
TÖRTEK. A SZÖG MINT AZ ELFORDULÁST JELZŐ MENNYISÉG

12. modul

KÉSZÍTETTÉK: C. NEMÉNYI ESZTER–SZITÁNYI JUDIT

Előkészítés későbbi főtémához
Főtéma az adott időszakban
Önálló melléktéma
Segédeszköz-téma
Folyamatos gyakorlás; alkalmazások

	Idő	Természetes szám	Számolás	Ny. m.	Szöv. f.	Más számok	Geometria	Reláció, függvény, sorozat	St. val.	Gondolkodási módszerek
19–20 12. Törtek	Febr. 55–60	Számok képzése prímtényezőkből való építkezéssel; számok osztóinak keresése				Tapasztalatok a tört számokról; a törtalakú számok körében való tájékozódás: különféle mennyiségek körében való megjelenítés, leolvasás, nagyság szerinti rendezés, egyenlő törtek, helyük a számegyenesen.	Geometriai mennyiségek mérése: hosszúság, terület, térfogat.	Összefüggés-felismerés és kifejezés sorozatokban, táblázatokban		Összefüggések keresése: adatképek, adathármasok megegyező kapcsolatának felismerése; kifejezés további példák sorolásával, szavakban, jelekkel megfogalmazott általános alakban is
A szög mint az elfordulást jellemző mennyiség			A szög mint az elfordulást jellemző mennyiség fogalmának formálása; szögmérés teljeskörű elfordulás-egységgel, derékszöggel, derékszög felével							

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Az egyszerű, kis nevezőjű törtekkel kapcsolatos tapasztalatok gazdagítása; az absztrahálásuk előkészítése. A szögfogalom erősítése az elforgatás mértékére vonatkozó tartalommal. Az induktív-deduktív ismeretszerzési folyamat egyre tudatosabbá, önállóbbá formálása.
Időkeret	6 óra
Ajánlott korosztály	9–10 évesek; 4. osztály; 23–24. hét
Modulkapcsolódási pontok	Tágabb környezetben: keresztantervi NAT szerint: környezeti nevelés, olvasás, ének-zene, testnevelés, Kompetencia terület szerint: szociális és környezeti. Szűkebb környezetben: saját programcsomagunkon belül: A törtfogalom alakítását mennyiségek egyenlő részekre osztásával végezzük. Ezért a modul közvetve kapcsolatban van minden olyan modullal, amelyben szerepet kap mennyiségek mérése, illetve a részekre osztás tevékenysége. Ajánlott követő tevékenységek: 13. modul: Alkotások térben, síkban.
A képességfejlesztés fókuszai	Összehasonlítás; azonosítás, megkülönböztetés. Elemzés, tudatos megfigyelés. Alkotóképesség, kreativitás. Mennyiségi következtetések. Alkotóképesség. Összefüggések felismerése. Becslőképesség. Tudatos és akaratlagos emlékezés; a rögzítés és felidézés tudatossága; tudatos tanulás. Szövegértés; a köznyelv és a matematikai nyelvhasználat eltérésének megfigyelése. Problémamegoldó gondolkodás. Kommunikációs képességek.

AJÁNLÁS

A törtekkel kapcsolatos tapasztalatszerzés hosszú folyamat. A legtöbb kisgyerek még iskoláskora előtt éli meg az első találkozásokat féllal, negyeddal, esetleg 3 negyeddal, és a legtöbb gyerek úgy lép a felső tagozatba, hogy még nem fejeződött be a fogalom épülése. Türelmesen vissza-vissza kell térni a valóságos, tevételes tapasztalatokhoz, főképpen azokban a szakaszokban, amikor egy-egy új tartalmi mozzanat jelenik meg. Tudatosan járjuk végig újra azokat a tevékenységeket – talán már kicsit gyorsítva –, amelyeket harmadik osztályban végeztünk. Nem mondhatunk le a konkrét és absztraktabb, egyedi és általánosabb közötti sokszori oda-visszalépésekről még 5-6. osztályban sem, ha biztonságos, megértett, továbbépíthető fogalmakat, fogalmi rendszert akarunk építeni.

Ebben az időszakban három új mozzanattal bővül a tört fogalmának épülése.

- Az egyik a törtek második értelmezése: több egész egyenlő részekre osztásával kapott számok. Vigyáznunk kell arra, hogy a szóhasználat igen gyorsan el tudná terjeszteni ezt az értelmezést (pl. a 2 harmada 2 harmad, a 3 negyede 3 negyed, a 6 tizede 6 tized...), és ez könnyen elfedheti a szemünk előtt, hogy valódi tartalom még nincs mögötte. Jó lehetőségünk nyílik a tartalom továbbtöltögetésére, ha a gyerekektől mindig elvárjuk állításaik igazságának megmutatását adott vagy választott eszközön.
- A másik a törtes jelölés bevezetése. Akkor is hangsúlyt kell helyezni a jelölés értelmezésére, ha lehetnek tanulóink, akik valahonnan ismerik ezt a jelölésmódot!
- A harmadik: számok adott törtrészének megkeresése. E téren a gondolkodás elindítására vállalkozhatunk.

Hangsúlyozzuk, hogy nem fejeződik be a fogalomépítés ebben az osztályban, de igen fontos a növendékeink számára az, ha jó szemléleti alapozást adunk hozzá.

A modul címében szereplő második „fő” téma a szögfogalom egyik tartalmának mélyítése. Magunknak kell tisztában lennünk azzal, hogy most – a múlt évi munkánk folytatásaként – csak az elfordulás nagyságát jellemző mennyiségként foglalkozunk a szöggel. (Alakzatként: pl. mint a szögszárak által bezárt (végtelen) síktartomány, még nem fogható fel ebben a korosztályban.) Amikor egy sokszög szögének nagyságát akarjuk jellemezni, akkor is azt a forgást lássák a gyerekek, amelyet a sarokban állva az egyik oldal irányából kell megtenni a másik oldal irányáig.

Megjegyezzük, hogy a címben nem szereplő egyéb gondolatok – az éves tervet tartalmazó táblázatnak megfelelően – részben eszköztémái a két főtéma kidolgozásának, részben a más területen megkezdett gondolatok szinten tartását szolgálják. A jelen fő témák gyakorlását, ismétlését is javasoljuk a továbbiakban szem előtt tartani.

TÁMOGATÓRENDSZER

C. Neményi Eszter–Káldi Éva: *Matematika tankönyv, általános iskola 4. osztály*, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.

C. Neményi Eszter–Káldi Éva: *Matematika munkafüzet, általános iskola 4. osztály*, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.

C. Neményi Eszter: *Geometria*, Tantárgypedagógiai füzetek; ELTE TÓFK

Kapcsos könyv a matematika differenciált tanításához-tanulásához, Országos Közoktatási Intézet KOMP-csoport, Budapest, 2001.

