VALÓSZÍNŰSÉGI JÁTÉKOK

44. modul

KÉSZÍTETTE: SZITÁNYI JUDIT

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Szóbeli és írásbeli számolás gyakorlása valószínűségi játékokkal. Számtulajdonságok vizsgálata valószínűségi játékokon keresztül. Kombinatív képességek fejlesztése kísérletek lehetséges kimeneteleinek rendezésével, a kimenetelek lejegyzésével. Gyakorisági diagramok készítése és elemzése.
Időkeret	4 óra intenzíven, 35. hét.
Ajánlott korosztály	3. osztály
Modulkapcsolódási pontok	Tágabb környezetben: **NAT szerint:** Környezeti nevelés, Énkép, önismeret, Tanulás, **Kompetenciaterület szerint:** szociális és környezeti. Szűkebb környezetben: saját programcsomagunkon belül: 7., 13. modul.
A képességfejlesztés fókuszai	Számlálás, mérés; Megfigyelés és a megfigyelt eseményekből sejtések megfogalmazása; Összefüggések felismerése; Rendszerezés, kombinativitás; Analógiás gondolkodás; Szövegértés, problémamegoldás; Kommunikációs képesség fejlesztése, párkapcsolatokban, csoportokban való működtetése.

AJÁNLÁS

A tanév végéhez közeledve az órai munka egyik központi célja az ismeretek rendszerezése, mélyítése, bizonyos eljárások tudatosabb szintre emelése. A gyakorlás egyik legeredményesebb módja, ha a tennivalókhoz játékos lehetőséget találunk. A játékok egy részének az adhat érdekességet, hogy a véletlennek is van szerepe bennük. A számolás gyakorlása mellett ebben az időben már célunk az is, hogy a gyerekek valószínűségi szemléletét formáljuk. Kiemelt jelentőséget kap a megfigyelésnek, az adatok lejegyzésének, illetve feldolgozásának egyre tudatosabb volta. A tevékenységek másik része alkotó tevékenység, ezért lehet vonzó a gyerekek számára.
A játékok és a kísérletek – ha a szemléletfejlesztést is szem előtt akarjuk tartani – bizony időigényes tevékenységek. A játékból sok fordulót kell lejátszani ahhoz, hogy sejtésük érlelődjön, a kísérletek is csak akkor igazolhatják a várt sejtést, ha elég sok adat áll rendelkezésünkre. Ezért a modulban viszonylag kevés új tevékenységet terveztünk, de azokat érdemes jól körüljárni. (Például a modul első órája is lényegében egyetlen tevékenységet dolgoz fel.) Az egy-egy játék után következő elemző részt nem érdemes sürgetni. Ha a tanító úgy látja, hogy nem érett meg a helyzet a tapasztalatok levonásához, a játékot tegye félre, vegye elő a következő órán újra, és csak további fordulók után kezdjék meg az elemzést.

TÁMOGATÓRENDSZER

C. Neményi Eszter–Wéber Anikó: *Matematika tankönyv, általános iskola 3. osztály,* Nemzeti Tankönyvkiadó, 1998.
C. Neményi Eszter–Wéber Anikó: *Matematika munkafüzet, általános iskola 3. osztály,* Nemzeti Tankönyvkiadó, 1998.
C. Neményi Eszter–Wéber Anikó: *Kézikönyv a matematika 3. osztályos anyagának tanításához,* Nemzeti Tankönyvkiadó–Budapesti Tanítóképző Főiskola, Budapest
Kapcsos könyv a matematika differenciált tanításához-tanulásához, Országos Közoktatási Intézet KOMP-csoport, Budapest, 2001.

ÉRTÉKELÉS

A modulban figyeljük
- a szóbeli és írásbeli műveletek végzésének fejlődését;
- a megismert számolási eljárások megértését, alkalmazásának fejlődését;
- a becslőképesség fejlődését;
- az önellenőrzés igényének alakulását;
- a szövegértést;
- a csoportos tevékenységekben való együttműködést;
- az indoklások mélységét.

MODULVÁZLAT

Időterv:

1. óra: I/1 és II/1–2.
2. óra: II/3–6.
3. óra: II/7–10.
4. óra: II/11–14.

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	**Kiemelt készségek, képességek**	**Célcsoport / A differenciálás lehetőségei**	**Tanulásszervezés**		**Eszköz** (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag-tartalmak)
				Munkaformák	**Módszerek**	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése						
	1. Játék: Az összeg ezer legyen I.	számolás	egész osztály	páros	játék	írólap, írószer
II. Az új tartalom feldolgozása						
	1. Valószínűségi megfigyelések két kockával	megfigyelés, logikus gondolkodás, összefüggések megsejtése, igazolása, valószínűségi szemlélet fejlesztése	egész osztály	csoport	tevékenykedtetés, játék, megfigyelés, tanulói magyarázat, vita	dobókocka, korongok, 1. melléklet állításkártyái, 2. melléklet fóliái, füzet, írószer, 3. melléklet fóliája, 1. feladatlap
	2. Amőbajáték: Az összeg ezer legyen II.	számolás, figyelem	egész osztály	páros	játék	füzet, írószer
	3. Játék: Osztók keresésére	számolás, számtulajdonságok, figyelem	egész osztály	páros	játék	a 4. melléklet 1. játéktáblája, dobókockák, korongok

