
SZÁMTULAJDONSÁGOK,
SZÁMKAPCSOLATOK FELISMERÉSE, KIFEJEZÉSE
TEVÉKENYSÉGEKKEL, ÁLLÍTÁSOKKAL

10. modul

KÉSZÍTETTE: SZITÁNYI JUDIT

MODULLEÍRÁS

A modul célja	A tízezres számkörben való tájékozottság erősítése a számtulajdonságok és számkapcsolatok megfigyelésével. Az összeadás, kivonás és szorzás végzésében való gyakoroltság fokozása. A becslőképesség fejlesztése e műveletek eredményének előre látásában.
Időkeret	6 óra
Ajánlott korosztály	9–10 évesek; 4. osztály; 16–17. hét
Modulkapcsolódási pontok	Tágabb környezetben: kereszttantervi NAT szerint: környezeti nevelés, olvasás, ének-zene, testnevelés. Kompetenciaterület szerint: szociális és környezeti. Szűkebb környezetben: saját programcsomagunkon belül: 1–6. modul; Ajánlott követő tevékenységek: 11. modul: Egész számok.
A képességfejlesztés fókuszai	Számlálás, számolás: Gyűjtött információk a számokról a 10 000-es körben. Becslés, mérés, mennyiségi következtetés: Mennyiségek becslése, mérése a 10 000-es körben (számok mérőszám és értékmérő-tartalma). Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás: Egy és két művelettel megoldható szöveges feladatok értelmezése, megoldása, ellenőrzése. Szöveges feladatok lejegyzése nyitott mondatokkal. Rendszerezés, kombinativitás: Számok összehasonlítása, rendezése; helyük a számegyenesen. Szomszédok; százaz, tízes szomszédok. Számok helye táblázatokban, számtulajdonságok és kapcsolatok. Induktív, deduktív lépések: Számok meghatározása tulajdonságaik szerint: halmazok szűkítése; barkochbák. Elemek elhelyezése egyszerre két, három adott halmazba: az elemek tulajdonságának megfogalmazása hovatartozásuk szerint. Tulajdonság és tagadása; ilyen tulajdonságok konjunkciója („és”-sel való összekapcsolása).

AJÁNLÁS

A modul legfontosabb célja a természetes számokkal kapcsolatos ismeretek rendszerezése.

E modult – és az ezt megelőző hosszú időszak tevékenységét – diagnosztikus mérésel zárjuk. Ennek eredménye alapján tervezhető az esetleges hiányok pótlása, illetve a fejlesztés további iránya. A mérést három – nem teljes – órára terveztük. Törekedtünk arra, hogy egy adott órán szerepeljenek olyan feladatok is, amelyek részben előkészítik, felelevenítik a következő óra mérésében szereplő feladattípusokat.

Ebben a modulban az egyre nehezedő és időtartamában is egyre inkább elnyúló feladatokra való tekintettel sok játékot terveztünk, lazítva ezzel a mérések okozta feszültséget.

A szóbeli és írásbeli műveletvégzés során is hangsúlyt fektetünk a becslés és önellenőrzés szerepére és fontosságára. Az írásbeli műveletek gyakorlását ebben a modulban is összekapcsoljuk a műveleti tulajdonságok megtapasztaltatásával, s egyre többször alkalmazzuk is ezeket.

TÁMOGATÓRENDSZER

C. Neményi Eszter–Káldi Éva: *Matematika tankönyv*, általános iskola 4. osztály, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.

C. Neményi Eszter–Káldi Éva: *Matematika munkafüzet*, általános iskola 4. osztály, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.

C. Neményi Eszter: *A természetes szám fogalmának alakítása*; Tantárgypedagógiai füzetek; ELTE TÓFK

C. Neményi Eszter–Dr. Szendrei Julianna: *A számolás tanítása; Szöveges feladatok*, Tantárgypedagógiai füzetek; ELTE TÓFK

Kapcsos könyv a matematika differenciált tanításához-tanulásához, Országos Közoktatási Intézet KOMP-csoport, Budapest, 2001.

ÉRTÉKELÉS

Diagnosztikus mérés alapján.

MODULVÁZLAT

Időterv:

1. óra: I/1., II/1–7.
2. óra: II/8–14.
3. óra: II/15–21.
4. óra: II/22–26.
5. óra: II/27–29.
6. óra: II/30–32.

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése						
	1. Kukás játék	becslőképesség, számolás	egész osztály	frontális	játék, majd megbeszélés	füzet, számkártyák
II. Az új tartalom feldolgozása						
	1. Adott feltételnek eleget tevő számok kitalálása	számolás, kombinativitás, összefüggésfelismerő- képesség	egész osztály	csoport	beszélgetés, csoportos fel- adatmegoldás	papír, ceruza, számológép
	2. Hibás számolások	számolás, becslőképesség, számrendszeres gondolkodás	egész osztály	frontális	beszélgetés, önálló feladat- megoldás	füzet
	3. Számok véletlenszerű előállítás. Az előállított számokról minél több tulajdonság elmondása.	számolás, kombinativitás, összefüggésfelismerő- képesség	egész osztály	frontálisan irányított egyéni	beszélgetés, csoportos fel- adatmegoldás	papír, ceruza
	4. Hármasával növekvő számsorozatok összehasonlítása. A hárommal való oszthatóság tartalmi tulajdonságának megfigyelése.	összefüggésfelismerő- képesség	egész osztály	frontális	tevékeny- kedtetés, meg- figyelés, beszél- getés	babszemek vagy más apró tárgyak, felcsavart számegyenes

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képeségek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	5. A hárommal való oszthatóság formai tulajdonságának megfigyelése	összefüggésfelismerő-képesség	a jó képességű csoportok	frontálisan irányított egyéni	tevékenykedtetés, megfigyelés, beszélgetés	felcsavart számegyenes, füzet
	6. Számok háromfelé válogatása a 3-mal osztás maradékai szerint	összefüggésfelismerő-képesség	egész osztály	egyéni	önálló feladatmegoldás	1. feladatlap
	7. Házi feladat					2. feladatlap
	8. A házi feladat ellenőrzése	számolás, összefüggésfelismerő-képesség	egész osztály	frontális	megbeszélés	2. feladatlap és fólia
	9. Mely számok szorzata lehet?	számolás, becslőképesség, összefüggésfelismerő-képesség	egész osztály	csoport	tevékenykedtetés	számkártyák 1. melléklet, füzet
	10. Számok kétfelé válogatása, a válogatást létrehozó tulajdonság megfogalmazása – Elrontott válogatások javítása	összefüggésfelismerő-képesség	egész osztály	csoport	tevékenykedtetés	számkártyák, Venn-diagram sablonok
	11. Kétszer kétfelé válogatás adott tulajdonságok alapján	összefüggésfelismerő-képesség	egész osztály	frontális	tevékenykedtetés	számkártyák, 3. feladatlap
	12. Ismételt összeadások és szorzások. A műveleti tulajdonságok aktiválása játékban.	számolás, összefüggésfelismerő-képesség	egész osztály	csoport	tevékenykedtetés	2., 3., 4. melléklet, térbeli amőbakészlet
	13. A 2, az 5 és a 3 többszöröseinek elhelyezése halmazábrán. Az egy részbe került számok közös tulajdonságának megfogalmazása.	számolás, összefüggésfelismerő-képesség	egész osztály	csoport	tevékenykedtetés	a térbeli amőba játék korongjai, 5. melléklet
	14. Házi feladat	számolás, összefüggésfelismerő-képesség	egész osztály	egyéni	önálló feladatmegoldás	4. feladatlap

