MATEMATIKA „A” 3. ÉVFOLYAM

VÉLETLEN?

7. modul

KÉSZÍTETTE: SZITÁNYI JUDIT

MODULLEÍRÁS

A modul célja	A gyermekek valószínűségről alkotott szemléletének formálása. A műveletvégzések és a műveleti tulajdonságokról tanultak mélyítése a játékok során. Rendszerezés, tapasztalatok lejegyzése, ábrázolása.
Időkeret	2 óra
Ajánlott korosztály	3. évfolyam, 6. hét
Modulkapcsolódási pontok	*Tágabb környezetben:* Környezetismeret, technika, testnevelés, anyanyelv. *Szűkebb környezetben:* Természetes számok és műveletek a 100-as számkörben. *Ajánlott megelőző tevékenységek:* A műveletek kapcsolatai, műveleti tulajdonságok, számolási eljárások. *Ajánlott követő tevékenységek:* 13. modul
A képességfejlesztés fókuszai	*Számlálás, számolás:* Műveletek a százas számkörben. *Számtulajdonságok.* Negatív számok. *Becslés, mérés, valószínűségi következtetés:* Valószínűségi szemlélet fejlesztése játékok és kísérletek során. Események gyakoriságának mérése, megfigyelése. *Rendszerezés, kombinativitás:* Megfigyelés. Alkotó gondolkodás. Események gyakoriságának jegyzése diagramon. *Induktív, deduktív lépések:* Sejtések megfogalmazása, a kísérlet kimenetelétől függően a sejtések átértékelése.

AJÁNLÁS

A valószínűség fogalmának alapozása gyakorlati mérésekhez, kísérletekhez kapcsolódva, hosszú érlelési idő alatt történik. Ebben a témában a következtetések levonását nem célszerű sürgetni, a tennivalók leginkább a tapasztalatszerzést célozzák. A valószínűségi szemlélet alakítása során rengeteg kísérletet végzünk, amelyekben tulajdonképpen a gyakoriságokat, az egyes kimenetelek előfordulási számát jegyezzük fel, és következtetéseket vonunk le ezekből. Ennek tükrében nem értelmezhetjük másképp a valószínűséget, mint valamely mennyiségi következtetés eredményét. Kiemelt jelentőséget kap a megfigyelésnek, az adatok lejegyzésének, illetve feldolgozásának egyre tudatosabb volta. Megfigyeléseik során ahhoz a tapasztalathoz kívánjuk juttatni a gyermekeket, hogy ami többször előfordul, az valószínűbb. A valószínűségi kísérletek leginkább játékok keretén belül valósulhatnak meg. Ezen játékok szoros kapcsolatban állhatnak a képességfejlesztés egyéb területeivel is. Például számolás: 2 kockával dobunk, és a szorzatra tippelünk, számtulajdonságok: 2 kockával dobunk, és a szorzat paritására tippelünk, és természetesen a kombinatorika: ami többféleképpen előállítható, annak bekövetkezése a megfigyelt kísérletek során valószínűbb.
A modulban megjelenő játékok és tevékenységek javarészt e szemléletet kívánják fejleszteni. A tevékenységek között akadnak olyanok is, amelyek rácáfolnak a sejtésekre. Éppen ezért általában igaz az, hogy nem célszerű „okos" tippeket elvárni a gyerekektől. Másrészt a játék öröme is elvész, ha már rögtön az elején tisztázzuk a jó stratégiát.
Mivel a modul legfontosabb célja egyfajta szemléletfejlesztés, ezért a megjelenő tevékenységek az egész osztálynak szólnak. Differenciálásra az adhat lehetőséget, hogy az egyes gyerekek más mélységig jutnak el következtetéseikben. A kombinatorikus problémák során az esetek közül minél több megkeresése, azok rendszerben történő kirakása adhat lehetőséget a differenciálásra. A felhasznált módszerek közül kiemelt jelentősége a tevékenykedtetésnek, a beszélgetésnek, a vitának van.

TÁMOGATÓRENDSZER

C. Neményi Eszter–Wéber Anikó: *Matematika tankönyv,* általános iskola 3. osztály, Nemzeti Tankönyvkiadó, 1998.
C. Neményi Eszter–Wéber Anikó: *Matematika munkafüzet,* általános iskola 3. osztály, Nemzeti Tankönyvkiadó, 1998.
C. Neményi Eszter–Wéber Anikó: *Kézikönyv a matematika 3. osztályos anyagának tanításához,* Nemzeti Tankönyvkiadó–Budapesti Tanítóképző Főiskola, Budapest

ÉRTÉKELÉS

Az értékelést a tanulók megfigyelésére alapozzuk.
A tanulók tevékenysége során megfigyeljük, hogy ki-ki
– milyen mértékben vesz részt a csoportos tevékenységekben;
– különbséget tud-e tenni biztos, lehetetlen, lehetséges, de nem biztos események között;
– érzi-e, ha egy eseménynek kicsi az esélye, vagy ha nagy;
– képes-e eldönteni a kísérlet során, hogy az adott esemény bekövetkezett vagy sem;
– képes-e a kísérlettel kapcsolatos eseményeket rögzíteni;
– képes-e a kísérletekből sejtéseket megfogalmazni, esetleges téves sejtéseit újra átgondolni, módosítani;
– képes-e a valószínűséggel kapcsolatosan megszerzett tapasztalatait a játék során alkalmazni, a játékstratégiába beépíteni;
– milyen mértékben képes gondolatait, elképzeléseit indokolni.