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag-tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	4. Számtulajdonságok vizsgálata	számolás, számtulajdonságok, rendszerező képesség	egész osztály	frontális	kísérlet, tevékenykedtetés, tanulói magyarázat	számkártyák (t/5.) 1-től 100-ig, korongok
	5. Játék: A legnagyobb összeg nyer	számolás, valószínűségi gondolkodás, becslés	egész osztály	frontális	játék	egyjegyű számok számkártyái, füzet, írószer
	6. Játék: A szorzat adott szakaszra essen	számolás, valószínűségi gondolkodás, becslés	egész osztály	frontális	játék	egyjegyű számok számkártyái, füzet, írószer
	7. Játék: Osztók keresésére	számolás, számtulajdonságok, figyelem	egész osztály	páros	játék	a 4. melléklet 2. játéktáblája, korongok
	8. Számalkotások	számolás, alkotás, becslés	egész osztály	egyéni	feladatmegoldás próbálgatással	2. feladatlap
	9. Valószínűségi játék korongokkal	valószínűségi gondolkodás, kombinatív képességek	egész osztály	páros	játék, kísérletezés	páronként 3 piros-kék korong; páronként 1 játékpálya (6. melléklet), 2 bábu
	10. Események megfigyelése, gyakoriságok ábrázolása diagramon, sejtések megfogalmazása arról, hogy mi a valószínűbb	adatok lejegyzése, rendszerezés, valószínűségi szemlélet	egész osztály	egyéni	tevékenykedtetés	korongok, 3. feladatlap, 7. melléklet fóliája

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	**Kiemelt készségek, képességek**	**Célcsoport / A differenciálás lehetőségei**	**Tanulásszervezés**		**Eszköz** (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag-tartalmak)
				Munkaformák	**Módszerek**	
	11. Összegek előállítása céltáblával	kombinatív képességek, számolás	egész osztály	csoport	játék	8. melléklet céltáblája
	12. Számkártyák nagyság szerinti sorbarendezése	számolás, műveleti tulajdonságok	egész osztály	csoport	tevékenykedtetés	9. melléklet
	13. 6 elemből 2 kiválasztása	rendszerezés, kombinatív képességek	egész osztály	frontális irányítású csoport	tevékenykedtetés	10. melléklet, dobókocka, 6 különböző színű golyó
	14. Tényezők kiválasztása adott szorzathoz	számolás, becslés, kombinatív képességek, metakogníció	egész osztály	frontális, majd páros	feladatmegoldás, beszélgetés	számkártyák, füzet, írószer

A FELDOLGOZÁS MENETE

Az alábbi, részletes leírás célja elsősorban egyféle minta bemutatása. Nem lehet és nem szabad kötelező jellegű előírásnak tekinteni. A pedagógus legjobb belátása szerint dönthet a részletek felhasználásáról, módosításáról vagy újabb variációk kidolgozásáról.

Valószínűségi játékok	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése	
Tanítói tevékenység	**Tanulói tevékenység**
1. Játék: Az összeg ezer legyen I. *Szervezés:* Páros játék következik. Írólapokat oszt minden gyereknek. ***A játék ismertetése:*** „Rajzoljatok egymás mellé öt négyzetet a lapra; legyen egy négyzet akkora, hogy kényelmesen beleférjen egy háromjegyű szám!” Felrajzolja a táblára: 	
„Mind az öt négyzetbe be kell írni (titokban) egy-egy számot úgy, hogy az öt szám összege 1000 legyen. Amikor mindketten beírtátok, akkor egymás alá teszitek a két számsort, és összehasonlítjátok az egymás alá írt számokat. Mindegyik gyerek annyi pontot kap, ahány helyen az ő száma a nagyobb. Például a következő esetben: 200 200 200 200 200 150 250 100 100 400 Az első játékos három pontot szerzett (az első, a harmadik és a negyedik számával), a második játékos pedig kettőt. Egyenlő számok esetén nincs pont. Előre megbeszélt számú forduló után összesítitek a pontokat. Az nyert, aki több pontot gyűjtött.”	Játék Néhány forduló után következik az értékelés: ki hány pontot gyűjtött. Beszélgetés a stratégiákról: ki mit figyelt meg ellenfele játékában. A játék során megfigyelhetik ellenfelük stratégiáját, valamint beszélgethetnek arról, hogy igazította-e a következő menetben ehhez a beírt számait. Érdemes-e például egy négyzetbe nagy számot írni, a többibe pedig kicsiket?

II. Az új tartalom feldolgozása

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
1. Valószínűségi megfigyelések két kockával ***Szervezés: 4 fős csoportok alakítása*** A tevékenység során a következő állításkártyákat használhatják. (Nem feltétlenül az összeset.) Az osztály és az egyes csoportok szintjéhez igazodva ad a csoportoknak a kártyákból, minden csoportnak legalább nyolcat. a) A két szám szorzata páratlan (ez 36 esetből 9-szer teljesül) b) A két szám összege páros (ez 36 esetből 18-szor teljesül) c) A két szám összege 7-nél nagyobb (ez 36 esetből 15-ször teljesül) d) A két szám szorzata 7 (ez 36 esetből egyszer sem teljesül) e) A két szám szorzata 12 (ez 36 esetből 4-szer teljesül) f) A két szám összege 12 (ez 36 esetből 1-szer teljesül) g) A két szám összege páratlan szám (ez 36 esetből 18-szor teljesül) h) A két szám különbsége páratlan szám (ez 36 esetből 9-szer teljesül) i) Az egyik kockán egyes áll, a másikon nem (ez 36 esetből 10-szer teljesül) j) A két szám szorzata egyjegyű (ez 36 esetből 18-szor teljesül) k) Mindkettő páros (ez 36 esetből 9-szer teljesül) l) Mindkét kockán ugyanaz a szám van (ez 36 esetből 6-szor teljesül) m) Mindkettő páratlan (ez 36 esetből 9-szer teljesül) n) Mindkét kockán 3-mal osztható szám van felül. (ez 36 esetből 4-szer teljesül) o) Van a dobott számok között egyes (ez 36 esetből 11-szer teljesül) p) A két szám szorzata 7-nél kisebb (ez 36 esetből 14-szer teljesül) Szabály ismertetése: A játékosok az óramutató járása szerint haladva választanak majd egy kártyát maguknak, és még egy körben egy másik kártyát. Mindenki a saját kártyáinak tartalma alapján kap vagy nem kap majd korongot.	
Feldobnak két kockát, és megnézik, milyen számok vannak felül. Egy korongot elvehet az, akinek mindkét választott állítása igaz. Végül az nyer, aki 10 dobás után több korongot tudott összegyűjteni. A szabály tisztázása után először egy próbajátékot játszanak, hogy meggyőződjön róla, mindenki megértette-e a szabályokat, majd indulhat a játék.	A játékból legalább három kört lejátszanak.
Felveti azt a kérdést, hogy vajon csak a véletlennek van-e szerepe ebben a játékban?	Beszélgetések a csoporton belül, majd frontálisan arról, hogy milyen két kártyát volt érdemes választani. Például, aki egyik állításának azt választotta, hogy a két szám szorzata 7, az biztosan egy korongot sem tudott gyűjteni, hiszen ez az állítás sohasem lett igaz. A „Mindkét kockán ugyanaz a szám van felül” és „A két szám összege páratlan” szintén nem jó választás, hiszen két egyenlő szám összege mindig páros, így kettő közül az egyik állítás biztosan hamis.