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képeségek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	15. A házi feladat megbeszélése	számolás, összefüggésfelismerő- képesség	egész osztály	frontális	ellenőrzés	4. feladatlap
	16. Összegek becslése	számolás, összefüggésfelismerő- képesség	egész osztály	frontálisan irányított egyéni	tevékeny- kedtetés	színes rudak, füzet, írószer
	17. Szöveges feladatok értelmezése, megoldása	problémamegoldó gondolkodás, szövegértés	egész osztály	frontális, egyéni	gyakorlás	6. melléklet, 5. feladatlap
	18. Számok meghatározása halmazszűkítéssel	számolás, problémamegoldó gondolkodás	egész osztály	frontálisan irányított egyéni	gyakorlás	7., 8. melléklet, füzet
	19. Egyenlő különbségű sorozatok folytatása. Annak becslése, hogy egy adott szám tagja lehet-e a sorozatnak.	számolás, összefüggésfelismerő- képesség	egész osztály	frontálisan irányított egyéni	tapasztalat- szerzés, gyakorlás	felcsavart számegyenes, füzet
	20. Váltakozó különbségű sorozat vizsgálata	összefüggésfelismerő- képesség	egész osztály	frontálisan irányított egyéni	megfigyelés, tapasztalat- szerzés	9. melléklet, füzet
	21. Házi feladat	számolás, kombinatív képeségek	egész osztály	egyéni	önálló feladatmegoldás	6. feladatlap
	22. A házi feladat megbeszélése	számolás, kombinatív képeségek	egész osztály	frontális	ellenőrzés	6. feladatlap
	23. Bingó játék	számolás, számfogalom	egész osztály	csoport	játék	10. melléklet, korongok

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képeségek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	24. 1. számú mérőlap (20–25 perc) – számok írása, olvasása – számok helye a számegyenesen – szóbeli műveletek – sorozat folytatása	számfogalom, számolás, összefüggésfelismerő- képesség	egész osztály	egyéni	ellenőrzés	1. mérőlap 13. melléklet
	25. Csodakockák	számolás, összefüggés- keresés, számrendszeres gondolkodás	egész osztály	csoport	gyakorlás, játék	dobókockák a 11. melléklet szerint
	26. A csodakockák titka	összefüggésfelismerő- képesség, számrendszeres gondolkodás	csak a jó képességű gyerekekkel	közös	megfigyelés, tudatosítás	dobókockák a 11. melléklet szerint
	27. Számok jellemzése tulajdonságaikkal	problémamegoldó gondolkodás	egész osztály	csoport	beszélgetés	papír, ceruza
	28. 2. számú mérőlap (20–25 perc) – Kétszer kétfelé válogatás adott tulajdonságok alapján – Adott válogatáshoz megfelelő diagram megkeresése – Írásbeli összeadás és kivonás	számfogalom, számolás, összefüggésfelismerő- képesség	egész osztály	egyéni	ellenőrzés	2. mérőlap 13. melléklet, színesrúd- készlet
	29. Oszthatósági és egyéb tulajdonságok megfigyelése valószínűségi játék kapcsán	számolás, valószínűségi gondolkodás	egész osztály	páros	játék, tapasztalat- szerzés	korongok
	30. A legnagyobb összeg nyer!	becslőképesség	egész osztály	csoport	játék	12. melléklet

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képessegek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	31. 3. számú mérőlap (25–30 perc) – Adott tulajdonságnak eleget tevő számok megtalálása – Írásbeli szorzás – Több művelet együtt; műveletek sorrendje – Szöveges feladat	számolás, összefüggésfelismerő- képesség, szövegértés	egész osztály	egyéni	ellenőrzés	3. mérőlap 13. melléklet
	32. Válogatás a modulban felhasznált játékok közül		egész osztály	csoport	játék	

A FELDOLGOZÁS MENETE

Az alábbi részletes leírás célja elsősorban egyféle minta bemutatása. Nem lehet és nem szabad kötelező jellegű előírásnak tekinteni. A pedagógus legjobb belátása szerint dönthet a részletek felhasználásáról, módosításáról vagy újabb variációk kidolgozásáról.

Számtulajdonságok, számkapcsolatok felismerése, kifejezése tevékenységekkel, állításokkal															
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése															
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység														
<p>1. Kukás játék A tanító felrajzolja ezt az ábrát a táblára:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">0</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">2</td> <td style="padding: 0 10px;"><</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">3</td> <td style="padding: 0 10px;"><</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">0</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">0</td> </tr> </table> <p>A kezében számkártyák 0-tól 9-ig. „Másoljátok le a rajzot a tábláról! Kukás játékot fogunk játszani. A számkártyák közül mindig kihúzzunk egyet, aztán visszatesszük a csomagba. A kihúzott számjegyet be kell írni valamelyik helyre úgy, hogy igaz maradjon a jel. Később változtatni nem szabad. Ha nem tudod hová írni, megy a kukába.” (Elképzelhető, hogy lesz olyan gyerek, aki a felírás alatt az előre megadott számjegyek miatt azt gondolja, hogy nem lesz lehetséges növekvő sorrendet kialakítani. Ebben az esetben arra kéri a többieket, hogy konkrét példákkal mutassák meg, hogy lehetséges.) – „Nyer, aki először kitölti az összes mezőt úgy, hogy a jel igaz marad.” – „A következő játékot azzal nehezítjük, hogy csak az nyerhet, akinél a legnagyobb és a legkisebb szám különbsége 4000-nél kisebb.” – „A következő játékot azzal nehezítjük, hogy csak az nyerhet, akinek mindhárom száma elfér egy 4000-es hosszúságú számegyenes-darabon.”</p> <p>Minden egyes forduló után beszélgetést kezdeményez a gondolkodási stratégiákról. Azt is észrevesz, hogy a második és a harmadik szabály majdnem megegyezik. (A harmadik megengedi, hogy a különbség éppen 4000 legyen.)</p>			0	2	<			1	3	<			0	0	<p>Elkészítik a rajzot.</p> <p>Egy-egy vállalkozó gyerek húz, majd beírják a kihúzott számokat tetszőleges, még be nem töltött helyre.</p> <p>Ellenőrzésképp néhány tanuló felolvassa a számait növekvő sorrendben. A többiek ellenőrzik, hogy igaz maradt-e az állítás.</p> <p>Néhány tanuló felolvassa a számait növekvő sorrendben. A többiek ellenőrzik, hogy igaz maradt-e az állítás, valamint kivonással azt is, hogy a legnagyobb és legkisebb szám különbsége valóban 4000-nél kisebb.</p> <p>Néhány tanuló felolvassa a számait növekvő sorrendben. A többiek ellenőrzik, hogy igaz maradt-e az állítás, valamint a számegyenesen követik, hogy a három szám elfér-e egy 4000-es hosszúságú számegyenes-darabon.</p>
		0	2	<			1	3	<			0	0		

II. Az új tartalom feldolgozása	
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>1. Adott feltételnek eleget tevő számok kitalálása Szervezés: A csoportok asztalán egy üres lapot helyez el. Ezen próbálkozhatnak a számok alkotásával.</p> <p>– „Gondoltam egy négyjegyű páratlan számra. Ennek a számjegyei: 6, 0, 3, 3 (felírja a táblára). Melyik számra gondolhattam?”</p> <p>– „Hogyan gondolkodtatok?”</p> <p>– „Elárulom még, hogy az ezresek, százask és tízesek helyén lévő számjegyek csökkenő sorrendben vannak. Így már tudod, melyik számra gondoltam?”</p> <p>– „Most egy olyan számra gondoltam, ami 0-ra végződik. Ugyanezek a számjegyei. Melyik számra gondolhattam?”</p> <p>– „Most azt teszem még hozzá, hogy a gondolt számomban maradék nélkül megvan az 5.”</p> <p>– „Jó, akkor azt árulom még el, hogy a gondolt számomban maradék nélkül megvan a 3.</p> <p>– „Akkor most tényleg elárulom: A gondolt számom nagyobb 5000-nél.”</p> <p>Letörli a táblán lévő számjegyeket.</p> <p>– „Most egy olyan páratlan számra gondoltam, ami kisebb 300-nál, de 150-nél nagyobb. Maradék nélkül megvan benne az 5. A százask és tízesek helyén álló számjegyek együtt éppen annyit tesznek ki, amennyi az egyesek helyén álló számjegy.”</p> <p>– „A következő számom négyjegyű, páratlan, és maradék nélkül megvan benne az 5. Az ezresek helyén a legnagyobb páros számjegy áll. Több tízes van benne, mint egyes. 3-mal több százask van benne, mint tízes.”</p>	<p>Megalkotják a feltételnek eleget tevő számokat: 6033, 6303, 3063, 3603</p> <p>Megbeszélik a gondolkodási stratégiákat: – az egyik hármast az egyesek helyére kellett írni – az ezresek helyén csak a 6 vagy a 3 szerepelhetett Ennek alapján nem lehet még eldönteni, hogy melyik számra gondolt a tanító.</p> <p>6303</p> <p>Megalkotják a feltételnek eleget tevő számokat: 6330, 3630, 3360</p> <p>Ismét elmondják, hogy hogyan gondolkodtak. Ezzel nem csökken a lehetőségek száma, hiszen mindegyikben megvan az 5 maradék nélkül.</p> <p>Zsebszámológéppel megvizsgálják, hogy mely számokra igaz. Azt tapasztalják, hogy mindegyikben megvan a 3 maradék nélkül.</p> <p>Így látható, hogy a 6330 a gondolt szám.</p> <p>Elkezdik gyűjteni az első két feltételnek megfelelő számokat: 155, 160, ... 285, 290, 295 A 3. feltétel csak úgy teljesülhet, ha a százask és a tízesek helyén álló számjegyek összege 5. Ennek csak a 235 felel meg a fenti számok közül.</p> <p>Részletesen megbeszélik, hogy hogyan gondolkodtak.</p> <p>8965 Ismét nagyon részletesen megbeszélik, hogy hogyan gondolkodtak.</p>

