészítik a szükséges eszközöket.

Lehet 3 piros, lehet három különböző színű: 1 piros, 1 kék, 1 sárga, vagy lehet 2 piros és 1 sárga... – felsorolják a lehetőségeket, amikre rálátanak.

A próbahúzás esetére értelmezik néhányan a kártyájuk állítását. Pl. a három piros golyóra igaz-e, hogy van köztük piros? Hát az, hogy több a piros, mint a kék?... Lejátszhatnak 2-3 menetet, mindig új kártyák húzásával. Közben nemcsak a mondatok értelmezésére kerül sor, hanem tapasztalatot szereznek a gyerekek a véletlenről, és arról is, hogy valamelyik mondat szerint gyakrabban lehet lépni, mások szerint ritkábban.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p><b>14. Logikai feladványok állítások tagadásának alkalmazásával (állítás és tagadása közül az egyik igaz, a másik téves)</b>  „Elmondok egy igaz történetet.  Három fiú focizott az udvaron. Az egyikük véletlenül olyan erősen megrúgta a labdát, hogy betörte a szomszéd néni ablakát. Amikor megkérdezték a fiúkat, akkor a következők hangzottak el:  Zoli: „Karesz törte be az ablakot.”  Karesz: „Dani tette.”  Dani: „Nem én voltam.”  – Az állításokat a táblára írja. –  Mivel én láttam az esetet, elárulom, hogy egy gyerek nem mondott igazat, a másik kettő igen. Ki tudjátok-e deríteni, hogy ki törte be az ablakot, és azt, hogy kik mondtak igazat?”</p> <p>A gondolkodást érdemes egy idő után arra terelgetni, hogy vessenek össze két-két mondatot:  „Mit gondoltok arról, hogy lehet-e egyszerre igaz az első és a második mondat?”  Ekkor azt vizsgáljuk, hogy Dani lehet-e, aki nem mond igazat.  „Lehet, hogy K. hazudik? Lehet-e, hogy az első és a harmadik mondat igaz?”</p> <p>„Lehet-e igaz a második és harmadik mondat egyszerre?”</p> <p><i>Meg kell figyelni, hogy ez a fajta okoskodás nem túlságosan nehéz-e a gyerekeknek. Ha nagyon nehéz, akkor helyes elhagyni a második történetet, és esetleg differenciáltan adni az érdeklődőbbeknek.</i></p> <p>„Még egy történetet elmesélek, hátha ezt is megfejtitek.  A három fiú elment a szomszéd nénihez, hogy jóvátégyék múltkori hibájukat. Elvitték a betört ablakot, és új üveget vágattak bele. Közben egyikük észrevette, hogy a néninek kifogyott a tüzelője, ezért titokban felhozott neki a pincéből egy nagy öl fát, és tüzet is rakott a kályhában. Amikor a néni megköszönte, és kérdezte, hogy melyikük hozta a fát, akkor ezeket a válaszokat kapta:  Zoli: „Dani tette.”  Karesz: „Nem Dani volt.”  Dani: „Nem Zoli hozta a fát.”  Elárulom, hogy most meg csak egy gyerek mondott igazat, ketten nem. Vajon mi az igazság, és kik nem mondtak igazat?”</p>	<p>A gyerekek valószínűleg először totóznak, külső jelek után kutatnak, amiből ki-deríthetnék, melyikük az igazmondó. (Például gondolnak olyasmire, hogy Zoli, aki menteni akarja az egyik barátját, valószínűleg igazat beszél. Vagy arra gondolnak, hogy biztosan a tettes az, aki mentegetőzik...)</p> <p>Kideríthetik, hogy nem lehet, ha csak egy tettes van.</p> <p>Ez lehet: ha Karesz törte be az ablakot, akkor valóban nem Dani volt a tettes, és akkor Karesz állítása az, ami nem igaz.  Ez lehetetlen, hiszen éppen tagadja az egyik mondat a másikat!  Tehát az egyetlen lehetőség, hogy Karesz a tettes, és ő nem mond igazat.</p> <p>Megtehetik megjegyzéseiket a történéssel kapcsolatban. Utána lehet, hogy ismét találgatás következik, de az is lehet, hogy az előbbi mintára megpróbálnak két-két mondatot együtt meggondolni.</p>

	<p>Esetleg csak segítséggel, de gondolkodhatnak így: nem lehet, hogy az első két mondat egyszerre igaz, mert az egyik éppen az ellenkezőjét állítja, mint a másik. De ugyanezért az sem lehet, hogy egyik sem igaz. Azaz az első két mondat közül az egyik igaz, a másik nem. Mivel azonban csak 1 igaz állítás van a három között, Dani állítása nem igaz. Ha nem igaz, hogy nem Zoli hozta a fát, akkor az igaz, hogy Zoli volt.</p>
<p><b>15. Fordított barkochba</b>  <i>Szervezés:</i> csoportos játékot kezdeményez.  „Ma úgy fogunk fordított barkochbát játszani, mint az elmúlt órán. Először számoknak valamilyen tulajdonságát kell kitalálni, aztán szavak tulajdonságát, végül síklapokkal is játszunk.”</p> <p><b>a) számokkal</b>  Az első tulajdonság a „30-nál nagyobb, de 60-nál kisebb”. Ezt papírra írva mutatja meg a játékvezető gyerekeknek ebben a formában és jelekkel is:</p> $30 < \boxed{\phantom{00}} < 60$ <p><b>b) szavakkal</b>  Másodszor az „öt betűs” szavakra vonatkozó tulajdonságot találják ki.</p> <p><b>c) geometriai alakzatokkal</b>  Végül a „van rajta beugrás” (nem konvex) tulajdonság kitalálásával próbálkoznak a gyerekek (7. melléklet)</p>	<p>Kiválasztják, ki legyen az első játékvezető; ő kimegy a tanítóhoz, aki megmutatja, hogy milyen tulajdonságot kell kitalálniuk a többieknek.</p> <p>Szokásos módon számokat sorolnak a gyerekek, s kétfelé válogatva írják a füzetükbe: külön azokat, amelyek ilyen tulajdonságúak (igen választ kaptak rá), és külön a nem ilyeneket. Az együvé gyűjtött számok közös, és a másik részbe tartozóképtől eltérő tulajdonságaként kapják a megfejtendő tulajdonságot.</p> <p>Esetleg megoszthatják maguk között a jegyzés feladatát: az egyik gyerek az „igen” válaszhoz tartozó szavakat írja, a másik a többi.</p> <p>Ügyeljenek a gyerekek arra, hogy ne mondják ki a megfejtést addig, ameddig még nem elég biztosak benne. Ilyenkor is lehet tévedni, de próbáljanak ellenpéldákat is kérdezni.</p>
<p><b>16. Házi feladat:</b> a 2. feladatlap (12. melléklet) megoldása (az előzmények alapján valószínűleg nem lesz szükség előkészítésre).</p>	