ÉRTÉKELÉS

A továbbhaladás érdekében igen fontos meggyőződnünk arról, hogy minden tanuló képes adott mennyiség választott egységén értelmezni a kis nevezőjű egységtörteket és ezek többszöröseit. Azaz elő tudja állítani adott egység megnevezett törtrészét, és le tudja olvasni a megjelenített mennyiségről annak mérőszámát. Az ellenőrzést azonban nem kell számokkal kifejezett visszajelzésnek követnie; az értékelés elsősorban a megértés, tudás megerősítését jelentse.

MODULVÁZLAT

Időterv:

1. óra: I/1., II/1–4.
2. óra: II/5–9.
3. óra: II/10–15.
4. óra: II/16–21.
5. óra: II/22–27.
6. óra: II/28–31.

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése						
	1. Egységtörtek leolvasása, megnevezése, összehasonlítása	ismeretek felelevenítése	egész osztály	frontálisan irányított egyéni	tevékenykedtetés, megbeszélés	1. melléklet, színesrúd
II. Az új tartalom feldolgozása						
	1. Egységtörtek megjelenítése; viszonyítás az egységhez	becslés, mérés, társakkal való együttműködés	egész osztály	csoport	tevékenykedtetés, megbeszélés	csomagolópapír, papírcsík, gyurma, babszemek, 2–3. melléklet, olló; mérleg
	2. Az egységtörtek nagyságának becslése; a becslés ellenőrzése: a) becslés valóságos lépésekkel b) papírcsíkon rajzolt vonallal, ellenőrzés hajtogatással	mennyiség-becslés, modell-építés, ellenőrzés, kommunikáció	egész osztály	páros, egyéni	mozgásos tapasztalatszerzés, megbeszélés	tanulónként 8 db egyenlő, kb. 40 cm, ill. kb. 30 cm hosszú, beosztás nélküli papírcsík, filctoll, szókártyák, (3/a melléklet).

	Lépések, tevékenységek (a melléletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képeségek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	3. Az egységtörteket kifejező szókétyák sorba- rendezése; újabbak becslés szerint való elhe- lyezése a sorban	indukció-dedukció	egész osztály	frontálisan irá- nyított egyéni	megbeszélés	szókétyák (3/b melléklet).
	4. Házi feladat: egységtörtek összehasonlítása törtés mozaikon	összehasonlítás, mennyiségi következte- tések	egész osztály	egyéni	egyéni elem- zés	törtés mozaik (4. melléklet), vonalzó
	5. A házi feladat ellenőrzése	összehasonlítás, mennyiségi következte- tések	egész osztály; egyes ellenőrzésre választott tanulók	egyéni	ellenőrzés	törtés mozaik (4. melléklet), vonalzó
	6. Egységtörtek többszöröseinek előállítás az egységen belül területméréshez kapcsolódva: az egység egyenlő részekre osztásával, s adott számú rész kiválasztása	összehasonlítás, alkotó gondolkodás, mennyiségi következte- tések, indukció-dedukció, ellenőrzés, önellenőrzés	egész osztály	egyéni, csoportos	alkotás, megbeszélés, vita, ellenőrzés	tanulóként 4-4 írólap, olló, ragasztó, színes ceruzák, csoportonként egy sötét csoma- golópapír.
	7. Egységtörtek többszöröseinek előállítás a hos- szúságméréshez kapcsolódva. Törtalakú szá- mok között az 1 egész és 1-nél nagyobbak is.	összehasonlítás, össze- mérés, mennyiségi következte- tések, indukció-dedukció, ellenőrzés, önellenőrzés	egész osztály	frontálisan irá- nyított egyéni	tevékeny- kedtetés, megbeszélés	a táblán hagyott 10 részre hajto- gatott papírcsík, színesrúd-kész- let
	8. Törtszámok hozzárendelése adott hosszúsá- gokhoz alkalmanként megválasztott egység esetén: mérés egységtörtekkel. Egy tört többfé- le neve.	összehasonlítás, össze- mérés, mennyiségi következte- tések	egész osztály	frontálisan irá- nyított egyéni, páros vagy cso- portos	tevékeny- kedtetés, megbeszélés	színesrúd-kész- letek
	9. a) Különféle síkidomok területének egységül választása; jelölt részek területének megállá- pítása (törtszám hozzárendelése). b) Törtés dominó	összehasonlítás, össze- mérés, indukció-dedukció	egész osztály	közös, egyéni	értelmezés, feladatmegol- dás, játék	1. feladatlap, törtés dominó (5. melléklet)

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képeségek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
C	b) Törtes dominó (nehezített szabállyal)	összehasonlítás, össze- mérés Indukció-dedukció	az előbbre járók	csoportos	játék	törtes dominó (5. melléklet)
	10. Törtes dominó	összehasonlítás, össze- mérés	egész osztály	csoportos	játék	törtes dominó (5. melléklet)
C	Törtes dominó (nehezített szabállyal)	összehasonlítás, össze- mérés, indukció-dedukció	az előbbre járók	csoportos	játék	törtes dominó (5. melléklet)
	11. Az egységtörtek többszöröse nagyságának becslése; a becslés ellenőrzése	összehasonlítás, össze- mérés, becslés; ellenőrzés	egész osztály	frontálisan irá- nyított egyéni	tevékeny- kedtetés, megbeszélés	tanulónként 4 db kb. 40 cm- es papírcsík, színes ceruza, vagy filctoll
	12. Két hosszúság összemérése: az egyiket egy- ségnyinek választva, mennyit ér a másik, és fordítva	összehasonlítás, össze- mérés, becslés, ellenőrzés, mennyiségi következte- tés	egész osztály	frontálisan irá- nyított egyéni	tevékeny- kedtetés: próbálgatás, kísérletezés, megbeszélés	színesrúd-kész- let, egy-egy 24, ill. 18 cm-es papírcsík. 6/A és B mel- léklet
	13. Egységtörtek többszöröseinek előállítás térfogatméréshez kapcsolódva	összehasonlítás, össze- mérés, alkotás; feltétel-követés, megítélés	egész osztály	csoportos	tevékeny- kedtetés, alkotás	színesrúd- készlet
	14. A törtes jelölés bevezetése	szövegértés, jel-értelmezés	egész osztály	frontális, egyéni	közlés, értelmezés, gyakorlás	három nagy tábla csoki; és három velük egyenlő nagy téglalap