MODULVÁZLAT

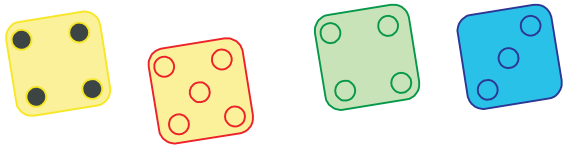
Időterv:
1. óra: I/1. és II/1–4.
2. óra: II/5–-8.

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	**Kiemelt készségek, képességek**	**Célcsoport / A differenciálás lehetőségei**	**Tanulásszervezés**		**Eszköz** (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag-tartalmak)
				Munkaformák	**Módszerek**	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése						
	1. Számépítő a műveletek közötti összefüggések gyakorlására	összefüggések felismerése, számolás, valószínűségi szemlélet	egész osztály	csoportmunka	tevékenykedtetés, megfigyelés, beszélgetés	4 db dobókocka csoportonként, füzet, ceruza, számkártyák (t/5.) 0–100-ig
II. Az új tartalom feldolgozása						
	1. Lehetséges, de nem biztos és biztos események megfigyelése	megfigyelés, logikus gondolkodás, valószínűségi következtetés	egész osztály	frontális	tevékenykedtetés, beszélgetés	1. melléklet állításai, csoportonként különböző színű korongok, 7 piros és 1 kék golyó, zsák
	2. Lehetséges, de nem biztos és lehetetlen esemény megfigyelése	megfigyelés, logikus gondolkodás, összefüggések megsejtése, igazolása, valószínűségi szemlélet fejlesztése	egész osztály	páros	tevékenykedtetés, beszélgetés, vita	páronként 10 korong, 2. melléklet játéktáblája páronként 1 darab, páronként 1 bábu
	3. Valószínű és kevésbé valószínű esemény	számolás, megfigyelés, valószínűség	egész osztály	frontális	tevékenykedtetés	számtáblázat (t/16.), posztit lapok, írószer

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	**Kiemelt készségek, képességek**	**Célcsoport / A differenciálás lehetőségei**	**Tanulásszervezés**		**Eszköz** (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag-tartalmak)
				Munkaformák	**Módszerek**	
	4. Események megfigyelése, gyakoriságok ábrázolása diagramon, sejtések megfogalmazása arról, hogy mi a valószínűbb.	adatok lejegyzése, rendszerezés, valószínűségi szemlélet	egész osztály	egyéni	tevékenykedtetés	3 db korong gyerekenként, a 3. melléklet feladatlapja, ugyanez a feladatlap fólián is, írószer
	5. Események bekövetkezési gyakoriságáról alkotott sejtések kifejezése társasjáték kapcsán	megfigyelés, valószínűségi szemlélet	egész osztály	csoport, majd frontális	játék, beszélgetés, vita	a 4. melléklet társasjáték-táblája hozzá tartozó kártyákkal, csoportonként 2 különböző színű dobókocka, az 5. melléklet fóliái, korongok
	6. Események gyakoriságának megfigyelése kísérlet során	adatok lejegyzése, rendszerezés	egész osztály	önálló munka	tevékenykedtetés, kísérlet	2 db dobókocka gyerekenként, a 6. melléklet lapja, írószer
	7. Játék. A legnagyobb szám nyer	számolás, valószínűségi gondolkodás, becslés	egész osztály	frontális	játék	Dobókocka, füzet, írószer
	8. Tapasztalatszerzés lehetetlen és lehetséges, de nem biztos eseményekről	valószínűségi szemlélet	egész osztály	csoport	kísérlet, tevékenykedtetés	„varázsdoboz” a 7. melléklet leírása szerint csoportonként, hozzá golyók, táblázatok.

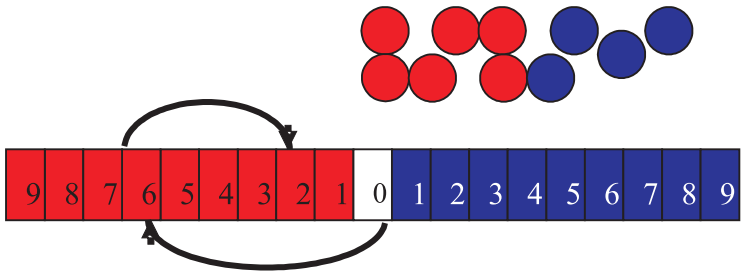
A FELDOLGOZÁS MENETE

Az alábbi, részletes leírás célja elsősorban egyféle minta bemutatása. Nem lehet és nem szabad kötelező jellegű előírásnak tekinteni. A pedagógus legjobb belátása szerint dönthet a részletek felhasználásáról, módosításáról vagy újabb variációk kidolgozásáról.