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>2. Hibás számolások A táblán a következő számolások:</p> $\begin{array}{r} 1567 \cdot 3 \\ 3701 \end{array}$ $\begin{array}{r} 6775 \\ +2617 \\ \hline 8382 \end{array}$ $\begin{array}{r} 4545 \\ 1251 \\ +2513 \\ \hline 6309 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2213 \cdot 4 \\ 8851 \end{array}$ $\begin{array}{r} 1713 \cdot 5 \\ 8455 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2213 \\ +3851 \\ \hline 6064 \end{array}$ <p>– „Melyik hibás ezek közül a számolások közül? Az eredmények tényleges kiszámítása nélkül válaszolj! Indokolj!”</p> <p>A táblán áthúzza a hibás számolásokat.</p> <p>– „Végezd el a füzetekben helyesen a számolásokat!”</p>	<p>Elmondják észrevételeiket. Például:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Az $1567 \cdot 3$ biztosan nagyobb 4000-nél, mert 1500 háromszorosa már 4500. Így ez nem lehet jó. – A $6775 + 2617$ összeg becslés alapján is nagyobb 9000-nél. (Az összegben a maradékok hozzáadása lemaradt.) – $4545 + 1251 + 2513$ összeg 8000-nél nagyobb. <p>Ezekben az esetekben a becslés is elég a hiba kiderítésére.</p> <ul style="list-style-type: none"> – A $2213 \cdot 4$ nem végződhet 1-re. – Az $1713 \cdot 5$ szorzat utolsó jegye valóban 5, de ha továbbszámoljuk, akkor a tízesek helyén nem állhat 5.
<p>3. Számok véletlenszerű előállítás. Az előállított számokról minél több tulajdonság elmondása. A táblán a következő ábra:</p> $\left(\begin{array}{ c } \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{ c } \hline \square \\ \hline \end{array} \right) \cdot \begin{array}{ c } \hline \square \\ \hline \end{array}$ <p>– „Másoljátok le az ábrát a füzetetekbe! A dobókockával egymás után dobok hétszer. A kapott számot minden alkalommal írtátok be valamelyik helyre! Én sorban fogom beírni, ti másképp.”</p> <p>A táblán ő is írja: $(232 + 415) \cdot 5$ Ő is dolgozik a táblánál: $232 + 415 = 647 \quad 647 \cdot 5 = 3235$</p> <p>– „Végezzétek el a műveleteket! A szorzást írásban!”</p> <p>– „Most az a feladatotok, hogy mondjátok el az összeget és a szorzatot tulajdonságuk alapján. Mi pedig azt találjuk ki, hogy melyik számot írtátok a szorzó helyére.”</p>	<p>Például ezt dobták: 2, 3, 2, 4, 1, 5, 5 A dobások után beírják a számokat. Elvégzik a műveleteket.</p>

- Rámutat az összegre.
 - „Én például ilyeneket mondanék: A kapott összegem háromjegyű, 600-nál nagyobb, de 700-nál kisebb és páratlan. Számjegyei különbözőek. Az egyesek helyén áll a legnagyobb számjegy. A számjegyek összege 17. A százask és tízesek helyén álló számjegyek összege 10.”
- Rámutat a szorzatra.
- „A kapott szorzatom is páratlan, négyjegyű, az 5 megvan benne maradék nélkül. 3000-nél nagyobb és 4000-nél kisebb. A százask és tízesek helyén álló jegyek összege 5. Nincs a számjegyek között sem 0, sem 1.”

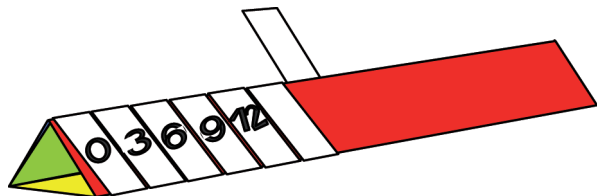
2-3 kört játszanak.

4. Hármasával növekvő számsorozatok összehasonlítása. A hárommal való osztóhatóság tartalmi tulajdonságának megfigyelése

Minden csoport asztalára kitesz egy marék babszemet, vagy más apró tárgyat.

- „Mit gondolsz, az asztalon levő babszemek számában megvan a 3 maradék nélkül? Vizsgáld meg!”

A felcsavart számegegyenest vesszük elő:



- Az egyik oldal felmutatása mellett a számok leolvastatása úgy, hogy a nem látható számokat magukban, némán kell kimondani, a láthatót hangosan.
- Utána úgy számláltat, hogy szintén két számot némán kell kimondani, de nem a láthatót, hanem az utána következőt kell hangosan.
- „Mit tudsz mondani a piros oldalon levő számokról?”
- „A ti asztalotokon levő babszemek száma melyik oldalra került?”
- „És ha odateszek hozzátok még 3 babszemet?”
- „És ha még 30 babszemet odateszek?”
- „Mit tudsz mondani a zöld oldalra került számokról?”
- „Mit gondoltok, ha tovább is felcsavarnám a számszalagot, akkor melyik oldalra kerülne a 300? Melyikre a 301? Melyik oldalra kerülne a 299?”

A csoportban megbeszéljük, hogy milyen információkat mondanak el az összegről és a szorzatról. (Arra is ügyelniük kell, hogy a megadott információk alapján a számok kitalálhatóak legyenek.)
Ezután a szóvivők elmondják azokat az osztálytársaknak. Azok a szorzat és az összeg alapján kitalálják a szorzót.

Úgy tudják megvizsgálni, ha a babszemeket hármasával csoportosítják, és megnézik, hogy van-e kimaradó.
A csoportok beszámolnak. Például: A mi asztalunkon 43 babszem volt. Ezeket hármasával csoportosítottuk. Egy babszem kimaradt.

Pl. Maradék nélkül megvan bennük a 3.

A 3-as szorzótábla számai.

Beszámolnak róla, hogy melyik oldalon jelenik meg a babszemjeik száma.

A száma ugyanarra az oldalra kerül.

Akkor is ugyanarra az oldalra kerül a szám.

Ha hármasával csoportosítunk annyi babszemet, amennyit a szám mutat, mindig kimarad egy.

A 300 a piros oldalra. A 301 ugyanarra az oldalra, mint az 1, mert a 301 a 300 után következik, ahogyan az 1 a 0 után. A 299 arra, amelyiken a 2 van, mert 1-gyel kisebb a 300-nál.

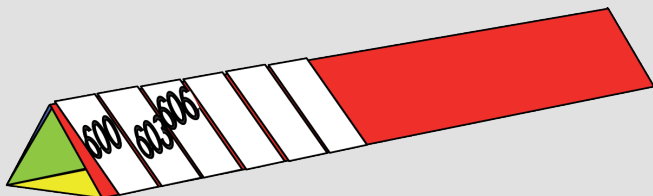
– „Hová kerülne a 999? Az 1000?”