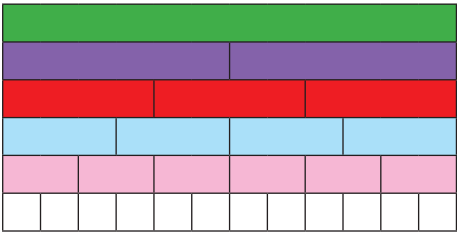
	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képeségek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	15. Házi feladat: A törtjelölés gyakorlása	összehasonlítás, összemérés, jel-értelmezés	egész osztály	egyéni	gyakorlás	2. feladatlap
	16. A házi feladatok ellenőrzése	összehasonlítás, összemérés, jel-értelmezés	egész osztály	egyéni	gyakorlás, ellenőrzés	2. feladatlap
	17. Egységtörtek többszöröseinek előállítás a űrtartalomméréshez kapcsolódva. Törtalakú számok között az 1-nél nagyobbak is.	összehasonlítás, összemérés, mérés, mennyiségi következtetések, jelölés-értelmezés, indukció-dedukció	egész osztály	egyéni, csoportos	tevékenykedtetés, megbeszélés	csoportonként egy azonos alakú 1-literes és egy-egy különböző ennél kisebb vagy nagyobb edény, egy 1 és egy 2 dl-es pohár, víz, papír
	18. Űrtartalmak összemérése (Az egyik az egység, mennyit ér a másik, és fordítva.)	mérés, összemérés, mennyiségi következtetések, indukció-dedukció	egész osztály	csoportos	vita, megbeszélés, próbálgatás	6 deciliteres és egy 4 deciliteres edény; 1 és 2 deciliteres pohár
	19. Egyenlő törtek keresése, formai jegyek megfigyelése	összehasonlítás, összemérés, azonosítás, megítélés, összefüggés-keresés	egész osztály	csoportos	megbeszélés, próbálgatás	törtés mozaik (4. melléklet), vonalzó, csoportonként egy csomagolópapír
	20. Törtrésről következtetés az egészre	becslés, ellenőrzés, összefüggés-keresés, összefüggésekben való gondolkodás	egész osztály	egyéni	próbálgatás, kísérletezés	4-4 db kb. 80 cm-es papírcsík, olló, mérőszalag, írószerszám

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	21. Házi feladat: Törtrésről következtetés az egészre; területek összemérése	összefüggés-keresés, összefüggésekben való gondolkodás	egész osztály	egyéni	feladatmeg- oldás	3. feladatlap
	22. A házi feladatok ellenőrzése	ellenőrzés, összefüggésekben való gondolkodás	egész osztály	egyéni	beszámolás, indoklás	3. feladatlap
	23. Törtek összehasonlítása; egyenlő törtek keresése hosszúságméréshez és területméréshez kapcsolva. Állandó különbségű sorozat kiegészítése a) Törtszámok összehasonlítása hosszúságméréshez kapcsolva b) Összehasonlítás és sorbarendezés területméréshez kapcsolva	összehasonlítás, össze- mérés, összefüggés-látás, mennyiségi következte- tés, megítélés, indukció, dedukció	egész osztály	egyéni, csoportos	alkotás, megbeszélés, vita, önellenőrzés	tanulónként egy 24 cm hosszú papír- csík, színesrúd- készlet A 7. melléklet kártyái, színes filctoll
	24. Számok törtrészének keresése; törtes gép (függvényjáték: 3-ért ad 2-t)	összefüggés-látás, össze- függés-követés, mennyiségi következte- tés, algoritmus-követés	egész osztály	egyéni, csoportos	kísérletezés, megbeszélés, vita	csoportonként 20 egyenlő nagyságú tégl- alap (11/a melléklet), játékpénz vagy számolókorong
	25. Egész számok osztása törtszám eredménnyel (a tört második értelmezésének alapozása)	értelmezés, mennyiségi következte- tés	egész osztály	egyéni, csoportos	bemutató, megbeszélés, kísérletezés, ellenőrzés	téglalapok (11/a és b melléklet), játékpénz, olló

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	26. A szög: az elfordulás nagyságát kifejező mennyiség; szögek törtrésze	megfigyelés, mozgásos memória, értelmezés, mennyiségi következtetés	egész osztály	frontálisan irányított egyéni	mozgásos tapasztalatszerzés, bemutató, kísérletezés	kis tűzoltóautó, térkép-vázlat a 8. mellékletéről nagyítva 14 kivágott nyíl (9. melléklet), nagy kivágott körlap (10. melléklet)
	27. Házi feladat	memória, ismeretek alkalmazása, konkretizálás	egész osztály	egyéni	tevékenykedés, feladatmegoldás	4. feladatlap
	28. Szögmérés; adott méretű szögek előállítás; az óra törtrészei	ismeretek alkalmazása, összehasonlítás, összemérés	egész osztály	egyéni	ellenőrzés, önellenőrzés	hajtogatott körlap, demonstrációs óra-számlap
	29. A tört mint két egész szám hányadosa. a) Először a házi feladat feladatlapján ellenőrzik az 1. feladat megoldását. b) Törtrészeiről következtetés a felosztott egészek számára	ismeretek alkalmazása, önellenőrzés, gondolatmenet megfordítása	egész osztály	csoportos	megbeszélés, vita próbálkozás, ellenőrzés	4. feladatlap, csoportonként egy 2 m és egy 3 m hosszú papírcsík
	30. Számok törtrészei a) A feladatlap második és harmadik feladatának ellenőrzése b) Számok képzése prímtényezőik szorzataként; az előállított számok törtrészeinek keresése	ismeretek alkalmazása, számolás, összefüggés-látás, mennyiségi következtetés, alkotó gondolkodás	egész osztály	csoportos	kísérletezés, ellenőrzés, megbeszélés, vita, alkotás	4. feladatlap A 12/A, B és C melléklet, térbeli amőba
	31. Törtszámok helye a számegegyenesen	ismeretek alkalmazása indukció, dedukció, az általánosítás kezdete, összefüggés-látás	egész osztály	egyéni	bemutató, megbeszélés	téglalapok (11/a és b melléklet), papírcsíkok, 4. feladatlap

A FELDOLGOZÁS MENETE

Az alábbi részletes leírás célja elsősorban egyféle minta bemutatása. Nem lehet és nem szabad kötelező jellegű előírásnak tekinteni. A pedagógus legjobb belátása szerint dönthet a részletek felhasználásáról, módosításáról vagy újabb variációk kidolgozásáról.

Törtek. A szög mint az elfordulást jellemző mennyiség	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése	
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>1. Egységtörtek leolvasása, megnevezése, összehasonlítása <i>Szervezés:</i> A színesrúd-készletet veteti elő. „Szönyegezd a zöld rudat csupa egyformával!” Ő is elvégzi a szönyegezést a demonstrációs készlettel:</p>  <p>„A fehér egyet ér. Mennyit ér a zöld, a lila, a rózsaszín, a piros, a világoskék?” „A világoskék rúd ér 1-et. Mit tudsz a lila és a zöld rúd értékéről?” „Érjen most a zöld rúd 1-et. Mennyit ér egy fehér, egy lila, egy rózsaszín, egy piros, egy világoskék?” „A lila egyet ér. Mennyit ér a zöld, a kék, a rózsaszín, a fehér?” „Melyik rúd hosszúságát választottam 1-nek, ha a rózsaszín értéke fél?” „És ha a fehér értéke harmad?” „Megint a zöld rúd hossza ér egyet. Válaszd ki azt a rudat, amelyik hatodot ér, és amelyiknek tizenketted az értéke! „Melyik nagyobb, a hatod vagy a tizenketted?” „Keresd ki a megfelelő rudakat, és dönts el, melyik a nagyobb: a harmad vagy a negyed?”</p>	<p>Kirakják a szönyegezést.</p> <p>12, 6, 2, 4, 3.</p> <p>Így a lila ér 2-t, a zöld 4-et.</p> <p>Leolvassák az egységtörteket a szönyegezésről. A lila értéke fél, a piros harmadot ér, a világoskék negyed, a rózsaszín hatodot, a fehér pedig tizenkettedet.</p> <p>A zöld értéke 2, a világoskék értéke fél, a rózsaszín ér harmadot, a fehér hatodot.</p> <p>A piros hossza a mérőegység. Akkor a kék az 1.</p> <p>Összehasonlítják a választott egységtörteket a megfelelő rudakról.</p>

„Olvassatok le más összehasonlításokat is a kirakásról!”