	Aki viszont két olyan állítást választott, ami nem zárja ki egymást, például: „A két szám különbsége páratlan szám” és „A két szám összege páratlan szám”, gyűjtögethetett korongokat. Ismét játszanak legalább 3 kört.
Szabálymódosítás: Az vehet korongot az asztalról, akinek kártyáin az egyik állítás igaz, a másik hamis.	Erről az derül ki, hogy most úgy volt érdemes választani, hogy egymást kizáró esetekre vonatkozó állítások legyenek a két kártyán. Olyan két állítás, amelyek közül pontosan az egyik mindegyik körben teljesülni fog. Például, „A két szám összege páros” és a „A két szám különbsége páratlan”. De nem rossz választás az sem, ha valaki „A két szám szorzata egyjegyű” és „A szorzatuk 7” kártyákat választja, bár ezek nem zárják ki egymást (lehet olyan eset, amikor egyik sem igaz), hiszen az egyik mindig hamis lesz, a másik pedig jó eséllyel igaz.
A harmadik fordulóban az a szabály, hogy akkor húzhatnak korongot, ha mindkét állításuk hamis.	Most pedig „kis esélyű” kártyákat érdemes választani.
A játékok után egy kicsit rendszerezettebben kezdik vizsgálni az egyes eseményekhez tartozó esélyeket. Most minden csoport asztalán csak a következő kártyák legyenek: 1. A két szám szorzata páratlan. 2. A két szám összege páros. 3. A szorzatuk 7. 4. A szorzat 12. 5. A két szám különbsége páratlan szám. 6. A két szám szorzata egyjegyű.	
„Rendezzétek sorba az asztalon levő kártyákat úgy, hogy érzésetek és a játék tapasztalata szerint melyiknek mekkora esélye van! Melyik a legkisebb esélyű? Kezdjétek azzal!”	„A szorzatuk 7” kártyának nincs esélye.
„Írd össze a füzetedben, hogy melyikhez milyen esetek tartoznak!” Közösen kezdik a felsorolást.	Felelevenítik a 7. modulban leírt, a szorzat párosságával kapcsolatos leírást.
Ellenőrzésképpen kiteszi az írásvetítőre a 2. melléklet fóliáját. Ezen a gyerekekkel közösen x-szel jelöli az egyes eseményekhez tartozó eseteket. Például:	

A két szám szorzata egyjegyű						
	1	2	3	4	5	6
1	x	x	x	x	x	x
2	x	x	x	x		
3	x	x	x			
4	x	x				
5	x					
6	x					

A füzetben esetleg rendszertelenül leírt eseményekhez tartozó felsorolásokat így rendszerezve láthatják, és ellenőrizhetik munkájukat.
Ismét felmerülhet az a kérdés, hogy vajon a 4, 2 és a 2, 4 pár nem ugyanazt jelenti-e. Ekkor újra beszéljük meg, hogy a kockáknak bizony nem mindegy, hogy ***ők*** melyik oldalukra estek. Ezt a megfigyelést könnyebben megtehetik, ha a két kocka különböző színű.

Érdekes megfigyeléseket tehetnek, ha egymásra helyeznek 2-2 fóliát. Például „A két szám összege páros” és „A két szám különbsége páratlan szám” fóliái együttesen kitöltik az összes mezőt, és egyszer sem fedik egymást. Így jól látható, hogy ezek abban a játékban lehettek együtt jó választások, amelyikben úgy kellett választani, hogy egy igaz és egy hamis állításuk legyen.

„Most az eddig kimaradt kártyák közül válaszd ki azt, amelyiknek szerinted a legkisebb az esélye!”
„Melyiknek legnagyobb?”

„Az összegük 12” csak egyféleképpen fordulhat elő.

Ez már nehezebb kérdés, az összes kimaradó kártyához tartozó összes lehetőséget meg kellene vizsgálni. Néhány észrevételt azonban itt is tehetnek. Például, vannak azonos eseteket magukban foglaló kártyák. Ilyenek mondjuk a „Két szám összege páratlan” és a „Két szám különbsége páratlan” kártyák. Vagy az, hogy minkét kockán ugyanaz a szám van felül, csak 6 esetben fordulhat elő, ennél van esélyesebb kártya is.

Az 1. feladatlap megoldatása: „Válassz ki három kártyát! Írd be a táblázatba a betűjelüket! Dobd fel a két kockát hússzor! Strigulázással jelöld, hogy melyik kártya állítása lett igaz!”
A feladat értelmezéséhez ő is kiválaszt 3 kártyát, ezt kiteszi a táblára. Dob néhányat, hogy felidézzék a strigulázás technikáját. Közösen értelmezik a grafikon elkészítésének módját is. (Annyi rubrikát kell színezniük, ahányat a kísérlet során eredményül kaptak.)
Ezután a gyerekek önállóan dolgoznak.
Kiteszi az írásvetítőre a 3. melléklet fóliáját.

A gyerekek elvégzik a kísérletet, és elkészítik a grafikont.