– „Tudtok-e nagyobb számot is mondani, amelyik a piros oldalra kerül? És olyant, amelyik a zöldre?”

Egyéb megfigyelések a felcsavart számegeyenesről.

5. A hárommal való oszthatóság formai tulajdonságának megfigyelése

Most 600-zal kezdjük a számegeyenes felcsavarását:



„Írd le egymás mellé a füzetedbe, hogy milyen számok kerültek a piros oldalra!”
„Most add össze a szám számjegyeit! Írd alá!”

„Milyen tulajdonságúak az alsó sorban levő számok?”

„Kezdd tetszésed szerint máshonnan a számegeyenes felcsavarását! A piros oldalon most is olyan szám legyen, amiben megvan a 3! Ügyelj arra, hogy a ,Csak a piros oldalra’ kerülő számokat írd le! Figyeld meg a piros oldalra került számok számjegyeinek összegét!”

Beszámoltatja a gyerekeket a tapasztalataikról.

„Most írd le egymás mellé a füzetbe, hogy milyen számok kerültek a kék oldalra!”

„Add össze a számjegyeit! Írd alá!”

„Milyen tulajdonságúak az alsó sorban levő számok?”

Annak megfigyeltetése, hogy ezek a számok nem oszthatók 3-mal (nincs meg bennük a 3 maradék nélkül).

Hasonló megfigyelés a harmadik oldalra került számokról.

A 999 a piros oldalra. Az 1000 ugyanarra az oldalra, mint az 1, mert 1-gyel nagyobb a 999-nél.

A füzetükbe jegyzik:

600	603	606	612	615	618	621	624	627	630
6	9	12	9	12	15	9	12	15	9

3-mal oszthatóak.

Önállóan vagy csoportban dolgoznak, mindenki más – 3-mal osztható – számtól indul.

Észrevételek:

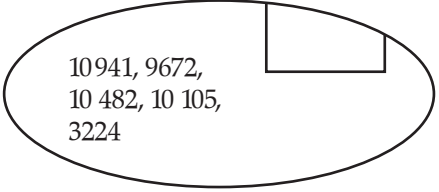
- a számjegyek összege mindig 3-mal osztható szám;
- a számjegyek összegének sorozataiban megfigyelhető szabályosságok.

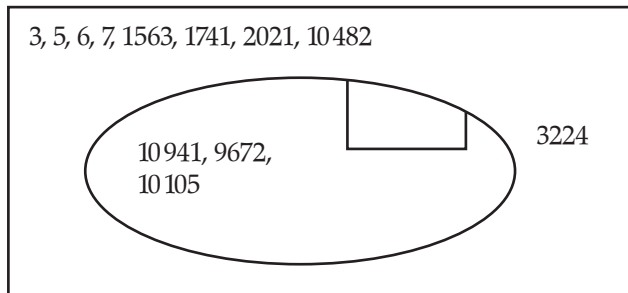
601	604	607	610	613	616	619	622	625	638
7	10	13	7	10	13	16	10	13	16

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>6. Számok háromfelé válogatása a 3-val osztás maradékai szerint Megoldatja az 1. feladatlapot. Frontálisan ellenőrzik. Az írásvetítő fólián beír néhány számot azok közül, amiket a gyerekek javasolnak. Ezután közösen ellenőrzik, hogy vajon rendelkezik-e a szám az adott tulajdonsággal.</p>	Szétválogatják a számokat a 3-mal való osztási maradékok szerint.
<p>7. Házi feladat A 2. feladatlap.</p>	

2. óra

<p>8. A házi feladat ellenőrzése Írásvetítő fólián ellenőrzik a házi feladatot.</p>	
<p>9. Mely számok szorzata lehet? A csoportoknak a következő számkártyákat adja, és a saját készletét is kiteszi a táblára (1. melléklet):</p> <div style="display: flex; flex-wrap: wrap; justify-content: space-around; margin: 10px 0;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">3224</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">10 941</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">1563</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">7</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">5</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">9 672</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">1747</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">6</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">10 482</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">3</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">2021</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">10 105</div> </div> <p>„A piros számok a szorzatok. Keresd meg a szorzótényezőket!”</p> <p>„A füzetetekben írásbeli szorzással ellenőriztétek, hogy jól gondolkodtatok-e.”</p>	<p>Ötletek:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Észreveszik, hogy mindegyik szorzat közel 10 000. Úgy keresik tehát a tényezőket, hogy nagyobb szorzandóhoz kisebb szorzót keresnek. – Figyelik a végződéseket. <p>A csoport szóvivője elmondja, hogy hogyan gondolkodtak.</p> <p>Írásbeli szorzással ellenőrzik elgondolásukat.</p>

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>10. Számok kétfelé válogatása, a válogatást létrehozó tulajdonság megfogalmazása</p> <p>Az előző feladat számkártyáival tevékenykednek. A táblán Venn-diagramot készít, és elhelyezi benne a számkártyákat valamely tulajdonság szerint. Például belülrre kerülnek a 3000-nél nagyobb számok:</p> <div data-bbox="174 368 797 660" style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">3, 5, 6, 7, 1563, 1771, 2021</p>  </div> <p>(Ebben a válogatásban elképzelhető, hogy az merül fel, hogy a párosság szerint válogatták a számokat a 10 941 és a 10 105 kivételével. Ekkor megbeszéljük, hogy miért nem jó ez.)</p> <p>Megcímkézik a halmazt a tulajdonság szerint.</p> <p>A csoportok asztalára egy-egy diagramsablont ad papírból.</p> <p>„Válogassátok ti is az asztalon levő számkártyákat valamely tulajdonság szerint!”</p> <p>Az ellenőrzés során nem a saját kirakásokról kérdez, hanem arról, hogy mit láttak a másik asztalon.</p> <p>A látottak megbeszélése után arra kéri a gyerekeket, hogy címkézzék meg a halmazábrájukat.</p> <p>– Elrontott válogatások javítása</p> <p>Most úgy válogatja kétfelé a számokat, hogy egyet rossz helyre tesz. Például ebben a válogatásban a 10 482 rossz helyre került, mert az nagyobb mondjuk 5000-nél.</p>	<p>Elhelyezik a számkártyákat a sablonon. Ha kész a válogatás, csoportforgó következik. Otthagyják az asztalon a válogatásukat, és egy asztallal odébb mennek, megvizsgálni a kirakást. Feladatuk, hogy megfejtsék a másik csoport által választott tulajdonságot.</p> <p>Beszámolnak a látottakról.</p>



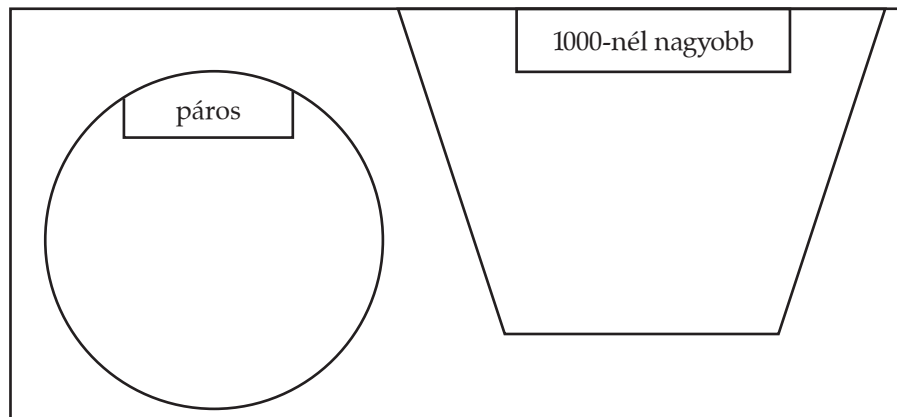
A gyerekek feladata ezúttal az elrontott válogatás javítása. Megbeszélük.
„Ismét a diagramsablonokkal fogtok dolgozni. Ezúttal az lesz a feladatotok, hogy készítsetek újabb tulajdonság szerint válogatást úgy, hogy egyetlen számot tegyetek rossz helyre.”