Felteszi az 1. melléklet képét az írásvetítőre (a fóliát a fekvő helyzetbe fordítva).

„Mindegyik rajz egy egész. Mekkora a piros rész?”

A képen látható egységtörtek leolvastatása.

Vigyázat!

A képen a két utolsó ábráról nem lehet törtrészt leolvasni, mert nem egyenlő részekre osztottuk az egészet. Ha a gyerekek magyarázatából elmarad az „egyenlő” szó, akkor ennél a két esetnél kapjon hangsúlyt, pl. az által, hogy magunk mondjuk el (az utolsó előtti ábránál): „Az egészet 4 részre vágtuk, tehát egy rész neve a negyed”, és várjuk, hogy a gyerekek javítsanak.

Felidézteni a 3. osztályban tanultakat.

Öntevékenyen választhatnak két-két rudat, és a jelenlegi értéküket összehasonlítják: melyik nagyobb, esetleg azt is, hogy hányszorosa az egyik a másiknak, mennyivel nagyobb az egyik a másiknál. (Pl. a harmad nagyobb, mint a negyed; éppen egy tizenkettessel; a harmad kétszer akkora, mint a hatod...)

Nemcsak megnevezik az egységtörteket, hanem egy-két esetben magyarázzák is. Pl.: az egészet 3 egyenlő részre osztottuk, tehát egy rész neve: harmad. Az egészet 9 egyenlő részre vágtuk, egy rész neve kilenced...

Beszélgetés arról, hogy miért kell ragaszkodni az *egyenlő* részekre osztáshoz. (Például, ha négy különböző részre töröm a tábla csokit a négy testvér között, igazságtalannak fogják tartani az osztozkodást, és nem mondhatja mindegyikük, hogy a tábla csoki negyedét kapta. Valaminek *negyede*, vagy a *negyed* szavakat csak akkor használhatják, ha az elosztást sikerült pontosan egyenlően elvégezniük.

II. Az új tartalom feldolgozása

1. Egységtörtek megjelenítése; viszonyítás az egységhez

Szervezés: Minden csoportnak ad egy ív csomagolópapírt, két darab kb. 40 cm-es papírcsokit, 2 egyforma gyurmát, a 2. mellékletet két példányban. Előkészíti a 3/A melléklet szókártyáit (egységtörtek), és a kétoldalú mérleget is hozzáférhető helyre teszi, hogy szükség esetén a gyurmadarabokat összemérhessék a gyerekek..

A csoportok húznak egyet a következő kártyák (3/A melléklet) közül:

negyed	fél	nyolcad	tizenhatod
harmad	hatod	tizenketted	ötöd


„Készítetek tablót, és úgy mutassátok be a húzott törtszámot többféleképpen! Használjátok a kapott eszközöket, de szabad mást is felhasználni! Minden esetben mutassátok a megjelenített tört mellett az 1-et is!”

Értékelés: Dicséri a pontosságra törekvést, a hibátlan munkát, illetve az előforduló hiba javítását, a kreatív ötleteket és az elrendezés esztétikumát.

Feladatuk a húzott tört megjelenítése a csomagolópapíron vágással, hajtogatással, színezéssel stb.

Az elkészült tablók bemutatása: annak igazolásával, hogy mindegyik esetben a választott egységnek ugyanakkora törtrészt jelentettek meg. (A gyurmát például kis átlátszó zacskókban lehet a táblóra erősíteni.)

A tablókat kitehetik a falra.

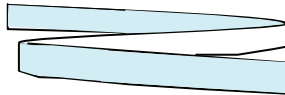
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>2. Az egységtörtek nagyságának becslése; a becslés ellenőrzése</p> <p>a) becslés valóságos lépésekkel</p> <p>„Jöjj hozzám” játék</p> <p>„Elsőben játszottunk már hasonló játékot.” – Felállít egy tanulót, akinek tőle elég messze van a helye, és szólítja: „Jöjj hozzám 6 egyenlő lépéssel!”</p> <p>„Mekkora volt egy lépésed, hogy tudnád megadni?” (Segítve: Hasonlítsd az egész úthoz!)</p> <p>„Most te hívhatsz valakit hasonlóan: mondd meg, hány kb. egyenlő lépéssel kell eljutni hozzád!”</p> <p>(Ha van rá lehetőség, az udvaron párokba rendeződve is játszhatják ugyanezt a lépegetőst úgy, hogy két kijelölt vonalra állnak szemben egymással, s egyszer az egyikük, egyszer a másikuk hívja a társát.)</p> <p>b) papírcsíkon rajzolt vonallal; ellenőrzés hajtogatással</p> <p>Szervezés: Minden tanulónak 8 db egyenlő, kb. 40 cm, és 8 db egyenlő, kb. 30 cm hosszú, sima (minden beosztás nélküli) papírcsíkot ad. Filctollat, vagy vastag hegyű színes ceruzákat készített elő. Újra használják majd a fenti szókérdőket (3/a melléklet).</p> <p>„A hosszabb papírcsíkokkal dolgozunk először. Egy-egy csík most egy-egy út, amelyen csigák haladnak. A bal szélétől indulnak, és színes csíkot húznak maguk után. A színes ceruzákkal kb. addig kell húzni egy vonalat a csík bal szélétől, ameddig elérkezik a csiga.” – Bemutatja, hogy valóban az egész csík mondott darabját a kezük mozgásával járják be a gyerekek:</p>  <p>„Most azonban nem szabad hajtogatni a papírt, sem méregetni, hanem meg kell becsülni, meddig jut el a csiga. Ehhez azt kérem, hogy előbb járja végig a kezetek még ceruzafogás nélkül az egész utat néhányszor, hogy mozgással érezzétek, milyen hosszú út valamilyen törtrészt járja be a csigátok.”</p> <p>„Az első úton haladó csiga megteszi az egész út felét.”</p> <p>„Ellenőrizték a papírcsík összehajtásával, hogy milyen pontossággal sikerült a fél utat megtennie a csigátoknak! Ha elég jól sikerült, ráírhatjátok a színes csíkra a „fél” szót. (Szabad javítani, ha túl nagynak látjátok a tévedést!)” – A tanító is felteszi az első törtszám nevét a szókérdővel a táblára.</p>	<p>Az első tanuló megbecsüli, hogy kb. mekkorákat kell lépnie, azaz kb. mekkora a tanítóig vezető út hatoda, s e szerint lépeget.</p> <p>Az út hatoda.</p> <p>Az első tanuló szólíthat ki valakit; neki is meg kell becsülnie, hogy hány lépéssel lehet megtennie az utat.</p> <p>A lépegetős játék folytatódhat: mindig a kiszólitott tanuló hívja a következőt, aztán megállapítják, hogy mekkora volt egy-egy lépés (a megtett útnak mekkora törtrésze). A többi tanuló ellenőrzi a lépések egyenlőségét.</p> <p>Előkészítik a filctollakat vagy a vastag hegyű színes ceruzákat.</p> <p>A 8 db hosszabb papírcsíkot maguk elé teszik, és néhányszor bejárják a kezük mozgásával ennek a hosszát.</p> <p>Az első csíkon a csíknak kb. a feléig húzzák a vonalat.</p> <p>Kettéhajtják a csíkot, és ellenőrzik, milyen jól közelítették meg az út felét. A csík fölé írják a fél szót.</p>

„A második úton haladó csiga az út **negyedét** tette meg.”
 „Hogyan ellenőrizhetitek becsléseteket?”