„Én is végeztem kísérletet. Kiválasztottam öt kártyát, majd feldobtam két kockát százszor. A grafikonon láthatjátok a kísérletem eredményeit. Szerintetek melyik kártyákat választhattam?”

A grafikon elemzése sok-sok lehetőséget kínál. Akár a már összegyűjtött esetekből, a 20 kísérletük eredményeiből indulnak ki, vagy pusztán valószínűségi szemléletükre hagyatkoznak.
Következtethetnek például úgy, hogy valamely kísérlet náluk kb. 10-szer jött ki a húszból. Ez nagyjából az esetek fele. A száz eset körülbelüli fele 50, így az megfelelhet az ő általuk is elvégzett kísérletnek.
De megszámlálták már, hogy például a „Két szám szorzata egyjegyű” kártya 36 esetből 18-féleképpen lehet igaz. A 18 éppen fele a 36-nak.
Az a kártya, ami száz esetből csak kb. 5-ször lett igaz, igen esélytelen, de nem lehetetlen. Ez lehet például a „Két szám összege 12 kártya”.

2. Amőbajáték: Az összeg ezer legyen II.
Játszhatják az 1. tevékenységben leírt játékot újra, de más változatot is választhatnak:
Szabály: A párok készítenek egy 5-ször 5-ös táblázatot úgy, hogy egy mezőbe beférjen egy háromjegyű szám is.
Felváltva írnak számokat a mezőkbe. Amőba jön létre, ha egy vonalban (sor, oszlop vagy átló) a számok összege 1000. Nyer, aki az amőbához az utolsó számot be tudja írni.
Például ez egy amőba:

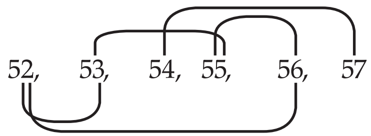
413	200	23	0	
	301	100	451	4
	99	225	327	345
189	175	400	456	
	225	200		

Előfordulhat, hogy lesz olyan gyerek, aki építkezés helyett inkább csak arra koncentrál, hogy ne veszítsen, ezért megpróbálja minden irányban az ezret túllépni. (Például mindenhova 999-et ír.) Ekkor módosítsuk úgy a szabályt, hogy a beírható szám minimum 200, de legfeljebb 250 lehet.

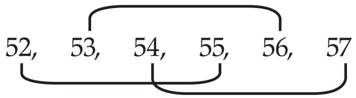
Játék

2. óra

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
3. Játék: Osztók keresésére Kiosztja a pároknak a 4. melléklet első játéktábláját, majd ismerteti a játékszabályt. ***Szabály:*** Két gyerek játszik egymás ellen. Egy-egy kockával dobnak felváltva. A játékos eldöntheti, hogy a játéktábla melyik mezőjét foglalja el, oda lerak egy korongot a saját színével felfelé. Csak olyan mezőt foglalhat el, amelyikben a dobott szám maradék nélkül megvan. Az a gyerek nyer, akinek először lesz egy vonalban (sor, oszlop vagy átló) öt egymás melletti elfoglalt mezője. Ha nem tud rakni, kimarad. (Érdekes megfigyelni az egyes gyerekek stratégiájának alakulását. Lesznek olyanok, akiknek fő célja az építkezés. Míg mások csak arra törekszenek, hogy az ellenfelet megakadályozzák az ötös kialakításában. Ilyen esetekben leginkább döntetlennel fejeződik be a játszma.)	Lejátszanak néhány kört.
4. Számtulajdonságok vizsgálata Az 1 és 100 közötti számkártyák (t/5.) közül a gyerekek kívánsága szerint kiválasztanak 6 egymást követő számot. Például: 52, 53, 54, 55, 56, 57. A gyerekeknek megmutatja, majd összekeveri azokat. „Kettőt fogok húzni ezek közül. Válassz egy állítást, jegyezd le a sorszámát a füzetedben! Nyersz, ha igazzá válik. Ekkor kitehetsz egy korongot magad elé." Kiteszi az 5. melléklet állításkártyáit: 1. Összegük páros. 2. Különbségük páros. 3. Számszomszédok. 4. Összegükben maradék nélkül megvan a 3. 5. Különbségükben maradék nélkül megvan a 3. 6. Összegük fele nagyobb, mint a legkisebb dobható szám. Néhány forduló után megnézik, ki hány korongot gyűjtött. Újabb kört játszanak úgy, hogy szabad megváltoztatni a választásukat.	Tapasztalatok megbeszélése. Például a 6. állítás mindig igaz. Okkeresések.
„Most csak az első és a második kártyát vizsgáljuk! Mit gondolsz, ugyanazt jelenti a két állítás?"	Megvizsgálják, hogy melyik párokra teljesül az egyik, és melyikre a másik állítás. Próbálgatások, számolások után azt tapasztalják, hogy a két állítás ugyanazokra a párokra igaz. Valószínűleg észreveszik az analógiát az előző órai dobókockás tevékenységgel.
„Most vizsgáljuk csak a 4. és 5. kártyát! Ez a két állítás is ugyanazt jelenti?" „Keressük meg azokat a lehetőségeket, amelyek a 4. kártyát igazzá teszik!" Felírja a táblára, majd a gyerekek irányításával közösen összekötik a jó számpárokat.	Az előzőek mintájára könnyen előfordulhat, hogy számolás nélkül is rávágják: igen, ugyanazt jelenti.



„Most a füzetedben keresd meg azokat a lehetőségeket, amelyek az 5. állítást teszik igazzá!”



„A két állítás közül melyik az esélyesebb szerinted?”
A 5. állítás háromféleképpen fordulhat elő.

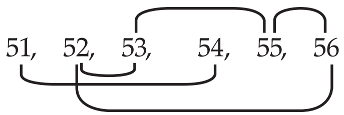
„Összesen hányféle párt húzhattam?”