Amikor elkészültek a válogatásokkal, a csoportforgó feladata az elrontott válogatás kijavítása.

11. Kétszer kétfelé válogatás adott tulajdonságok alapján

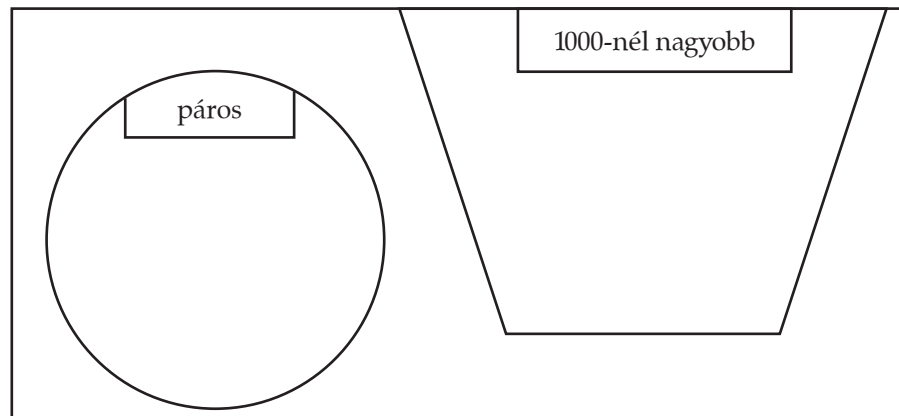
A következő rajzot készíti el a táblán:

„Helyezzétek el a számkártyákat az ábrán!”



Nem lehet elhelyezni az összes számot, mert van 1000-nél nagyobb páros szám is, amit mindkét kereten belül kellene elhelyezni.
Javaslatot tesznek a diagram módosítására.

Felrajzolja a következő diagramot.



A számok elhelyeztetése Venn-diagramon.

Egyenként megbeszéljük az egyes számok tulajdonságait, illetve helyét az ábrán.

A 3. feladatlap megoldatása.


Egy-egy vállalkozó gyerek a táblához megy, elhelyez egy számkártyát az ábrán. Indokolja, hogy miért oda került a szám.

Önálló munkában oldják meg a 3. feladatlap feladatait.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység										
<p>12. Ismételt összeadások és szorzások. A műveleti tulajdonságok aktiválása játékokban.</p> <p>Mindegyik csoportnak kiosztja a következő számkártya-készletet (2. melléklet): +34, +185, +66, +15</p> <p>„Megadok egy számot: 270. Ez lesz a kezdőszám. Alkossatok műveletsort a kártyákkal! Húzzatok közülük egy-egy kártyát, és alkossatok láncfeladatot a húzások sorrendjében! Fejtszámolással végezzétek az összeadásokat! Írjátok le a láncszámolás eredményét!”</p> <p>„Keverjétek össze a kártyákat, és húzzatok újra! A kezdőszám most 720 legyen!”</p> <p>Lejegyezteti a tapasztalatokat:</p> <p>„Hasonlítsátok össze az eredményt a kezdőszámmal! Beszéljétek meg, mit tapasztaltatok! Miért van ez így?”</p> <p>„Volt olyan eset, amikor könnyen ment a számolás? Milyen sorrendben a legkönnyebb elvégezni az összeadásokat?”</p> <p>„Most szorzásokat fogunk végezni.”</p> <p>Más számok kerülnek a számkártyákra: · 2, · 3, · 5, · 4</p> <p>„A kezdőszámotok a 30 legyen! Ha szükséges, számoljatok írásban!”</p> <p>A térbeli amőbakészletet veszi elő, minden csoport egy készletet kap. A kezdőszámot és a szabályt a 3. melléklet fóliáján mutatja be. Miután megbeszéltek a szabályt, ki kell találni, hogy milyen számok állnak az üres helyeken. Ezeket felírják a korongokra, és a helyükre rakják azokat.</p> <p>Ha elkészültek, megbeszéljük a megoldásokat. „Hogyan gondolkodtatok? Melyik számokat volt könnyű kitalálni? Miért?”</p> <p>A megoldások módja nagyon sokszínű lehet, ezért érdemes a megbeszélésre sok időt fordítani. (Például egy meglévő számból kivonással következett egy még nem kitaláltra, vagy észrevéve a $23 + 57 + 120 = 200$ összefüggést, a főatlóban halad, vagy nyolcvanasával halad, ...)</p> <p>Új szabályt mutat a következő fólián: (4. melléklet)</p> <p>A feladat az előzővel rokon. Most ismételt szorzásokat kell végezniük. „Amit nem tudtok fejben számolni, írjátok le! Ha ügyesen gondolkodtok, a legtöbbet azért fejben számolhatjátok.”</p>	<p>Elvégzik a láncszámolást. Például: $270 + 34 + 185 + 66 + 15 = 570$</p> <p>Ugyanezt a számolást ismétlik háromszor, mindig más kezdőszámot választva.</p> <table border="1" data-bbox="1133 520 2027 620"> <tbody> <tr> <td>Kezdőszám</td> <td>270</td> <td>720</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>eredmény</td> <td>570</td> <td>1020</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Az összeg minden esetben 300-zal nagyobb a kezdőszámnál. Indoklások a kártyák mozgatásával. $(+34 + 66) + (185 + 15)$</p> <p>Ugyanazt a tevékenységet végzik, mint az összeadásos láncszámolásnál azzal a különbséggel, hogy most ugyanarról a kezdőszámról indulnak többször. Például: $30 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 3600$; $30 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 = 3600$; ...</p> <p>Indoklások.</p> <p>A korongokra ráírják a számokat, és a helyükre teszik. Sorban haladnak, amikor valaki a helyére tett egy megírt korongot, továbbadja az írószert. A következő gyerek kiválaszthatja, hogy melyik helyre való korongját írja meg. A többiek ellenőrzik, hogy helyesen gondolkodott-e.</p>	Kezdőszám	270	720			eredmény	570	1020		
Kezdőszám	270	720									
eredmény	570	1020									

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>13. A 2, az 5 és a 3 többszöröseinek elhelyezése halmazábrán. Az egy részbe került számok közös tulajdonságának megfogalmazása. Kiosztja a csoportoknak az 5. melléklet lapját. „Helyezzétek el a megírt korongokat a papíron! A címkék jelentését felírja a táblára: A: Páros B: Megvan benne az 5 maradék nélkül C: Megvan benne a 3 maradék nélkül (Megoldás 5. B melléklet)</p>	A tevékenység végzése után elmondják, hogy hogyan gondolkodtak.
<p>14. Házi feladat 4. feladatlap</p>	

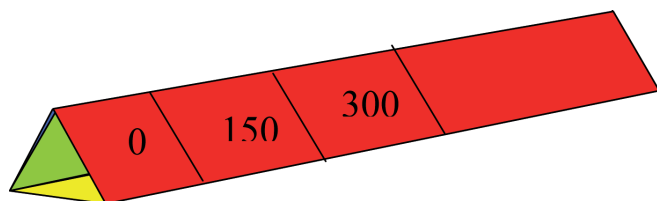
3. óra

<p>15. A házi feladat megbeszélése A 4. feladatlap ellenőrzése során nem az a legfontosabb, hogy a jó végeredményeket rögzítsék, a hibásakat javítsák. Törekszik arra, hogy minél több gyerek beszámolhasson arról, hogy hogyan számolt, milyen műveleti sorrend volt számára a legalkalmasabb.</p>	
<p>16. Összegek becslése A színes rudak elővetetése. „A fehér rúd értéke most 1000.” Felírja a táblára: $1213 + 3451 + 2873$ „Ezrekre kerekítjük az összeadás tagjait. Rakjuk ki rudakkal ezt az összeadást! Kirákja a demonstrációs rudakkal:</p>  <p>„Olvass a kirakásról!” A következő összeadásokat a gyerekek irányítás nélkül, önállóan rakják ki, és olvasnak a kirakásokról: $3412 + 4003 + 790$; $4214 + 1241 + 2499$; $4513 + 2518 + 501$ „Mit gondolsz, ha elvégezzük az összeadásokat, melyik becslés áll viszonylag messze a kiszámított értéktől?”</p>	<p>$1000 + 3000 + 3000 = 7000$</p> <p>$3000 + 4000 + 1000 = 8000$ $4000 + 1000 + 2000 = 7000$ $5000 + 3000 + 1000 = 9000$</p> <p>Az utolsó összeadás során minden számot felfelé kerekítettünk, az utolsó előtti-ben pedig minden számot lefelé, ezért várhatóan ezek összege elég messze lesz a becsült értéktől.</p>