Ismét felírta a **negyed** szót a színes vonalra; ő is felteszi a szókártyát az előbbi alá. (Később a többi is sorra felkerül a táblára.)

A fentiekhez hasonlóan sorra bejárta egy-egy papírcsíkon az **egész út** becslült **nyolcadát, tizenhatodát**, egyenként ellenőriztetve a becsléseket.

A **harmadrész** bejárása után a hajtogatást valószínűleg érdemes minta után végeztetni. A csík egyik végét előre, másik végét hátrafelé hajtva finom csúsztatgatással lehet elérni, hogy a három rész elegendő pontossággal egyenlő hosszú legyen:

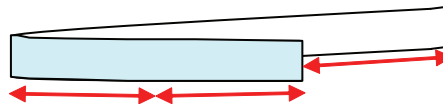


A **hatodrés** becslését követő ellenőrzés – a harmadrész felezése – nem mindenkinek szokott könnyedén eszébe jutni. Vessük fel a kérdést, és engedjük próbálgatni a hajtogatást. Aki rájön, azzal bemutatathatjuk.

Hasonlóan a **tizenketted** becslése és a becslült hossz ellenőrzése segíti tudatosítani a harmad és tizenketted, illetve a hatod és tizenketted viszonyát.

Az **ötöd** becslése is nehéz a többihez képest, és a hajtogatást is szükséges lehet irányítani.

Úgy érdemes közelítőleg előre hajtani a csík egy részét, hogy a lefedetlen résznek a kétszerese legyen ez az előre hajtott hosszúság:



Így az előre hajtott darab és az általa fedett rész együtt 4-szer akkora, mint a „kilógó” (itt fehér) rész.

Az egymás alá tett papírcsíkokról leolvasható törtszámokat összehasonlíttatja: nem egyenként kérdezve rá a kapcsolatokra, hanem a gyerekektől várja a megállapításokat:

„Hasonlítsátok össze az út különféle törtrészeit! Kíváncsi vagyok, mi mindent tudtok leolvasni róluk!”

„Párokban dolgozhattok ez után együtt. A rövidebb nyolc papírcsíkon sorra jelöljétek meg ugyanezeket a törtrészeket, s aztán a szomszédok egymás becsléseit ellenőrizhetik. Használjátok fel az eddigi megfigyeléseket, megállapításokat!”

Körbejárva figyeli a gyerekek munkáját; szükség szerint segítséget nyújt az ellenőrző hajtások megtervezésében, végrehajtásában.

Becslés alapján húzzák meg a vonalat a második papírcsík negyedéig.

Esetleg egy tanuló bemutatja a kétszeres felezést: a negyed a félnek a fele. Ha nincs szükség segítségre, akkor az elvégzett hajtogatás után mondja el valaki, hogy miképpen negyedelte meg az adott hosszúságot.

Az első négy törtrész egymáshoz való viszonya segíthet a becslésben, és a megfelelő ellenőrzés erősíti a viszonyuk átlátását.

A diktált törtrészeket sorra megbecslik, majd hajtogatással ellenőrzik.

A hajtogatás elvégzése erősíti, tudatosítja a gyerekekben a harmad és a hatod kapcsolatát: a harmadrésznek fele a hatodrés.

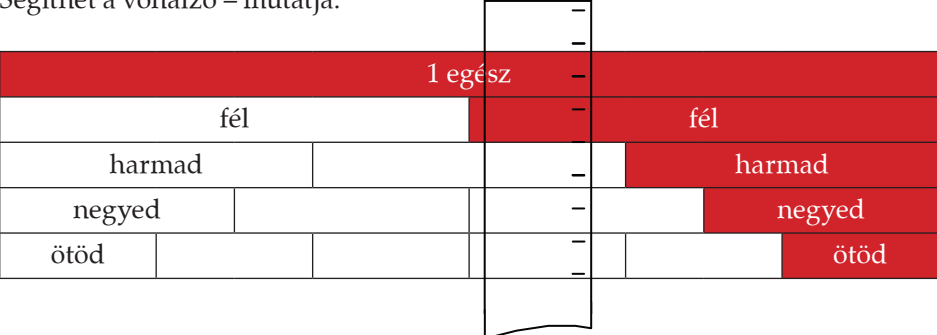
Mintakövetéssel megtanulják a papírcsík öt – közelítőleg egyenlő – részre hajtását.

Mіндеgyik csíkon rendre felírják a jelölt tört nevét.

Az eddigi tapasztalatokat újra megfogalmazzák: melyik törtrész nagyobb, melyik kisebb, melyik hányszorosa, hányadrésze a másiknak.

A rövidebb papírcsíkokon a fentihez hasonlóan elvégzik a becsléseket, aztán az ellenőrzést a szomszéd papírcsíkján végzik el újra.

<p>A munka végeztével kéri, hogy a csíkok nézése nélkül próbáljanak megfogalmazni olyan megállapításokat, amik mind a hosszabb, mind a rövidebb csíkok esetén igaznak bizonyultak. Szükség szerint rákérdezhet egyes viszonyokra. Pl. mit mondhatunk az út feléről és harmadáról: melyik a hosszabb? Hasonlítsuk össze gondolatban az út felét és negyedét...!</p>	<p>Megpróbálnak felidézni a két esetben egyaránt megélt tapasztalatokat, s ezeket – konkrétan az utak törtrészeire vonatkoztatva – megfogalmazzák.</p>
<p>3. Az egységtörteket kifejező szókérték sorbarendezése; újabb becslés szerint való elhelyezése a sorban <i>Szervezés:</i> Magának előkészíti a 3/B kártyákat. „Rendezzék ezeket a szavakat sorba a szerint, hogy melyik jelölte a legkisebb törtrészt, melyik nagyobbat..., melyik a legnagyobb! Akinek szüksége van rá, nézze meg a csíkokon!” „Van még néhány kártyám. Elképzelés szerint el tudjátok-e helyezni ezeket is a sorban?” – Egyenként mutatja, és teteti fel a táblára a következő törtes kártyákat: – harmincketted – tized – kilenced – tizenegyed – tizenegyed – tizenötöd – huszonötöd – heted</p>	<p>Jelentkező tanulók – egymást váltva – elrendezik az egységtörteket kifejező kártyákat az értékük növekvő sorrendjében.</p> <p>Egy-egy tanuló beilleszti a sorba a kártyát először indoklás nélkül, aztán – amikor a többi tanuló is döntött (elfogadja, vagy vitatja a társuk döntését) – indokolja, hogy szerinte miért ott a helye. – Pl. a harmincketted kisebb még a tizenhatodnál is, mert ha a tizenhatodokat még megfelezzük, azzal osztottuk fel az egészet 32 egyenlő részre. – A tized nagyobb, mint a tizenketted, mert ha 10 egyenlő lépéssel tesszük meg az egész utat, akkor nagyobbak a lépések, mint amikor 12 egyenlő lépéssel mentünk végig.</p> <p>Esetleg azt is meg tudják fogalmazni, hogy egy új törtrészt hogyan kapnak egy korábban előállítottból (pl. a kilencedet a harmadból, vagy a tizedet az ötödből), de a döntéshez most az is elég, ha átlátják, hogy ha több egyenlő részre osztanak fel egy adott hosszúságot, akkor kisebb részek keletkeznek. Jó, ha ez a megállapítás sokszor elhangzik, és fontos, hogy mindenki jól megértse a megállapítás általános tartalmát.</p>