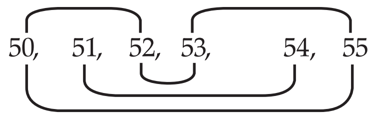
A tanító irányításával lejegyzik az előforduló összes esetet például így:

52, 53	52, 54	52, 55	52, 56	52, 57
53, 54	53, 55	53, 56	53, 57	
54, 55	54, 56	54, 57		
55, 56	55, 57			
56, 57				

„Nem beszéltünk még a 3. kártya állításáról. Ezt mennyire gondolod esélyesnek?”
„Mit gondolsz, ha más egymás utáni hat számot választottunk volna, akkor az 5. kártya állítása ugyanennyi esetben lenne igaz?”

„És a 4. kártya állítása hány esetben lenne igaz, ha másik egymás utáni hat számot vizsgálunk?”
Közösen is kipróbálnak még egy-két számsort.





Megkeresik a lehetőségeket. Megfigyelik, hogy ez a két kártya bizony nem ugyanazt jelenti. Sőt nem is ugyanannyi esetben lesznek igazak.

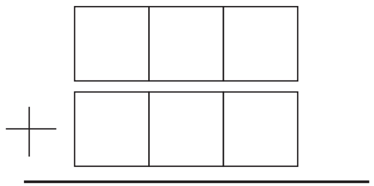
Az összeg 3-mal osztható, mert az többféleképpen fordul elő.
Beszámolnak a kísérlet során szerzett tapasztalatukról.

Előfordulhat, hogy – a dobókockás kísérletek analógiájára – úgy gondolják, hogy itt is 36 lehetőség kínálkozik. De gyanús, hogy például nem lehet egyforma számokat húzni, mert a kártyákból is csak egy-egy darab áll rendelkezésükre. Felmerülhet az igény, hogy érdemes összegyűjteni azt is, hogy ***összesen*** hányféleképpen húzhatták ki a kártyákat.

15-féleképpen lehet párt húzni. Ezek közül csak az első oszlop párjai számszomszédok. Ez elég kevés ahhoz, hogy ne érezzük túlságosan esélyesnek.
A lehetőségek felírása után megállapítják, hogy ez ötféleképpen fordulhat elő.

Próbálgatások más számokkal is. Megfigyelések: Akárhogy választanak ki hat számot, az elsőt a negyedikkel, a másodikat az ötödikkel, a harmadikat a hatodikkal tudják párba állítani. Így lesz a különbség éppen 3.

Ismét próbálgatások következnek. Az összeg esetében megfigyelhetik, hogy – bár az összekötések nem ugyanolyan rendben következnek – mégis mindenképpen ötféle párt lehet előállítani.

„Hát az 1. kártya esetében milyenek az esélyeink?” „Vizsgáljuk csak meg tüzetesebben! Sorold fel a páros összegeket!” „Mit gondolsz, ha másképp választunk kártyát, másképp alakulnak az esélyek?”	A dobókockás kísérletek alapján könnyen állíthatják, hogy ugyanolyan esély van az összeg párosságára, mint a páratlanságára. Felsorolják a páros összegeket: 51, 53; 51, 55; 52, 54; 52, 56; 53,55; 54, 56 Itt például hatféleképpen fordult elő. Ez elég jó esély, de lehetne jobb is, hiszen az összeg 9-féleképp páratlan szám. Ezért valószínűbb, hogy az összeg páratlan szám lesz. Megfigyelés: Az összeg minden esetben hatféleképpen páros. Például: 50, 52; 50, 54; 51, 53; 51, 55; 52, 54; 53, 55
5. Játék: A legnagyobb összeg nyer Felrajzolja a táblára:  „Rajzoljátok le ti is!” Megbeszélik, hogy mit jelent az ábra. Az egymás mellé írt négyzetekbe egy-egy számjegyet írnak majd, így háromjegyű számokat kapnak. (Esetleg kétjegyűt, ha 0 kerül a százasok helyére.) Ezeket kell majd összeadni. „Játszani fogunk. Húzok egyet az egyjegyű számok közül, a kapott számjegyet majd beírod valamelyik helyre (utána változtatni nem szabad), ezután húzok még egyet, és a második számot is beírod. És így tovább. A kihúzott számokat nem teszem vissza a csomagba. Az nyer, aki a legnagyobb számot tudja összegként előállítani. Ő kitehet egy korongot maga elé.” Minden forduló után megbeszélik, hogy milyen számokat kaptak. Megkérdez egy olyan gyereket, aki sok korongot gyűjtött: „Hogyan gondolkodtál?” „Most játsszuk úgy, hogy a legkisebb szám nyer!” „Most játsszuk úgy, hogy nyer, aki tíz perc alatt a legtöbb összeget elő tudja állítani!” Frontális megbeszéléssel ő is felírja a táblára a különböző összegeket, de egy összeget csak egyféleképpen.	Beírják a dobott számokat. Tapasztalataikat, a játék során felmerült gondolataikat megosztják társaikkal. Valószínűleg megfogalmazódik bennük, hogy ha nagy számot húztak, azt érdemes volt nagy helyiértékre írni. Ezzel a szabállyal is lejátszanak néhány fordulót. Miközben a gyerekek – a kihúzott számjegyek ismétlődésétől függően – a különböző összegek előállításán fáradoznak (közben gyakorolják a műveletek végzését), az összeadás kommutativitásáról szerzett ismereteiket erősíthetik meg, valamint összefüggéseket fedezhetnek föl az egyes helyiértékeken álló számok között. A nagyon jól gondolkodó gyerek a 732 + 546 összeadás elvégzése után nem rabolja az idejét azzal, hogy az 532 + 746, 742 + 536 vagy a 736 + 542 összeadásokat is elvégezze.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
6. Játék: A szorzat adott szakaszra essen Most a következő ábrát rajzolja fel: $\square\square\square \cdot \square$ Mellé számegyenest rajzol, melyben kijelöli a 400 és 700 közötti szakaszt. „Négyszer húzok az előbbi kártyákból, és minden húzás után a kapott számot be kell írnotok valamelyik helyre. A húzott kártyát visszateszem a többi közé. A játékot az nyeri, akinek a szorzata 300 és 700 közé esik.” 3-4 fordulót játsszanak! „A következő játékban a négy húzás után kell csak beírnotok a számokat a négyzetekbe. Most a szorzatnak 600 és 800 közé kell esnie. Ellenőrzéskor gyűjtsenek össze minél többféle lehetőséget.”	A húzott számokat beírják az általuk választott helyre, írásbeli szorzást végeznek. Ellenőrzéskor kiválasztják a 400 és 700 közti szorzatokat. A négy húzás után beírják a számokat az általuk választott helyre, írásbeli szorzást végeznek. Ellenőrzéskor kiválasztják a 600 és 800 közötti szorzatokat.