<p>A pontos összegek kiszámíttatása.</p> <p>A becslt értékek és a pontos eredmények összevetése.</p>	<p>Írásban végzik el az összeadásokat.</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: right;">3412</td> <td style="text-align: right;">4214</td> <td style="text-align: right;">4513</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">4001</td> <td style="text-align: right;">1241</td> <td style="text-align: right;">2518</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;"><u>+ 790</u></td> <td style="text-align: right;"><u>+ 2499</u></td> <td style="text-align: right;"><u>+ 501</u></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">8205</td> <td style="text-align: right;">7954</td> <td style="text-align: right;">7532</td> </tr> </table>	3412	4214	4513	4001	1241	2518	<u>+ 790</u>	<u>+ 2499</u>	<u>+ 501</u>	8205	7954	7532
3412	4214	4513											
4001	1241	2518											
<u>+ 790</u>	<u>+ 2499</u>	<u>+ 501</u>											
8205	7954	7532											
<p>17. Szöveges feladatok értelmezése, megoldása – Szöveghez tartozó művelet kiválasztása. Műveletkártyák kiosztása (6. melléklet) „Rövid szöveges feladatokat mondok. Emeld magasra azt a műveletkártyát, amit használsz a feladat megoldásához!”</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Lacinak 320 forintja van, Péternek 100 forinttal több. Mennyi pénze van Péternek? 2. Gábornak 500 forintja van, Csabának 100 forintja. Mennyivel kevesebb pénze van Csabának, mint Gábornak? 3. Pistinek 1000 forintja van. Ez 300 forinttal több, mint Jutka pénze. Mennyi pénze van Jutkának? 4. Eszter 1000 méterre lakik az iskolától, Gyuszi 100 méterrel közelebb. Milyen messze lakik Gyuszi az iskolától? 5. Egy vonat minden vagonjába 70 ember fér. Hányan férnek az 5 vagonból álló vonatba? 6. Egy csomagban 72 szem cukorka van. 9 gyerek osztozik rajta igazságosan. Hány szem cukorka jut egy gyereknek? 7. Az 52 lapos francia kártyában 4 szín van. Hány lap van egy színből? 8. Eszternek 120 matricája van. Ez kétszer annyi, mint Gyuszié. Hány matricája van Gyuszinak? 9. Az írószertboltban egy polcon 90 doboz ceruza volt. Mindegyik dobozban 6 darab. Hány ceruza volt a polcon összesen? 10. Melyik az a szám, amelyiknek a negyedrésze a 25? <p>– Szöveghez tartozó nyitott mondat felírása Az 5. feladatlap megoldatása. A feladatlapot önállóan oldják meg. Minden egyes nyitott mondatról beszélnek. Miért jó, vagy miért nem jó a szöveghez. Ha nem jó, akkor milyen kérdéshez illene?</p>	<p>Felelik a megfelelő műveletkártyát, majd szóban válaszolnak a kérdésre.</p> <p>+; Péternek 420 forintja van</p> <p>– ; 400</p> <p>– ; 700</p> <p>– ; 900</p> <p>· ; 350</p> <p>/ ; 8</p> <p>/ ; 13</p> <p>/ ; 60</p> <p>· ; 540</p> <p>· ; 100</p>												

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység				
<p>18. Számok meghatározása halmazszűkítéssel A 7. melléklet fóliáját használja. A fóliát előzőleg a szaggatott vonalak mentén bevágja, és egyesével hajtja ki a feladat megoldása közben, vagy takarólap csúsztatásával dolgozik. „Egy számot fogunk kitalálni. A szám tulajdonságait több lépésben adom meg.” „Keresem azt a számot, amelynek ezresekre kerekített értéke 4000. Rajzolj a füzetbe számegyenest, jelöld ki azt a szakaszt, ahol lehet a keresett szám!” Ellenőrzésképpen kihajt egyet a fólián, megmutatja a kijelölt számegyenes-darabot. Újból kihajt egy sort, és így tovább, amíg el nem jutnak a keresett számhoz. A 8. fólián szereplő feladatot hasonlóképpen oldják meg.</p>	<p>Számegyenest rajzolnak, és jelölik, hogy hol lehet a gondolt szám.</p> <p>Egyre jobban szűkítik a keresett szám helyét.</p>				
<p>19. Egyenlő különbségű sorozatok folytatása. Annak becslése, hogy egy adott szám tagja lehet-e a sorozatnak. „Számoljunk 0-tól százasaival 2000-ig!” „Számoljunk ötvenesével is!”</p> <p>„Olyan papírcsíkot készítettem, amelyiken az ötvenesével növekvő számsorozatot láthatod.” Megmutatja:</p> <table border="1" data-bbox="353 802 436 979"> <tr><td>0</td></tr> <tr><td>50</td></tr> <tr><td>100</td></tr> <tr><td>150</td></tr> </table>	0	50	100	150	<p>Sorolják a számokat: 0, 100, 200, 300, ... 0, 50, 100, ...</p>
0					
50					
100					
150					

A felcsavart számegyenest veszi elő ismét.
 „Ezt a csíkot fogom most felcsavarni. Figyelj!”
 Elkezd a felcsavarást:



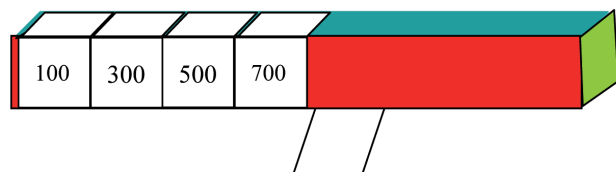
Csak a piros oldalt mutatja a gyerekek felé.
 „Milyen számok ezek? Folytassuk tovább a sorozatot!”
 „Milyen számok kerülnek a zöld oldalra? A füzetedbe írd fel a sorozat legalább első 10 tagját!”
 Ellenőrzésképpen megmutatja a számegyenes kék oldalát.
 „Írd fel a sárga oldalra került számok sorozatát is!”

„Szerinted melyik sorozatban lesz a 4000?”

„Melyikben lesz a 6000?”

„És a 6650?”

Négyoldalúra állítja a felcsavart számegyenest.



Az előzőekhez hasonlóan felírta a négy oldalon levő számok sorozatait.

Hasonló kérdéseket tesz fel:

„Melyik sorozatban lesz a 3550? A 10 000?”

Annak észrevetése, hogy két sorozatban a számok 50-re végződnek, kettőben pedig csak kerek százások vannak.

Okkeresések.

Hangosan mondják, majd a füzetbe is leírják: 0, 150, 300, 450, 600, 750, 900, 1050, 1200, 1350, 1500...

Füzetbe írják önállóan: 50, 200, 350, 500, 650, 800, 950, 1100, 1250, 1400...

Füzetbe írják önállóan: 100, 250, 400, 550, 700, 850, 1000, 1150, 1300...

A sorozatok további tagjainak kiszámításával juthatnak el a 4000-ig. Lehetséges az is, hogy észreveszik: ugyanabban a sorozatban van, mint az 1000. (Ez a harmadik sorozat)

Az elsőben.

A másodikban.

Piros oldalon található számok: 100, 300, 500, 700, 900, 1100, 1300...

Kék oldalon található számok: 150, 350, 550, 750, 950, 1150, 1350...

Zöld oldalon található számok: 200, 400, 600, 800, 1000, 1200, 1400...

Sárga oldalon található számok: 250, 450, 650, 850, 1050, 1250, 1450...