Véletlen?	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése	
Tanítói tevékenység	**Tanulói tevékenység**
1. Számépítő a műveletek közötti összefüggések gyakorlására *Szervezés: 4 fős csoportok.* A tanító előkészíti a számkártyákat (t/5.) 0–100-ig. Ezek lesznek játékban. Négy dobókockát készíttet elő csoportonként. Minden csoport húz egy számkártyát, majd a 4 dobókockával egyszerre dobnak. A kapott 4 számmal olyan műveleteket kell végezni, hogy a végeredmény minél közelebb legyen a húzott számhoz. (Használható zárójel is.) *Próbajátékot játszanak:* számkártyát húznak, gurítanak. Például a húzott szám, a 18. A kockákon ez áll:	A próbajáték során megértik a játékszabályt.
5 + 4 + 4 + 3 = 16 **(4 · 4 + 5) – 3 = 18** 	Ez kettővel kevesebb a 18-nál. Ez jobb felírás, mert ez éppen 18.
A játék során 4-szer húznak majd új számot, és újra dobnak a dobókockákkal. Mindegyik játékos lejegyzi a saját elképzelését, hogyan lehet jól megközelíteni vagy éppen előállítani a kihúzott számot. Ezután csoportban megbeszélik a megoldásokat. Kiderülhetnek újabb, jó megoldások a közös gondolkodás során. Ezután mindegyik csoport szóvivője beszámol egy-egy húzott számról, és a csoport tagjai ismertetik megoldásaikat.	A csoport minden tagja elmondja, hogyan közelítette meg a húzott számot a dobott számokkal végzett műveletekkel. A gyerekek csoportban végzik az ellenőrzést. A közös megbeszéléskor a csoportok beszámolnak arról, melyik számot hogyan sikerült a legjobban megközelíteni.

A játékot követően beszélgetést kezdeményez arról, hogy volt-e szerepe a véletlennek. *Lehetséges*, hogy egy-egy számot pontosan ki tudtak rakni a húzott számkártyákból, de ez nem *biztos*. Beszélgetések hétköznapi történésekről, melyekben a véletlennek szerepe van: például: „Képzeljétek, mi történt velem tegnap! Eszembe jutott egy volt iskolatársam, Ágnes, akivel hosszú évek óta nem találkoztam. Éppen hazafelé tartottam, miközben régi közös élményeinket idéztem fel magamban. Egyszer csak az út túloldalán megpillantottam őt. – Ezt a véletlent! – kiáltottam fel nyomban. Szinte hihetetlen, hogy éppen most találkozunk.” Volt-e nektek is olyan élményetek, amikor olyan esemény történt veletek, aminek kicsi volt ugyan az *esélye*, de mégis megtörtént?”	Néhány gyerek személyes élményeinek meghallgatása.
II. Az új tartalom feldolgozása	
1. Lehetséges, de nem biztos és biztos események megfigyelése Célkitűzés: „Ma olyan tevékenységeket fogunk végezni, és olyan játékokat játszunk, amiben a véletlennek szerepe van.” – Egy zsákba beletesz a gyerekek előtt 5 piros és 1 kék golyót. „Kettőt húzok egyszerre a zsákból.” A húzott golyókat kiteszi a gyerekek elé. Állításokat fogok mondani, döntsd el, hogy igaz, vagy hamis! Például egy pirosat és egy kéket húztak. „Mindegyik piros” (H) „Van közte piros” (I) „Mindegyik kék” (H) Ezután kiteszi a táblára az 1. melléklet állításait. A: Mindegyik piros B: Nem mindegyik kék C: Van köztük kék D: Nincs köztük kék E: Van köztük piros	Hamis. Igaz. Hamis.