3. óra

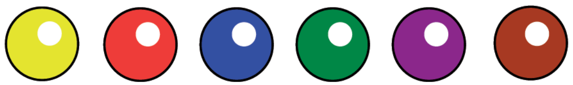
7. Játék: Osztók keresésére Kiosztja a pároknak a 4. melléklet második játéktábláját, majd felidézik az előző órai játékszabályt. Ugyanezzel a szabállyal kell játszani. (Ezen a táblán olyan számok vannak, amelyek a dobható számok közül csak eggyel, legfeljebb kettővel oszthatók) „Ez a játék hosszabb ideig tartott, mint előző órán. Szerinted miért?” „Melyik játéktáblával volt izgalmasabb a játék?” „Játszhattok új fordulót azzal a táblával, amelyik nektek jobban tetszett.”	A játék elkezdése után sok-sok számolás és próbálkozás után tapasztalják, hogy nem annyira könnyű korongot lerakni a mezőkre. Csak egyes vagy kettes dobása esetén tudtak korongot rakni. Valószínűleg az előző órai táblát választják.
8. Számalkotások A 2. feladatlap megoldatása önállóan. Felhívja a figyelmüket arra, hogy a feladatlapon nincs elég hely a próbálgatásokhoz. A füzet előkészíttetése.	Ellenőrzéskor a többféle megoldás közül kiválasztják a legjobbat. Legnagyobb összeg: 1561 például a 841 és a 720 összegeként. Legkisebb összeg: 355, például a 108 és a 247 összegeként. (Mindenképp háromjegyű számot kellett írni.) Legnagyobb különbség: 874–102=772 Legkisebb különbség: 204–187=17 Legnagyobb szorzat: $431 \cdot 9=3879$ Legkisebb szorzat: $349 \cdot 1=349$ Kb. 500 a szorzat: $139 \cdot 4=556$, $194 \cdot 3=582$, $493 \cdot 1=493$

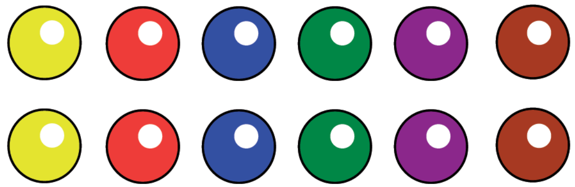
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
9. Valószínűségi játék korongokkal *Szervezés:* „Most a korongokkal lesz dolgotok. Minden pár vegyen maga elé 3 korongot!” Kiosztja a 6. melléklet játékpályáját. Írjátok a következő számokat a korongok piros oldalára: 12 15 5 „Ezeket a kék oldalakra (Figyeljetek arra, hogy melyik piros számhoz melyik kék tartozik!)”: 14 9 6	Páronként elkészítik a számozást.
A játék ismertetése: „Felváltva dobjátok a három korongot. A korongokon látható három számot össze kell szorozni. Egyikőtök akkor léphet a játékpályán, ha a három szám szorzata 700-nál nagyobb, a másik játékos akkor léphet, ha ez a szorzat 700-nál nem nagyobb. A játék előtt válasszátok ki, hogy ki léphet akkor, ha a szorzat 700-nál nagyobb, ki akkor, ha 700 vagy annál kisebb lesz a kidobott szorzat!	Megbeszélik, hogy ki melyik feltétel szerint léphet. Legalább két menetet lejátszanak, hogy igazságos legyen a játék, de megfigyelhetik, hogy melyik eset következik be gyakrabban.
Ha valaki célba ért, akkor nyert. A következő menetben cseréljetek: ki milyen számok esetén léphet.”	Beszámolnak egymásnak és a tanítónak, hogy ki nyert többször: az, aki a 700-nál nagyobb szám szerint léphetett, vagy akinek 700 vagy annál kisebb a szorzata.
A játékok eredményét meghallgatja, az esetleges sejtésekkel és vitákkal együtt. (Pl. vitás kérdés lehet, hogy egyformán jó-e a kétféle feltétel szerint játszani, vagy könnyebb nyerni valamelyikkel.) Nyolcféle szorzat lehetséges: $12 \cdot 15 \cdot 5=900$ $14 \cdot 15 \cdot 5=1050$ $12 \cdot 15 \cdot 6=1080$ $14 \cdot 15 \cdot 6=1260$ $12 \cdot 9 \cdot 5=540$ $14 \cdot 9 \cdot 5=630$ $12 \cdot 9 \cdot 6=648$ $14 \cdot 9 \cdot 6=756$ Ezek közül 3 olyan van, ami 700-nál kisebb, és 5 olyan, ami 700-nál nagyobb. A játéktól azt várjuk, hogy többször nyerjenek azok a gyerekek, akik a 700-nál nagyobb szorzatra tippeltek.	Magyarázatok keresése az összes eset felírásával.
„Most új szabállyal játszunk: Egyikőtök akkor léphet a pályán, ha a három szám összege páros, a másik akkor, ha az összeg páratlan.” Ettől a játéktól azt várjuk, hogy kb. ugyanannyian nyerjenek mindkét tipp szerint.	Ezzel a szabállyal is lejátszanak egy kört. Magyarázatok keresése az összes eset felírásával. Az ügyesebb gyerekektől remélhetjük, hogy észreveszik: Az egyik korongon mindkét szám páros, a másikon mindkettő páratlan. E két korongon levő számok összege tehát mindenképp páratlan lesz, ezért csak a harmadik korong dönti el, hogy az eredmény páros vagy páratlan.