Indoklások.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>20. Váltakozó különbségű sorozat vizsgálata Kiteszi az írásvetítőre a 9. mellékletéről készült fóliát. A színezett négyzetek elhelyezkedésének megfigyeltetése. „Milyen szabály szerint rajzolhatták a téglalapokat?” „Folytasd a téglalapok sorozatát a füzetedben még 5 taggal! Írd te is mindegyik alá, hány kis négyzetből áll!” „Írd le csak a számok sorozatát! Folytasd még 5 taggal!” A sorozat képzési szabályának megbeszélése. „Keress a téglalapok között négyzeteket! Húzd alá a sorozatodban azokat a számokat, amelyek négyzethez tartoznak!”</p> <p>Közlés: „Ezeket a számokat négyzetszámoknak nevezzük.”</p> <p>„Mít gondolsz, ha tovább is felírnánk a sorozatot, benne lenne a 110?” „Benne lesz a 410 ebben a sorozatban?”</p> <p>Annak megfigyeltetése, hogy hogyan váltakoznak a sorozatban a páros és páratlan számok.</p>	<p>Egyszer egy sort, egyszer egy oszlopot ragasztunk hozzá.</p> <p>Lerajzolják a 20, 25, 30, 36, 42 négyzetből álló téglalapokat. 1, 2, 4, 6, 9, 12, 16, 20, 25, 30, 36, 42, 49, 56, 64, 72, 81 A különbség minden második tagnál eggyel nő.</p> <p><u>1</u>, <u>2</u>, <u>4</u>, <u>6</u>, <u>9</u>, <u>12</u>, <u>16</u>, <u>20</u>, <u>25</u>, <u>30</u>, <u>36</u>, <u>42</u>, <u>49</u>, <u>56</u>, <u>64</u>, <u>72</u>, <u>81</u>; minden második szám ilyen.</p> <p>Igen, az éppen $10 \cdot 10 + 10$; a sorozat további folytatásával ellenőrzik. Nem, mert $20 \cdot 20 = 400$, $400 + 20 = 420$, tehát a 400 és a 420 lesz a sorozat tagja. 1 páratlan, 3 páros, 1 páratlan, 3 páros, ... Magyarázatok keresése a téglalapokkal: Az első téglalap 1 kis négyzetből áll. A második: $1 \cdot 2$ négyzetből. A harmadik: $2 \cdot 2$ négyzetből. A negyedik: $2 \cdot 3$ négyzetből. Az ötödik: $3 \cdot 3$ négyzetből. ...</p>
<p>21. Házi feladat Közösen értelmezik a 6. feladatlap feladatait. Felidéznek a műveleti sorrendről tanultakat.</p>	

4. óra

<p>22. A házi feladat megbeszélése Az 1. feladat megoldását táblára írással ellenőrzik. A második feladatot úgy ellenőrzik, hogy minden vállalkozó gyerek mondhat egy műveletsort és a hozzá tartozó eredményt. A társak zsebszámológéppel ellenőrzik a számolást. Csak olyat lehet mondani, ami még nem hangzott el.</p>	
--	--

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>23. Bingó játék Kiosztja a csoportoknak a szétvágott számkártyákat. (10. melléklet) „Keverjétek jól össze a lapokat! Rendezzétek el az asztalon úgy, hogy 4 sorban 4–4 kártya legyen. A számokat művelettel vagy tulajdonsággal fogom megadni. A megtalált számot takarjátok le koronggal! Ha valamelyik sorban, oszlopban vagy átlóban összegyűlt 4 korongotok, kiáltstátok, hogy BINGÓ! (Ha úgy találjátok, hogy a mondott tulajdonság egyik számra sem illik, ne tegyetek korongot.)”</p> <p>Sorolja a mellékletben szereplő jellemzéseket. (Esetleg beiktathat egy-két olyan számot is, ami nem szerepel a kártyákon.)</p> <p>Legalább addig tartson a játék, amíg minden csoport nem mond legalább egy bingót.</p>	<p>Összekeverik a lapokat, az utasítások szerint végzik a tevékenységet.</p>
<p>24. 1. számú mérőlap (20–25 perc) – számok írása, olvasása – számok helye a számegyenesen – szóbeli műveletek – sorozat folytatása A mérőlap megoldatása Közösen végignézik a feladatokat, értelmezik az utasításokat. „Változtathattok a feladatok sorrendjén. Mindenki azzal a feladattal kezdje, amelyik a legjobban tetszik neki, vagy amelyiket a legkönnyebbnek ítéli! Ha valakinek segítségre van szüksége, kézfeltartással jelezze! A 3. feladathoz használhatjátok a színesrúd-készletet!” <i>Ha valamelyik tanítványunk segítséget igényel, ne tagadjuk meg tőle, de jegyezzük fel, milyen jellegű probléma okozott nehézséget számára.</i></p>	
<p>25. Csodakockák Fábosné Zách Enikő ötlete alapján. A 11. melléklet szerint elkészített öt kockát odaadja a csoportoknak. „Dobjatok az öt kockával egyszerre! A dobott számokat írjátok le egymás alá, és adjátok össze a füzetetekben!” (A gyorsabban számoló csoportok két összeget is kiszámolhatnak.) „Mondjátok meg az egyesek helyén álló számok összegét, és én azonnal megmondom nektek, hogy mi lett a dobott számotok összege!”</p>	<p>Dobnak és számolnak.</p> <p>Megmondják az egyesek helyén álló számok összegét.</p>

(A trükk: az egyesek helyén álló számok összege lesz az összeg utolsó két jegye. A százask és tízesek helyén álló szám 50 és az előbb mondott szám különbsége. Például ezt dobták: $48+558+179+564+285$. Az egyesek helyén álló számok összege $8+8+9+4+5=34$, ez az összeg utolsó két jegye; $50-34=16$; az összeg tehát 1634)

„Mi lehet a titkom? Figyeld meg jól a kockákat!”

„Jegyezzük fel, milyen számokat mondtatok, és mi lett az összeg!”

Táblázatot rajzol a táblán, és beírja az adatokat. Például:

Egyesek helyén	26	31	23	15	22
Összeg	2426	1931	2723	3515	2822

Ha van jelentkező gyerek, aki észrevette az összefüggést, megkérdezi: „Mi lesz az összeg, ha az egyesek helyén álló számjegyek összege 17?”

26. A csodakockák titka

Csak a nagyon jó képességű gyerekekkel megfejtheti a kockák titkát. (Nem ezen az órán!)

Ehhez írják fel, hogy milyen számok szerepelnek a kockákon.

1. kocka	2. kocka	3. kocka	4. kocka	5. kocka
246	558	179	564	87
48	459	971	663	186
345	954	278	762	285
444	855	872	960	384
543	657	377	69	483
642	756	474	861	582

Összefüggések keresése a kockák tanulmányozásával. Valószínűleg észreveszik majd, hogy minden kockán a tízesek helyén ugyanaz a számjegy áll.

Összefüggés keresése a táblázatban.

Sejtések észrevételének megfogalmazása.







Valószínűleg azt is könnyen észreveszik, hogy az összeg utolsó két jegyéből képzett kétjegyű szám megegyezik a mondott számmal.

További összefüggések keresése.