„Egyszerre hármat fogunk húzni a zsákból. Mit tippelsz? Melyik fog bekövetkezni? Beszéljétek meg csoportban, szerintetek melyik állítás lesz igaz a kihúzott golyókra, és helyezzetek el egy korongot a táblára az állítás mellé, amiben megállapodtatok!”	A csoport megbeszéli, hogy melyik állításra fognak tippelni, majd egy korongot tesznek a kiválasztott állítás mellé.
Néhány húzást elvégeznek közösen úgy, hogy mindegyik előtt szabad módosítani a tippeket. Megvitatják a történteket: „Lehetett-e úgy tippelni, hogy az biztosan bekövetkezzen?” „Ezek az események, *biztos események.*” Ezeket most levesszük a tábláról, most csak a többire lehet tippelni. 10 húzást végeznek úgy, hogy amelyik bekövetkezik, az alá strigulát húznak. Például: PPP húzása után	Igen, a B és az E esemény mindegyik kísérletnél bekövetkezik.
C: Van köztük kék D: Nincs köztük kék A: Mindegyik piros	
„A táblán levő állítás közül melyik következett be gyakrabban? Szerinted miért?” (A többi esemény valószínűsége egyenlő, de ez természetesen nem derül ki ebben a kísérletben.) Érdemes a gyerekek indoklásait meghallgatni, a valószínűségről alkotott képzeteik megismerése érdekében. Nem szabad azonban a vitát lezárni. – Ugyanezt a tevékenységet végzik, de most úgy, hogy a zsákba beletesznek még két piros golyót. Ebben az esetben az előbbinél is nagyobb az esélye annak, hogy mindhárom kihúzott golyó piros lesz.	Vita: elképzelhető, hogy valaki úgy okoskodik, hogy jóval több piros golyó van a zsákban, tehát nem érzi valószínűnek, hogy kihúzzák a kéket. Egy másik gyerek esetleg éppen a kék golyó elkerülését érzi valószínűtlennek.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
2. Lehetséges, de nem biztos és lehetetlen esemény megfigyelése Lépegetés a számegyenesen Kiosztja a 2. melléklet játéktábláját. „Páronként 10 korongot készítsetek elő. 0-ról induljon a bábu! A korongok feldobása után annyit lépjetek a piros irányába, amennyi piros korong esett az asztalra, és annyit a kék irányba, amennyi kék! Például ezt dobtam:	A párok megosztják a tevékenységet. Az egyik gyerek dob, a másik lép a bábuval. A következő dobásnál cserélnek.
	
A piros irányába lépek hatot, ahová érkeztem, onnét a kék irányába négyet. Léphettem volna előbb a kék irányba négyet, majd a piros irányba hatot. A végén ugyanoda érek?” Néhány próba után a következő problémát veti fel: „Most tízet fogunk dobni egymás után úgy, hogy a bábu mindig a 0-ról indul.” „Mit gondoltok, 10 dobásból hová érkezik legtöbbször a bábu? Lehetséges, hogy a 0-ba? Vagy a piros 3-ba?”	
„Mielőtt elkezdődik a játék, a párok válasszanak egyet a színezett számkártyák közül!” Kiteszi a 2. melléklet számkártyáit. (Arra számítunk, hogy sokan választanak páratlan számot is, például az 1-et:) Ha lejátszottak egy játékot, a tanító színessel feljegyzi a táblára, hogy melyik pár hova jutott. Például: 2, 8, 2, 4, 0, 0, 6, 6, 4, 8, 2, 2	A párok elvégzik a kísérletet. Elképzelhető, hogy lesz olyan gyerek, aki már az első játék során észreveszi, hogy csak páros számra tudnak érkezni.
Az újabb kör előtt újra választhatnak kártyát. „Mi a közös ezekben a számokban? Szerinted ez *véletlen?*” Megfigyelteti a számok párosságát. Most már erősödhet a sejtés. Egy újabb kísérlet után elkezdődhet a magyarázatok keresése.	

Összegyűjthetjük a lehetséges dobásokat, és az érkezési lehetőségeket:

10. p

9 p + 1 k = 8. p	4 p + 6 k = 2. k
8 p + 2 k = 6. p	3 p + 7 k = 4. k
7 p + 3 k = 4. p	2 p + 8 k = 6. k
6 p + 4 k = 2. p	1 p + 9 k = 8. k
5 p + 5 k = 0	10 k = 10. k

A lépegetés során a gyerekek tapasztalathoz juthatnak a pozitív számok ellentettjének értelmezéséhez szükséges tevékenységről is.

Azt, hogy a gyerekek levonták-e a következtetést, hogy a páratlan számokhoz jutni lehetetlen volt, megtudhatjuk azáltal, hogy a korongok számát 12-re változtatjuk, és megfigyeljük, mire tippelnek. Arról, hogy képesek-e tapasztalataik továbbgondolására, úgy szerezhetünk információt, hogy páratlan számú koronggal végeztetünk kísérletet.
Például ha 5 koronggal végezzük a tevékenységet:

5. p
4 p + 1 k =3. p
3 p + 2 k =1. p
2p + 3 k=1. k
1 +4 k=3. k
5. k

Indoklásként rendszerezve bemutathatják az összes lehetőséget, vagy csak azt, hogy mi történik, ha egy kirakásban egyetlen korong színét változtatjuk. Például:

A gyerekek végiggondolhatják, hogy páros számú korong esetén hasonló tapasztalat várható.

Páratlan számú korongnál páratlan érkezés várható.
A kísérletek végzése során azt is megfigyelik, hogy nagyobb eséllyel érkeznek 0-hoz közelebbi számokhoz, mint a távolabbiakhoz.