Megint új szabály: Az egyik gyerek akkor léphet, ha az összeg 3-mal osztható szám, azaz, ha megvan benne a 3 maradék nélkül, a másik, ha nem.	A játék után ismét magyarázatot keresnek arra, hogy vajon miért nyertek sokkal többen azok közül, akik arra tippeltek, hogy az összeg 3-mal nem lesz osztható. 12+15+5 nem 14+15+5 nem 12+15+6 igen 14+15+6 nem 12+9+5 nem 14+9+5 nem 12+9+6 igen 14+9+6 nem
Megint új szabály: Az egyik gyerek akkor léphet, ha a szorzat 3-mal osztható szám, a másik, ha nem. (Mindhárom korongon legalább az egyik szám 3-mal osztható, így a szorzat is biztosan osztható lesz 3-mal.)	Talán hamar észreveszik, hogy az egyik gyerek sohasem léphet. Ismét magyarázatot keresnek.
10. Események megfigyelése, gyakoriságok ábrázolása diagramon, sejtések megfogalmazása arról, hogy mi a valószínűbb „Most 5 korongot vegyél a kezedbe! Ezekkel fogunk dobni. Gyűjtsük össze, mi lehet a dobás eredménye.” „A dobások előtt tippeld meg, hogy szerinted melyik eset fog legtöbbször bekövetkezni!” Megvitatják, hogy milyen lehetőségek vannak: Mind az öt a piros oldalára esik, 1 piros és 4 kék, 2 piros és 3 kék, 3 piros és 2 kék, 4 piros és 1 kék vagy az öt kék. A 3. feladatlap utasítása szerint végzik el a feladatot. „Karikázd be a feladatlapon azt, ami szerinted a legtöbbször előfordul!” Ezután mindenkinek 20-szor kell dobni az 5 koronggal, és a feladatlapon jegyezni az eredményeket. „Miután elkészültetek, adjátok össze a csoport eredményeit, és azt vezessétek a grafikonra.” Az egyik csoport eredményeit megkérdezi, és az írásvetítőn a saját példányát színezve mutatja, hogy hogyan kell elvégezni a feladatot. Például a 4 fős csoportban a PPPPP eset előfordulása 1, 2, 0, 0 volt, akkor abban a csoportban mindenki 3-ig színezi a feladatlapon a grafikont. Ezután összesítik az egész osztály kísérletének eredményeit: A csoportok sorban haladva elmondják, hogy például a PPPPP eset náluk összesen hányszor jött ki. A számokat összeadják, és a tanító egy közös grafikonon (7. melléklet fóliája) ábrázolja az egész osztály eredményeit. Több esemény gyakoriságainak összeadása és ábrázolása után a különbség várhatóan méginkább szembetűnő lesz. A csoportok beszámolnak a tapasztalataikról. A kísérlet elvégzése során arra számítunk, hogy minden csoportban a PPPPP és KKKKK eset előfordulása jóval kisebb lesz, mint a többi eseté. Az osztály eredményeit összesítve azt várjuk, hogy a PPKKK és a KKKPP esetek gyakorisága szembetűnően nagyobb lesz a többinél.	Elképzelhető, hogy egyes gyerekekben már ekkor megfogalmazódik a sejtés, hogy például azonos színű oldalra elég ritkán esnek a korongok. Beszélgetések a kapott grafikonról.

4. óra

<table>
<tr><th>Tanítói tevékenység</th><th>Tanulói tevékenység</th></tr>
<tr><td>11. Összegek előállítása céltáblával
Kiosztja a csoportoknak a 8. melléklet céltábláját. Egy gyerek ceruzát vesz a kezébe, miközben becsukja a szemét, egy másik a céltábla fölé irányítja a kezét. Egymás után 3-szor csukott szemmel rábök a papírra a ceruzával. (Ha nem sikerül eltalálni a céltáblát, újra bök.) Sorban mindenki más színnel elvégzi a tevékenységet. Az nyer, aki a legnagyobb összeget tudja előállítani.
Néhány játék után felteszi a kérdést: „Hányféle összeg adódhat?”</td><td>Játék

Tizenháromféle összeg lehet:
30, 50, 70, 90, 110, 130, 150, 170, 190, 210, 230, 250, 270
Ezek között van olyan, ami többféleképpen is előállítható.</td></tr>
<tr><td>12. Számkártyák nagyság szerinti sorbarendezése
Kiosztja a 9. melléklet számkártyáit a csoportoknak.
„Tegyétek növekvő sorrendbe a következő számkártyákat! Az egyenlőket tegyétek egymás alá!”
„Mely alakjukban legkönnyebb összehasonlítani őket? Lehet, hogy nem is kell elvégezni a kijelölt műveleteket? Ne számolj ezekben az esetekben!”
A rendezést követően minden előforduló számból csak egyet hagynak az asztalon. Ezeket összekeverik, majd véletlenszerűen sorba rakják egymás mellé lefordítva. Annak megfigyeltetése a műveletek elvégzése nélkül, hogy hány került a helyére.</td><td>A műveletek elvégzése nélkül is elvégezhetik a sorbarendezést, hiszen az összes kártyán 24 valamely többszöröse áll.</td></tr>
<tr><td>13. 6 elemből 2 kiválasztása
Hat eltérő színű golyót betesznek egy zsákba. Ebből húznak kettőt becsukott szemmel. A húzások előtt tippelnek a golyók színeire.