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>4. Házi feladat: egységtörtek összehasonlítása törtes mozaikon Annak felismerése után, hogy a részek számának növelésével a nagyságuk csökkenése jár együtt, felteszi az írásvetítőre a 4/A melléklet törtes mozaikját, és előveteti a „Feladatlapok” hátsó belső borítóját. „Keressétek meg a képen azokat a törteket, amelyeket ti is előállítottatok! Olvasatok a mozaikról többféle összefüggést: melyik kisebb, melyik nagyobb, melyik hányszorosa egy másiknak, melyik kisebb a félnél, melyik nagyobb... Segíthet a vonalzó – mutatja:</p>  <p>Pl. a fél kétszerese a negyednek, mert két negyed ugyanakkora, mint a fél. Írjátok a füzetbe, amit leolvastatok. Mindenki maga döntheti el, hányféle megállapítást jegyez le.”</p>	<p>Megnézik a törtes mozaikot a „Feladatlapok” belső borítóján, megkeresik az órán előállítottakat. Feljegyzik a házi feladatot.</p>

2. óra

<p>5. A házi feladat ellenőrzése Felszólít egy tanulót, aki felolvassa megállapításait, és a kivetített törtes mozaikon be is mutatja azokat. Indoklásokat, bemutatásokat is kér. Felmutat egy papírcsíkot, amelyet előzetesen hajtogatással felosztott öt egyenlő hosszú részre. „Meghajtogattam ezt a csíkot. Mekkora része ennek az egész hosszúságnak az egy rész?” „Ha ez a csík 1 km lenne, mekkora lenne benne egy rész?” „Ha ez a csík 1 m lenne, mekkora lenne benne egy rész?” „Ha ez a csík 1 cm lenne, mekkora lenne benne egy rész?” „Ha ez a csík az 1 lenne, mekkora lenne benne egy rész?” „Szeretném ugyanezen a csíkon előállítani a tizedet. Segítsetek!”</p> <p>(A táblára ragasztja a 10 egyenlő részre hajtogatott csíkot kinyitva, a 7. lépés előkészítéséhez.)</p>	<p>A többiek jelezhetik saját munkájukban a felolvasottakat. Ezt vállalkozó tanulók kiegészítik saját feljegyzéseik alapján.</p> <p>Ez az egész ötödrésze. Ötöd kilométer. Másképpen 200 m. Ötöd méter. Azaz 20 cm. Ötöd cm, vagyis 2 mm. Akkor egy rész az ötöd lenne. Aki felismerte, hogy a tized fele az ötödnek (illetve, hogy most éppen kétszer annyi részre kell felosztani a hosszúságot, mint az előbb), az az öt részre hajtogatott csíkot újra kettéhajtva elő tudja állítani a tizedeket. Megszámlálva a részeket a kinyitott csíkon, megállapítják, hogy valóban 10 egyenlő részre osztották a hosszúságot, egy rész tehát az egész tizedét teszi ki. Ha az egész csík értéke 1, akkor egy kis rész értéke tized.</p>
--	--

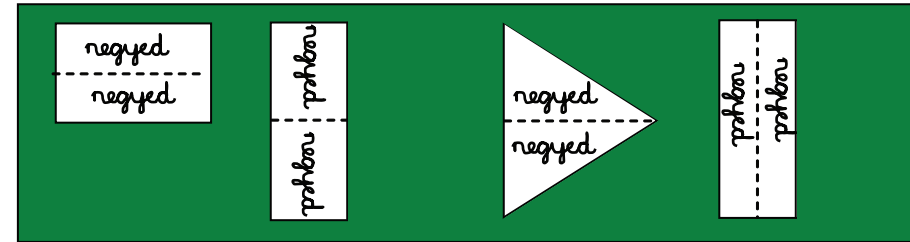
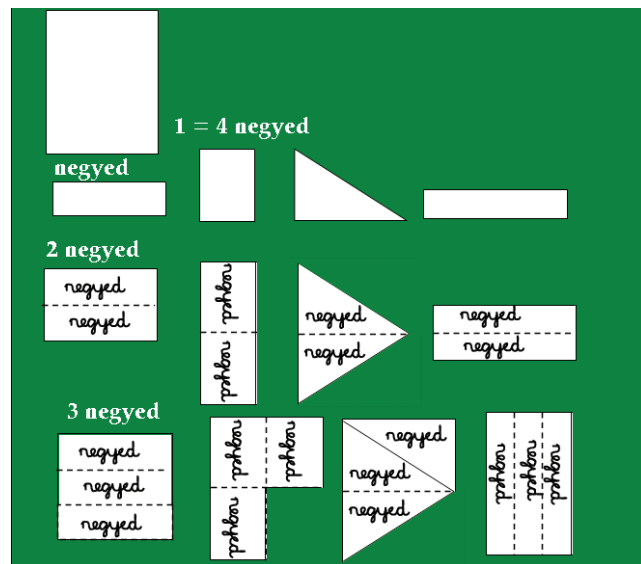
A 2 negyed területű lap néhány példáját is felteszi a táblára, eléjük írva a „2 negyed” kifejezést.

„Most 3 negyed területű lapokat szeretnék látni!”
Ezek közül is feltesz a táblára néhányat a „3 negyed” kifejezés alá.

„Mutassatok 4 negyed területű lapot!”

A megoldás után az egész írólap mellé felírja: **1 = 4 negyed**

A tábla képe így alakul:



A felmutatott lapon kétszer szerepel a „negyed” szó.
(Felismerhetik és ki is mondhatják, hogy ez a 2 negyed éppen a lap fele. 2 negyed ugyanakkora, mint a fél.)

A hátrahajtott két rész közül visszanyitják az egyik részt. Így már 3-szor szerepel a látható felületen a „negyed” szó. (A második hajtás-típusnál egy hajtvonal mentén be kell vágni a lapot!)
A teljes írólapot kell felmutatniuk.