3. Valószínű és kevésbé valószínű esemény

A demonstrációs méretű 0–100 számtáblázatot (t/16.) elhelyezi úgy, hogy a gyerekek számára elérhető legyen. Egy gyereket kihív, bekötik a szemét, majd kétszer-háromszor megpörgetik a táblázat előtt. Ezután bekötött szemmel rámutat egy számra. A játék előtt tippelni kell, hogy a szám felírható-e két 10-nél kisebb, de 1-nél nagyobb szám szorzataként.
„Szerinted minek van nagyobb esélye? Annak, hogy olyan számra bökünk, ami felírható két 10-nél nem nagyobb szám szorzataként, vagy annak, hogy olyanra, ami nem? Az 1 most nem szerepelhet a tényezők között!”
„Vegyük számba, hogy melyek azok a számok, amelyek felírhatók két 10-nél nem nagyobb, de 1-nél nagyobb szám szorzataként! Akit szólítok, az mondhat egy számot, felírhatja egy ilyen lapra a számot két szám szorzataként, és ráragaszthatja ezt a számra.”

A kiosztott posztitlapokra szorzást írnak, és ráragasztják az ismert mezőkre.

0	1	2	3	2 · 2	5	2 · 3	7	2 4	3 · 3
2 · 5	11	6 · 2	13	7 · 2	3 · 5	4 · 4	17	3 · 6	19
10 · 2	3 · 7	22	23	3 · 8	5 · 5	26	3 · 9	4 · 7	29
10 · 3	31	4 · 8	33	34	7 · 5	6 · 6	37	38	39
4 · 10	41	6 · 7	43	44	9 · 5	46	47	6 · 8	7 · 7
5 · 10	51	52	53	9 · 6	55	7 · 8	57	58	59
6 · 10	61	62	9 · 7	8 · 8	65	66	67	68	69
7 · 10	71	9 · 8	73	74	75	76	77	78	79
8 · 10	9 · 9	82	83	84	85	86	87	88	89
9 · 10	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Meglepő lehet, hogy milyen kevés eset szerepel a kisegyszeregyben. (100–ból csak 36 esetben bökünk olyan számra, amit olyan szorzatként tudunk felírni, amelyben minkét szám nagyobb 1-nél [egyik sem 1].) Ezért nem túl nagy az esélye, hogy olyan számra bökünk, amelyik a kisegyszeregyben szerepel.
Ugyanezt a tevékenységet ismétlik, de most olyan számokat keresnek, amelyeket szorzatként fel tudnak írni. (Például 33 = 11 · 3)
Így már jóval nagyobb lehet az esélye, hogy olyan számra bökünk, amit fel tudunk írni szorzatként.