Lehet, hogy nem mindenféle pár kerül elő, de a sok húzás során előforduló esetek közös összegyűjtése után felvethető, hogy hányféle párt lehet húzni közülük.
Annak megfigyeltetése, hogy ebben a problémában nincs szerepe a sorrendnek, mert a zsákból egyszerre húzzák ki a két golyót.
A lehetséges kimeneteleket felírja a táblára.
SP, SK, SZ, SL, SB,
PK, PZ, PL, PB,
KZ, KL, KB,
ZL, ZB,
LB
„Most mindegyik színből beleteszek még egyet a zsákba! Így 6 különböző színű golyó van, mindegyikből kettő. Megint találomra kihúzok kettőt.</td><td>A gyerekek tippelnek a kihúzott golyók színeire. Feljegyzik, hogy milyen húzások voltak.
<table><tr><td>Húzás</td><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td><td>6.</td><td>...</td><td>...</td></tr><tr><td>Eredmény</td><td>P,S</td><td>K,L</td><td>L,Z</td><td>S,P</td><td>K,Z</td><td>...</td><td></td><td></td></tr></table></td></tr>
</table>



Te melyikre tippelsz, mi fog bekövetkezni gyakrabban?

1. A golyók színe egyforma.
2. A golyók különböző színűek.”

Ezeket az állításokat felírja a táblára.

A kísérlet után (melyben reményeink szerint többször húznak különböző színű golyókat) felveti: „Szerintetek a véletlen műve, hogy ez így alakult?”

„Számoljuk ki, most hányféleképpen húzhattunk!”

„Két dobókockával dobunk. A kapott számokból kétjegyű számokat készítünk. Hányféle számot készíthetünk?”
„Lehetnek azonos számok?”…
Kiosztja a csoportoknak a 10. melléklet táblázatát.
„Írjátok be a készíthető kétjegyű számokat!”
Írásvetítőn mutatja a saját példányát.

A megbeszélést most már arra irányítja, hogy keressék a három tevékenység között az összefüggést. Ráirányítja a figyelmet a sorrendre és az ismétlődésre.

A tippek elhangzása után 15–20 húzásból álló kísérletsorozatot végeznek, és az állítások mellé húzott strigulákkal számlálják össze, hogy melyik kísérlet hányszor következett be. (Mindig egy jelentkező gyerek húz és striguláz.)

Indoklások.
Felírják a lehetséges eseteket. (21 eset)

Lehet, hogy az ügyesebbek észreveszik a hasonlóságot és a különbözőséget az előző feladattal. Gondolkodhatnak úgy is, hogy 15-féleképpen húzhatok különböző színű golyókat (az előző feladat során már kiszámoltuk), és még hatféleképpen történhet, hogy azonos színű golyók lesznek.
A válasz, hogy 36 eset van, talán nem lesz nehéz, hiszen a modul első óráján ezt a problémát jól körüljárták.

	1	2	3	4	5	6
1	11	12	13	14	15	16
2	21	22	23	24	25	26
3	31	32	33	34	35	36
4	41	42	43	44	45	46
5	51	52	53	54	55	56
6	61	62	63	64	65	66

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
14. Tényezők kiválasztása adott szorzathoz A következő számkártyákat teszi a táblára: 5 3 6 134 156 243	
Az ugyanezeket a számokat tartalmazó kártyákat a gyerekek előtt két zacskóba teszi: egyikbe az egyjegyű, másikba a háromjegyű számok kerülnek. Egy vállalkozó tanuló húz mindkét zacskóból egy-egy számkártyát, a húzott számokat összeszorozza. A kapott szorzatot felírja a táblára. Pl.: 670	A táblára kerül a 670. Megállapítják, hogy csak 5 lehet az egyik tényező, a másik a 134 vagy a 156, mert az ezekkel való szorzás végződhet 0-ra. Becsléssel megállapítják, hogy a 243 ötszöröse 1000 fölött van, tehát a 670-et a $134 \cdot 5$ szorzással lehetett előállítani.
„Ellenőrzésképpen végezzétek el a füzetetekben a szorzásokat!"	
Ezután a tevékenységet párban végzik tovább. A pár egyik tagja a szemével kiválaszt egy számpárt, elvégzi a szorzást. A másik feladata kitalálni, hogy mely számokat szorozta.	
Felveti a kérdést, hogy hányféle számot lehet így előállítani. Újabb számok kerülnek a zacskókba és a táblára: 5 2 6 214 175 248	9-féle lehetőség van.
A húzás előtt tippelnek arra, hogy a szorzat páros lesz-e. A húzás után a szorzás elvégzése nélkül döntenek arról, hogy páros vagy páratlan lett a szorzat.	Feltehetőleg könnyen észreveszik, hogy csak egyetlen esetben lesz páratlan a szorzat: $175 \cdot 5$. Így jóval valószínűbb, hogy páros számot kapnak.
„10-szer fogunk húzni egymás után. Szerinted mi lesz legtöbbször a szorzat utolsó jegye?"	Néhány gyerek elmondja tippjeit.

A kísérletek elvégzése után a táblán például ez áll: 0, 5, 8, 4, 0, 6, 0, 8, 5, 0 (Reményeink szerint a 0 lesz leggyakrabban, de 10 kísérlet ezt egyáltalán nem biztos, hogy igazolja.) A tevékenység lezárásaként járjanak utána, hogy mely végződés hányféleképpen fordulhat elő. $214 \cdot 5 \to 0$ $214 \cdot 2 \to 8$ $214 \cdot 6 \to 4$ $175 \cdot 5 \to 5$ $175 \cdot 2 \to 0$ $175 \cdot 6 \to 0$ $248 \cdot 5 \to 0$ $248 \cdot 2 \to 6$ $248 \cdot 6 \to 8$ **Házi feladat:** A következő órára hozzatok otthonról egy naptárat. Ha többet is találtok, akkor azt hozzátok magatokkal, amelyik a legtöbb információt tartalmazza! Aki érdeklődik a naptár történetéről, bevezetésének körülményeiről, vagy a naptárakban jelölt ünnepnapokról, vállalhat egy kis kutatómunkát, és rövid kiselőadást tarthat erről a társainak.	Egy-egy vállalkozó gyerek húz, majd a szorzat kiszámítása nélkül döntenek arról, hogy mi az utolsó jegy. A kinn álló gyerek felírja a táblára az utolsó jegyet.