<p>„Most csoportokban folytassátok a munkát! A második és a harmadik írólapot egyformán úgy hajtogassátok meg, hogy nyolcad területű lapot tudjatok felmutatni!” Biztassuk a gyerekeket, hogy próbálják egy-egy csoportban többféleképpen meghajtani a lapot, de ügyeljenek a minél pontosabb hajtogatásra! Mindegyik részre írassuk fel a „nyolcad” szót! Ez után az előző menet szerint hajtogassanak a gyerekek 2 nyolcad, 3 nyolcad, 4 nyolcad, 5 nyolcad, 6 nyolcad, 7 nyolcad területű lapokat. (A mondott területű lapot mindenki mutassa fel egymásnak és a tanítónak is, közülük egyet ragasszanak fel a készülő táblóra csoportonként!) Az elkészült táblókat végignézi a gyerekekkel együtt, közösen kiválaszthatják a legszebben sikerültet, s ezt felhelyezhetik az osztály falára.</p>	<p>Csoportonként kapnak egy (lehetőleg sötétebb színű) csomagolópapírt, erre fognak felragasztani egy-egy lapot a különféle számoknak megfelelően.</p> <p>Most is többféle megoldás születhet.</p> <p>Egy számnak megfelelő területű lapot csak egy tanuló ragaszt fel a csoportban a csomagolópapírra, fölé írva a megfelelő szám nevét. Egy – akár hajtogatás nélküli – írólapot is elhelyeznek, amely mellé felírják a tapasztalatnak megfelelően, hogy $1 = 8$ nyolcad.</p>
<p>7. Egységtörtek többszöröseinek előállítására hosszúságméréshez kapcsolódva. Törtalakú számok között az 1 egész és 1-nél nagyobbak is. <i>Szervezés:</i> A táblán hagyott 10 részre hajtogatott papírcsíkra és a színesrúd-készletekre lesz szükség. „Egy úton – mutat a táblán hagyott papírcsíkra – elindult a vándor. Megtette az út 3 tizedrészét, és ott egy fa alatt megpihent. Hol lehetett az első pihenője?” „Pihenés után ismét útra kelt, és megtette az egész út 5 tizedét. Akkor egy gémeskúthoz érkezett, ahol ismét pihenőt tartott. Hol volt a második pihenőhely?” „Az útnak mekkora törtrésze volt még hátra ezután?” „A színesrúd-készlettel dolgozunk tovább. Legyen a teljes út hossza a narancssárga rúd! Játsszuk el így is az előbbi történetet! Melyik rúd hossza lesz így az út tizede?” „Tegyem meg a vándor először 3 tized hosszúságú utat!” Ha 3 darab fehér rudat tettek ki egymás mellé, kérjük meg, hogy egy rúddal helyettesítsék ezt a hosszúságot, hogy lássuk, mekkora utat tett meg a vándor egyváltában, pihenő nélkül. „Innen folytatva tegye meg a vándor másodszor az út 5 tizedét!” „Az egész útnak mekkora törtrésze van még hátra?” „Igen ám, de a vándor nagyon elgondolkodott út közben, és azon vette magát észre, hogy a második pihenő után még az egész út 4 tizedét tette meg. Meddig juthatott?”</p>	<p>Megmutatja egy tanuló, hogy meddig tart a csík bal szélétől a teljes hosszúság 3 tizedrésze. Fölé fel is rajzolhat egy fát.</p> <p>Bejelölhetik a második helyet; gémeskúttal. Leolvashatják, hogy a teljes út 2 tizede van még hátra.</p> <p>Felmutatják a fehér kiskockát. Indokolják is: 10 kiskocka hossza ugyanakkora, mint a narancssárgáé. Kirakhatnak egymáshoz toldva 3 kis kockát, de – az elmúlt évi tapasztalatok alapján – tehetnek egyszerre egy világoskékkel is. (Ha 3 darabban tették ki, ezt váltsák be 1 világoskékkel!)</p> <p>A citromsárga rúd felel meg az 5 tizednek. Szükség szerint tegyék előbb 5 darabbal, aztán váltsák be egy rúddal! Kimérhetik tizedeket képviselő fehérekkel, vagy a rózsaszín rudat toldva a két rúdhoz, megállapítják, hogy az útnak még a 2 tized része van hátra.</p> <p>Kikeresik a 4 tizedet érő piros rudat, s azt illesztik a citromsárga után a rózsaszín helyett. Megállapítják, hogy túlmént a célon: az egész út 2 tizedével.</p>

„Mekkora utat tett meg szegény vándor szórakozottságában?”

„Legyen most a zöld rúd hossza az egység. Rakjátok ki csupa egyenlő hosszú rudakkal; ezeknek már jól ismeritek az értéküket!”

„Keressd meg azt a rudat, amelyik most 3 negyedet ér! Rejtsd el, majd egyszerre fogjátok felmutatni!”

„Keressétek meg a következő hosszúságú rudakat, és sorban tegyétek egymás alá” – fel is írja a táblára a számok nevét:

2 harmad

3 harmad

4 harmad

A három megoldást ellenőrzik: kirakással igazolva.

Hasonlóan egyszerre ellenőrzik majd az 5 hatod, 2 hatod, 4 hatod, 8 hatod, 3 hatod és 6 hatod megjelenítését.

Spontán megnyilatkozás hiányában rákérdez, hogy minek neveztük az előbb a piros rudat, a bordót, a barnát, a zöldet. *(A megállapítások még nem általános igazságokról szólnak, hanem az adott egységválasztáshoz tartozó megfigyelésekről!)*

Az út 12 tizedét tette meg. De ha még vissza is ment oda, ahova menni akart, akkor ezt a többlet 2 tizedet még egyszer meg kellett tennie. Így összesen az út 14 tizedét tette meg. – Rudakkal kirakva mutatják meg az elmondottakat.

Kirakják a zöld rudat egyenlő hosszú rudakkal, és megnevezik rendre az értéküket.

A sötétkék rudat mutatják fel. Egy tanuló igazolja, hogy ennek hossza 3 negyede: hiszen a negyedet a világoskék képviseli.