Indoklásként elég csak a páros számokat kiválogatni. Ezek biztosan felírhatók valamely szám kétszereseként. Máris leragaszthatjuk velük a táblázatnak majdnem a felét. Ehhez jön még a többi, például a 3 páratlan többszörösei.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
4. Események megfigyelése, gyakoriságok ábrázolása diagramon, sejtések megfogalmazása arról, hogy mi a valószínűbb. „Most 3 korongot vegyél a kezedbe! Ezekkel fogunk dobni. Gyűjtsük össze, mi lehet a dobás eredménye." „A dobások előtt tippeld meg, hogy szerinted melyik eset fog legtöbbször bekövetkezni!"	Megvitatják, hogy milyen lehetőségek vannak: Mindhárom a piros oldalára esik, egy piros és két kék, két piros és egy kék, vagy mindhárom kék.
Kiosztja az 1. feladatlapot. „Karikázd be a feladatlapon azt, ami szerinted a legtöbbször előfordul!" Megbeszélik, hogy hogyan szokás strigulázni. Ezután mindenkinek 20-szor kell dobni a 3 koronggal, és a feladatlapon jegyezni az eredményeket.	Elképzelhető, hogy egyes gyerekekben már ekkor megfogalmazódik a sejtés, hogy azonos színű oldalra ritkábban esnek a korongok.
„Miután elkészültetek, adjátok össze a csoport eredményeit, és azt vezessétek a grafikonra." Az egyik csoport eredményeit megkérdezi, és az írásvetítőn a saját példányát színezve mutatja, hogy hogyan kell elvégezni a feladatot. Például a 4 fős csoportban a PPP eset előfordulása 4, 2, 1, 3 volt, akkor abban a csoportban mindenki 10-ig színezi a feladatlapon a grafikont. Az egyes események gyakoriságainak összeadása és ábrázolása után a különbség várhatóan méginkább szembetűnő lesz. A csoportok beszámolnak a tapasztalataikról. A kísérlet elvégzése során arra számítunk, hogy minden csoportban a PPP és KKK eset előfordulása jóval kisebb lesz, mint a PPK és a PKK eseteké.	Beszélgetések a kapott grafikonról.
„Szerinted miért történt mindegyik (a legtöbb) csoportban az, hogy a KKK és a PPP oldalára kevesebbszer estek a korongok?" Elkészíthetjük osztályszinten is az összesítést, és az elemzést már a közösen készített diagramhoz kapcsolódva közösen végezzük	Okkeresések. Például megszámozhatják a korongokat. Ebben az esetben könnyebben felismerhető, hogy a két piros egy kék, valójában 3 esetet hordoz magában, míg a három piros csak egyféleképpen eshet.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
5. Események bekövetkezési gyakoriságáról alkotott sejtések kifejezése társasjáték kapcsán Azoknak az osztályoknak, akik a megelőző évben is e modulrendszer szerint dolgoztak, a következő társasjáték nem lesz ismeretlen. Tavaly a műveletek, nyitott mondatok gyakorlása mellett pusztán a tapasztalatszerzés volt a cél. *Szervezés:* csoportonként egy társasjáték-táblát, egy kártyakészletet (t/9.) és két különböző színű dobókockát ad. A játékszabály ismertetése, illetve felidéztetése: „Sorban dobtok egy kockával. Annyit léphettek, amennyit a dobókocka mutat. Ha katicás mezőre érsz, dobj a két kockával egyszerre, húzz egy kártyát, és az utasítás szerint járj el! Nyer, aki legelőször ér célba.” Figyeli a csoportok játékát, és ha szükséges, segít az utasítások értelmezésében. A játék után beszélgetést kezdeményez a kártyakészletről. „Találtatok olyan kártyát, amelyik szerintetek nem volt igazságos? Miért?” Szót ejthetnek arról is, hogy egy ilyen készletben, mivel játékról van szó, nem kell, hogy feltétlenül igazságos legyen minden kártya. „Válogassátok ki azokat a kártyákat, amelyeket a kockák minden állása igazzá tesz!” „Válogassátok ki azokat is, amelyek a kockák minden állása mellett hamisak.”	Megfigyelések, vélemények a kártyákról. Például a „A két szám összege 13” kártya nem igazságos, mert nem tudom a kockákat úgy állítani, hogy a dobott számok összeg 13 legyen. A legnagyobb szám a 12 lehet. „A két szám szorzata 37-nél kisebb” kártya állítása pedig minden esetben igaz.
„Most nézzük csak ezt a két kártyát, csak ezt tegyétek magatok elé!” A két szám szorzata páros A két szám szorzata páratlan	
„Szerintetek melyik fordul elő gyakrabban? Az, hogy a dobott számok szorzata páros, vagy hogy páratlan?” „Végezzünk kísérletet erről is!” „Minden csoport dobjon 20-szor, egyvalaki strigulázza egy lapon az eredményeket!” „A csoport jegyzője írja egymás alá ezt a két mondatot: A két szám szorzata páros: A két szám szorzata páratlan: Ezek mellett történhet a strigulázás.” A tanító a táblán összegezze az egész osztály eredményeit. A kísérlettől azt reméljük, hogy a páros szorzatok gyakrabban fordulnak elő.	Várhatóan a vélemények eltérőek lesznek. Ez felveti annak lehetőségét, hogy sok dobás után nézzék meg, mit tapasztalnak, melyik fordul elő többször.
Az 5. melléklet fóliáit kiteszi az írásvetítőre. Korongokat helyez azokra a mezőkre, amelyek igazzá teszik. Megfigyelteti azt, hogy a két szám szorzata páros, 27 esetben igaz, míg a két szám szorzata csak 9 esetben páratlan.	Okkeresések. Biztosan lesz olyan gyerek az osztályban, aki észreveszi azt, hogy a szorzat párosságához elég, ha az egyik dobott szám páros, a páratlansághoz viszont az kell, hogy mindkét szám páratlan legyen.

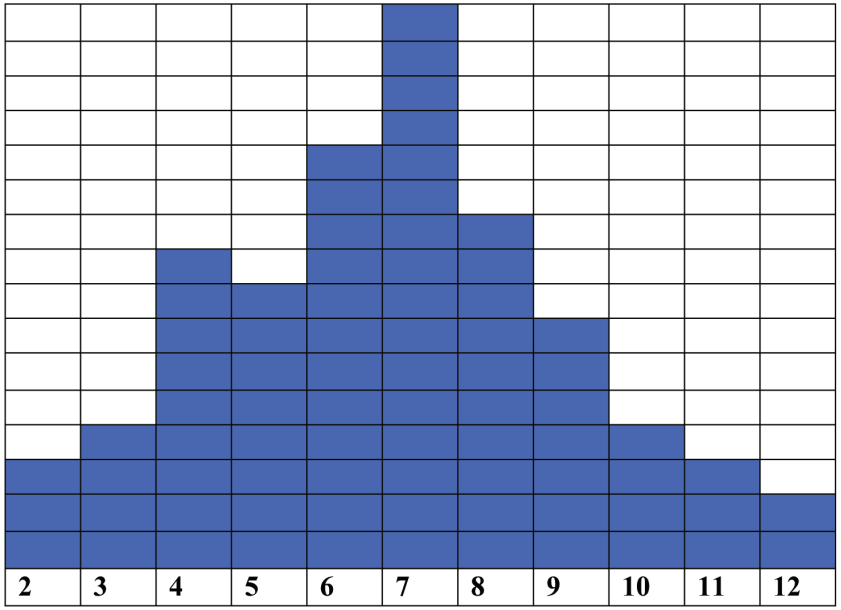
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
6. Események gyakoriságának megfigyelése kísérlet során „Érzésed szerint melyik számot kapod a legtöbbször, ha a két kockán levő pöttyök számát összeadod?” A tippek elmondása után indulhat a 20 dobásból álló kísérlet! Kiosztja a 6. melléklet lapját minden gyereknek. „A lapon jelöljétek, hogy milyen számokat dobtatok! A piros kockával dobott számhoz adjátok a két kockával dobott számot!” A fólián mutatja: Például a piros kockán 3-at és a kék kockán 4-et dobtam, ide írom:	A lapon jelölik kísérleteik eredményét. A megfelelő rubrikába jegyzik azt, hogy milyen összeg eredményeként kapták a számot.