<p>„Dobjatok egyet a kockákkal! Csak a tízesek helyén álló számokat adjátok össze!”</p> <p>„Miért?”</p> <p>246 558 179 564 <u>186</u></p> <p>Az összegben tehát van, amit 3 százassá váltunk. Ehhez jön még, amit maradékként átvittünk az egyesekből. Ez az oka annak, hogy az utolsó két számjegyből alkotott kétjegyű szám megegyezik az egyesek helyén levő számok összegével.</p> <p>„Figyeld meg most csak az első kocka számait!”</p> <p>„A második kockán?” „A harmadikon?” „A negyediken?” „Az ötödiken?” „Add össze ezeket a számokat is!” 3 százast átvittünk a tízesekből is. $47 + 3$ az éppen 50.</p>	<p>Mindenki 30-at kapott.</p> <p>Mindenki a $4+5+7+6+8$ összeadást végezte el.</p> <p>Az első kockán a tízesek helyén mindig 4 áll, a százások és egyesek helyén álló számok összege 8. A százások és egyesek helyén álló számok összege 13. A százások és egyesek helyén álló számok összege 10. A százások és egyesek helyén álló számok összege 9. A százások és egyesek helyén álló számok összege 7. $8 + 13 + 10 + 7 + 9 = 47$</p>
--	--

5. óra

<p>27. Számok jellemzése tulajdonságaikkal</p> <p>„A csoportban egyeztetek meg egy négyjegyű számban. Adjátok meg néhány tulajdonságát úgy, hogy az alapján kitalálhassuk, hogy mire gondoltatok! Jegyezzétek le a tanult módon ezeket a tulajdonságokat!”</p> <p>A csoportok számának kitaláltatása: „A csoport szóvivője sorolja lassan azokat a tulajdonságokat, amiket összegyűjtöttetek a csoport számáról, mi pedig megpróbáljuk kitalálni, mely számról szólnak.”</p> <p>Értékeli a csoportok munkáját: valóban annyi tulajdonságot gyűjtöttek-e, amiből ki lehet találni a számot, hoztak-e érdekes tulajdonságokat, elrejtettek-e olyan információt, ami már fölösleges volt korábbi közlés után. Értékeli a többiek munkáját is: kik találták meg a gondolt számot.</p> <p>„Mondjunk el sok mindent ezekről a számokról! Először azt, hogy mit jelenthetnek, aztán összehasonlítva őket, mondjunk róluk közös tulajdonságokat és eltéréseket is. (Persze főképpen olyanokat, amik még nem hangzottak el.)”</p>	<p>A szóvivők sorban egymás után elmondják a gyűjtött tulajdonságokat.</p> <p>Mindenki feljegyzi az öt kitalált számot.</p>
---	---

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>28. 2. számú mérőlap (20–25 perc)</p> <ul style="list-style-type: none"> – Kétszer kétfelé válogatás adott tulajdonságok alapján – Adott válogatáshoz megfelelő diagram megkeresése – Írásbeli összeadás és kivonás <p>A mérőlap megoldatása. Közösen végignézik a feladatokat, értelmezik az utasításokat. „Változtathattok a feladatok sorrendjén. Mindenki azzal a feladattal kezdje, amelyik a legjobban tetszik neki, vagy amelyiket a legkönnyebbnek ítéli! Ha valakinek segítségre van szüksége, kézfeltartással jelezze!” <i>Ha valamelyik tanítványunk segítséget igényel, ne tagadjuk meg tőle, de jegyezzük fel, milyen jellegű probléma okozott nehézséget számára.</i></p>	
<p>29. Oszthatósági és egyéb tulajdonságok megfigyelése valószínűségi játék kapcsán</p> <p>„Most a korongokkal lesz dolgotok. Minden pár vegyen maga elé 3 korongot!” „Írjátok a következő számokat a korongok piros oldalára:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> 25</div> <div style="text-align: center;"> 15</div> <div style="text-align: center;"> 5</div> </div> <p>Ezeket a kék oldalakra (FigyeljeteK arra, hogy melyik piros számhoz melyik kék tartozik!)”:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> 24</div> <div style="text-align: center;"> 18</div> <div style="text-align: center;"> 3</div> </div> <p>„Felváltva dobjátok fel a három korongot. A korongokon látható három számot össze kell szorozni.”</p> <p>Ő is dob egyet a korongokkal, és felírja: $25 \cdot 18 \cdot 3$ „Hogyan tudnánk elvégezni ezt a szorzást?”</p> <p>„Egyikőtök akkor nyer, ha a három szám szorzata 2000-nél nagyobb, a másik játékos akkor, ha ez a szorzat 2000-nél nem nagyobb. A játék előtt döntsétek el, hogy mit választotok: A szorzat 2000-nél nagyobb, vagy annál nem lesz nagyobb a kidobott szorzat! A következő játékban cseréljeteK: ki milyen számok esetén léphet.”</p>	<p>Páronként elkészítik a számozást.</p> <p>Mivel a kétjegyűvel való szorzást még nem tanulták, várhatóan reklamálni fognak. Megoldások keresése: Helyette a $25 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 3$ vagy a $25 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 3$ is lehet.</p> <p>Megbeszélük, hogy ki melyik feltételt választja. Legalább két menetet lejátszanak, hogy igazságos legyen a játék, de megfigyelhetük, hogy melyik eset következik be gyakrabban.</p>

<p>A játékok eredményét meghallgatja, az esetleges sejtésekkel és vitákkal együtt. (Pl. vitás kérdés lehet, hogy egyformán jó-e a kétféle feltétel szerint játszani, vagy könnyebb nyerni valamelyikkel.) (Nyolcféle szorzat lehetséges: $25 \cdot 15 \cdot 5 = 1875$ $24 \cdot 15 \cdot 5 = 1800$ $25 \cdot 15 \cdot 3 = 1125$ $24 \cdot 18 \cdot 3 = 1296$ $25 \cdot 18 \cdot 5 = 2250$ $24 \cdot 18 \cdot 5 = 2160$ $25 \cdot 18 \cdot 3 = 1350$ $24 \cdot 15 \cdot 3 = 1080$ Ezek közül csak 2 olyan van, ami 2000-nél nagyobb, és 6 olyan, ami 2000-nél nem nagyobb.)</p> <p>„Most új szabállyal játszunk: egyikőtök akkor nyer, ha a három szám szorzata páros, a másik akkor, ha a szorzat páratlan.”</p> <p>Megint új szabály: az egyik gyerek akkor nyer, ha a szorzat 5 többszöröse, a másik, ha nem.</p> <p>Az összes szorzat összegyűjtése: A már meglévő, kiszámított szorzatokat a gyerekek diktálása alapján felírja a táblára. A hiányzó eseteket összegyűjtik.</p> <p>„A táblán levő szorzatok közül kétfőre gondoltam. Az egyik kétszerese a másiknak, és végződésük különböző. Melyik számpárra gondolhattam?”</p>	<p>Beszámolnak egymásnak és a tanítónak, hogy ki nyert többször. (Vélhetően azok, akik a 2000-nél nem nagyobb számra tippeltek.)</p> <p>Csak két esetben lehet páratlan a szorzat. Már a játék lejátszása előtt is észrevehetik, hogy csak a $25 \cdot 15 \cdot 5$ és a $25 \cdot 15 \cdot 3$ esetben lehet páratlan a szorzat.</p> <p>Mivel a piros oldalon 5 többszöröse állnak, csak akkor nem osztható 5-tel a szorzat, ha mindhárom korong a kék oldalra esik.</p> <p>Két számpár van, melyben egyik a másik kétszerese: 1080; 2160 és 1125; 2250. Ezek közül az utóbbi párra igaz, hogy végződése különböző.</p>
---	--

6. óra

<p>30. A legnagyobb összeg nyer! Kiosztja a 12. melléklet kártyáit a csoportoknak. „Ezekkel a kártyákkal fogtok játszani. A kártyákat keverjétek össze, majd osszatok egy lapot mindenkinek! A játékosok sorban kérhetnek még lapot, ha szükségesnek érzik azt. Az győz, akinek a kezében levő kártyáin a számok összege a legközelebb kerül a 10 000-hez úgy, hogy azt nem lépi át.”</p>	<p>Játék.</p>
<p>31. 3. számú mérőlap (25–30 perc) – Adott tulajdonságnak eleget tevő számok megtalálása – Írásbeli szorzás – Több művelet együtt; műveletek sorrendje – Szöveges feladat A mérőlap megoldatása. Közösen végignézik a feladatokat, értelmezik az utasításokat.</p>	

„Változtathatók a feladatok sorrendjén. Mindenki azzal a feladattal kezdje, amelyik a legjobban tetszik neki, vagy amelyiket a legkönnyebbnek ítéli! Ha valakinek segítségre van szüksége, kézfeltartással jelezze!”
Ha valamelyik tanítványunk segítséget igényel, ne tagadjuk meg tőle, de jegyezzük fel, milyen jellegű probléma okozott nehézséget számára.

32. Válogatás a modulban felhasznált játékok közül

A modulban felhasznált játékok közül a gyerekek kívánsága szerint választanak.