					3 + 4					
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

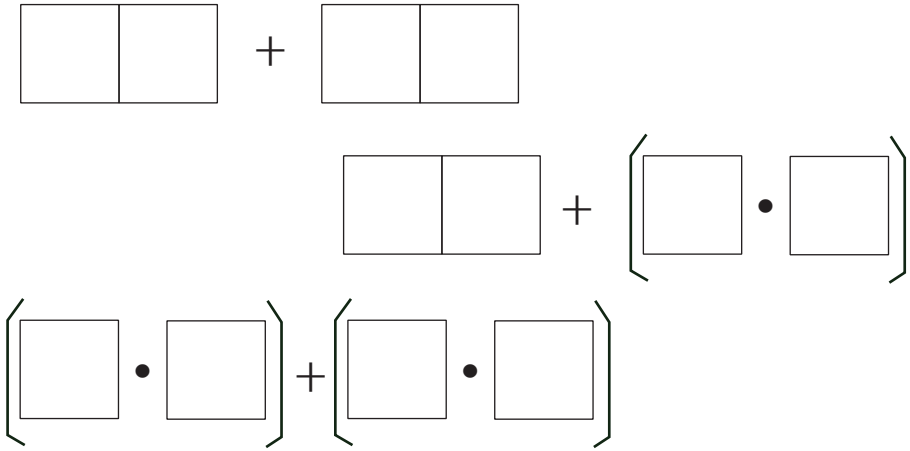
A tevékenység elvégzése után beszélgetést kezdeményez a tapasztaltakról. „Melyik számot kaptad a legtöbbször?” „Összesítsétek a csoport eredményeit! Az összesítő lapra nem kell az összegeket átvezetnetek, elég, ha színezéssel jelöltök annyi rubrikát, ahányszor az összeget kidobtátok.”	A csoport kap még egy lapot, ahová a 80 dobás eredményeit összesítik. Például így:

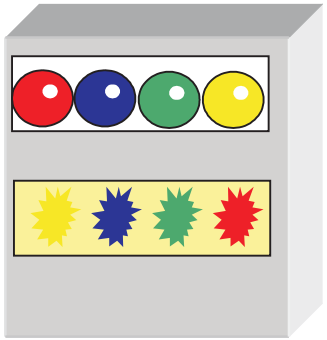
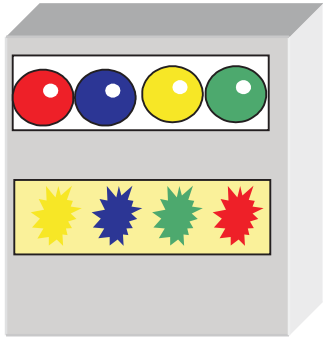
Az összesítések összehasonlítása:

„Vizsgáljuk meg, miért lehet ez így!”
Az összeg alakban történő felírás sugallja, hogy a 7 jöhet ki a legtöbb módon. Ennek ellenére, nem lehet biztos, hogy minden gyereknek a saját kísérlete alapján is ez a megfigyelése.



80 dobásból már várhatóan olyan diagramot fognak kapni, amelyen jól látszik az egyes események bekövetkezési esélye

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
7. Játék. A legnagyobb szám nyer Felrajzol a táblára három rajzot:  Annak megbeszélése, hogy mit jelentenek az ábrák. Az egymás mellé írt négyzetek kétjegyű számot jelentenek. „Játszani fogunk. A kockával dobok egyet, a kapott számot majd beírod valamelyik helyre (utána változtatni nem szabad), ezután dobok még egyet, és a második számot is beírod. Nyer, aki a legnagyobb számot tudja előállítani. Válaszd ki, azt az ábrát, amelyikben szerinted a nagyobb számot elő tudod állítani! Csak azt az egyet rajzold le a füzetedbe, és indulhat a játék!” Minden forduló után megbeszélik, hogy milyen számokat kaptak. Nem lenne célszerű, ha megpróbálnánk messzemenő következtetéseket levonni a játékból. Előfordulhat ugyanis, hogy valaki nem gondolkodott „okosan”, mégis nyert.	Lerajzolják a választott ábrát, és beírják a dobott számokat. Annak megfigyelése, hogy melyik fajta ábra választása nyert a legtöbbször. Tapasztalataikat, a játék során felmerült gondolataikat megosztják társaikkal.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
8. Tapasztalatszerzés lehetetlen és lehetséges, de nem biztos eseményekről A 7. mellékletben lerajzolt „varázsdobozokat” vesszük most elő. Bemutatás: a dobozba egy sárga, egy piros, egy zöld és egy kék golyót tesz. Posztitlapon ráragasztja egy lehetséges sorrendjüket. A dobozt megrázza, majd megfigyelik, hogy hány golyó került a helyére. Ebben az elrendezésben például 2 golyó van a helyén:  Ebben egy került a helyére:  A csoportoknak is ad egy-egy dobozt a hozzá tartozó posztitlapokkal és a táblázattal.	
„Tippeljétek meg, hogy a 20 kísérletből melyik hányszor fog előfordulni!”	A csoportok tippelnek, és tippjeiket lejegyzik a lapra.

	Egy golyó sem kerül a helyére	1 golyó kerül a helyére	2 golyó kerül a helyére	3 golyó kerül a helyére	Mind a helyére kerül
tipp					

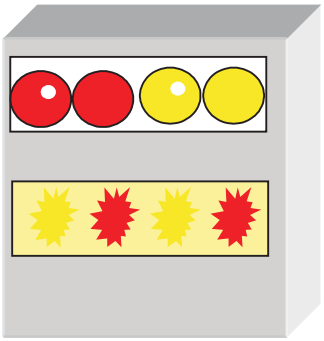
Meghallgatja a tippeket. Nem jó, ha engedjük a gyorsabban gondolkodó gyerekeknek, hogy elárulják azt, hogy nem lehet pontosan 3 golyó a helyén. Inkább hagyjuk, hogy a kísérlet hozza meg a sejtést, majd később próbáljanak meg magyarázatot keresni.
„Végezzetek 20 kísérletet! A csoport jegyzője húzza a táblázatba a strigulát a megfelelő helyre."
Ha megfigyeljük az összes lehetőséget, láthatjuk, hogy az esélyek a következőképpen alakulnak:
4 került a helyére: SKZP, 1 esetben
3 került a helyére: nincs ilyen eset, *lehetetlen*
2 került a helyére: SPZK, SKPZ, SZKP, KSZP, ZKSP, PKZS, 6 esetben
1 került a helyére: PKSZ, PSZK, ZKPS, ZSKP, KZSP, SZPK, SPKZ, KPZS, 8 esetben
0 került a helyére: PZKS, PZSK, PSKZ, KPSZ, KZPS, KSPZ, ZPKS, ZPSK, ZSPK, 9 esetben

Ez a fajta tevékenység többször elvégezhető, attól függően, hogy mit rakunk a dobozba, más tapasztalatot szerezhetnek a gyerekek.

20 kísérletet végeznek csoportban. Felváltva mozgatják meg a dobozt. Egy gyerek a táblázatban strigulázza a kapott eredményeket.

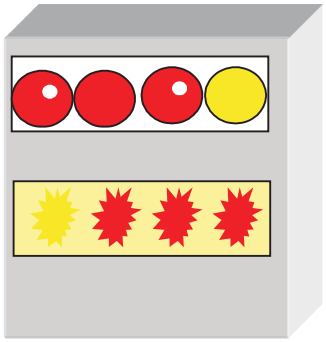
A játék során a gyerekek tapasztalhatják, hogy lehetetlen az, hogy pontosan 3 golyó kerüljön a helyére. Indoklások: ha már három a helyén van, a negyedik is csak a neki megfelelő helyre kerülhet.
A játék megelőzi azt a tevékenységet, melyben 4 elem összes lehetséges sorrendjét képezzük. Itt most csak azt tapasztalhatják, hogy amit többféleképpen is elő tudunk állítani, az a valószínűbb. Szembetűnő, hogy négy elem csak egyféleképpen kerülhet a helyére, míg 0, 1 vagy 2 többféleképpen. Ilyen kevés számú kísérlet elvégzésétől nem várhatjuk azt a felismerést, hogy például valószínűbb az, hogy 0 golyó kerül a helyére, mint az, hogy 2.

– Lehet kétféle színű golyóból rakni kettőt–kettőt.



0 kerül a helyére: PSPS
1 kerül a helyére: nincs ilyen eset, *lehetetlen*
2 kerül a helyére: SPPS, SSPP, PSSP, PPSS
3 kerül a helyére: nincs ilyen eset, *lehetetlen*
4 kerül a helyére: SPSP

– Lehet esetleg úgy rakni, hogy kétféle színű golyót teszünk a dobozba, de az egyikből többet, a másikból kevesebbet.



Ebben a tevékenységben csak kétféle eset lehet:
Mind a négy a helyére kerül: SPPP
Kettő kerül a helyére: PPPS, PPSP, PSPP

Az előző kísérlet elvégzése után meglepő lehet, hogy most éppen az a lehetetlen esemény, ami az előzőben igen nagy eséllyel bekövetkezett, hogy 1 golyó kerül a helyére, hiszen ha például 1 piros a helyére kerül, akkor már a 2 sárga közül az egyik csak sárgával jelölt helyre kerülhet.

Ennél a tevékenységnél kérhetjük, hogy keressék meg az összes esetet.