Bordó

Zöld

Barna

5 hatod – narancssárga

2 hatod – piros

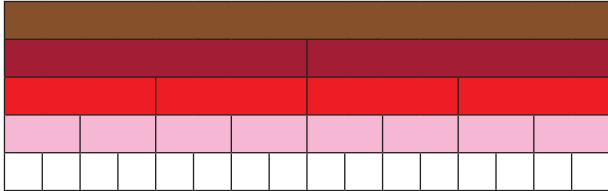
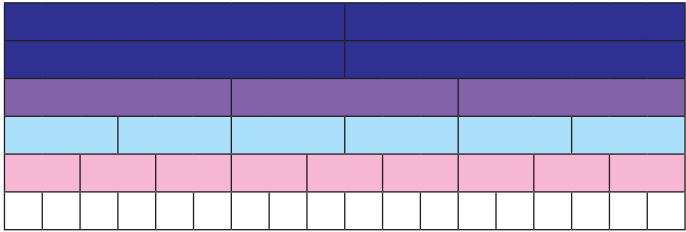
4 hatod – bordó

8 hatod – barna

3 hatod – lila

6 hatod – zöld

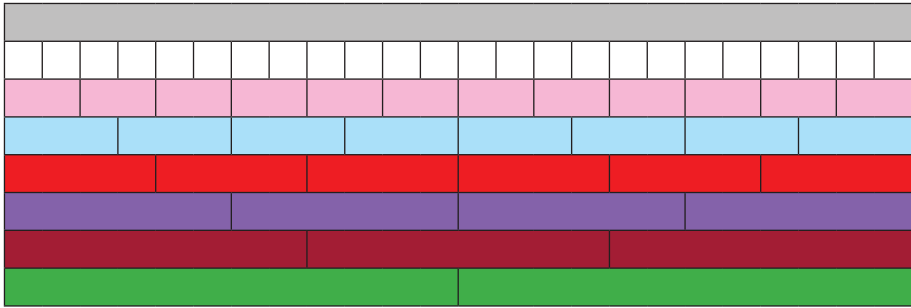
Felismerhetik és megbeszélik, hogy a 2 hatod ugyanaz a hosszúság, mint az 1 harmad, a 4 hatod a 2 harmaddal egyenlő hosszúságú, a 8 hatod és a 4 harmad egyenlő, és az egész kaphatja a 3 harmad és a 6 hatod nevet is.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>8. Törtszámok hozzárendelése adott hosszúságokhoz alkalmanként megválasztott egység esetén: mérés egységtörtekkel. Egy tört többféle neve. „Válasszuk hosszúságmérő egységnek a barna rudat! Rakjátok ki egyenlő hosszúságú rudakkal!”</p> <p>„Olvassátok le a kirakott rudak értékét!”</p> <p>„Hagyjátok magatok előtt a kirakást, ezekhez mérhetitek a többi rudat. Vegyetek kezetekbe egy világoskék rudat, és illesszétek hozzá egy olyan sorhoz, aminek a segítségével kifejezhetitek ennek a rúdnek az értékét!” Lehet, hogy valaki azt is észreveszi, hogy 1 nyolcad + 1 tizenhatod összegként, vagy 1 negyed – 1 tizenhatod különbségként... is megadható a világoskék hossza, de ha ezt nem hozzák maguktól a gyerekek, akkor ne sietessük az ilyen összetett alakot!</p>	<p>Kirakják a barna rudat egyenlő hosszú rudakkal:</p>  <p>Leolvassák sorra: a bordó felet ér, a piros negyedét, a rózsaszínű nyolcadot, a fehér tizenhatodot.</p> <p>A világoskékét most csak a fehérekkel tudják megmérni: 3 tizenhatodot ér.</p>
<p>A megállapítást be is mutattatjuk.</p> <p>„Mennyit ér most a lila rúd hossza?”</p> <p>„Mennyit ér a narancssárga rúd hossza?”</p> <p>„Mi a zöld rúd értéke?” „A fél értékű bordó rudat melyik törttel tudjuk még megmérni?” „Mérjük meg a pirosat is többféle kisebb törttel!” „Másodszor legyen a mérőegység a két sötétkék rúd együttes hossza!” – mutatja. Ezt is szőnyegezétek azonos színű rudakkal, és állapítsátok meg, hogy a kirakásban szereplő rudaknak mi az értéke!”</p>	<p>Bemutatja és magyarázza a felszólított tanuló: a fehér értéke 1 tizenhatod, a világoskék 3 fehér hosszúságú, ez tehát 3 tizenhatod. A lilát 3 rózsaszínnel, illetve 6 fehérrel tudják megmérni, tehát 3 nyolcad, illetve 6 tizenhatod az értéke. 5 rózsaszín rúd, illetve 10 fehér olyan hosszú, mint a narancssárga, tehát amikor a barna rúd hossza az 1, akkor a narancssárga hossza 5 nyolcad, vagy más néven 10 tizenhatod. 3 negyed, 6 nyolcad, 12 tizenhatod alakban olvashatják le a kirakásokról. A bordó rúd felet, 2 negyedét, 4 nyolcadot, 8 tizenhatodot ér. A negyed ugyanakkora, mint a 2 nyolcad és mint a 4 tizenhatod. Kirakják egymáshoz toldva a két sötétkék rudat, amit a sötétkék, lila, világoskék, rózsaszín és fehér rudakkal szőnyegezhetnek:</p> 

<p>„Keresem azt a rudat, amelyiknek most 2 harmad az értéke!”</p> <p>„Mérjétek meg a 2 harmad hosszúságú zöld rudat más törtekkel is!”</p> <p>„Keresem azt a rudat, amely 3 hatod hosszúságú.”</p> <p>„Mutassatok olyan hosszúságot – akár több rúd összetoldásával –, amelyik most 4 harmadot ér!”</p> <p>Az e téren előbbre járó tanulók alkothatnak külön csoportot, és szervezhetjük az ő munkájukat úgy, hogy sorra egymásnak jelölik ki a megméréndő rudakat: fejezzék ki a többiek annak hosszát többféleképpen. Eközben a nehezebben haladóknak intenzívebb segítséget adhat a tanító.</p>	<p>Leolvassák, hogy most a sötétkék értéke fél, a lila harmadot, a világoskék hatodot, a rózsaszín kilencedet, a fehér tizennyolcadot ér.</p> <p>Megkeresik a harmad hosszúságú lila rudat, ebből 2-t összeillesztenek, és kiválasztják az ilyen hosszú zöldet. El is mondják, hogyan találták meg a megfelelő hosszúságú rudat.</p> <p>Hozzámérve a többi sorhoz, megállapítják, hogy a 2 harmad, a 4 hatod, a 6 kilenced és a 12 tizennyolcad ugyanannak a hosszúságnak felel meg.</p> <p>Ez a sötétkék rúd, amelynek másik nevei a fél és a 9 tizennyolcad.</p> <p>Ez pl. 2 zöld rúddal jeleníthető meg. Megállapíthatják, hogy ez hosszabb az egésznél, mégpedig 1 harmaddal, a lila rúd hosszával.</p>
<p>9. a) Különféle síkidomok területének egységül választása; jelölt részek területének megállapítása (törtszám hozzárendelése).</p> <p><i>Szervezés:</i> Az 1. feladatlap előkészítése; az első két rajz kivetítése.</p> <p>Értelmezés után önálló munkát enged, és szükség szerint segít.</p> <p>Csak akkor tér vissza a feladat megoldásának közös ellenőrzésére, ha több gyereknek okoz még nehézséget az egységtörtek többszörösének leolvasása, illetve megjelenítése.</p>	<p>Az 1. feladatlapot előkészítik, és a kivetített első (vagy szükség szerint az első két) kép segítségével közösen értelmezik a feladatot:</p> <p>Az első képen az egységnyi területű téglalap 6 egyenlő részre van felosztva. Egy rész területe most hatod, 1 hatod, tehát a két egyenlő rész területe együtt 2 hatod.</p> <p>Azt is lehet látni, hogy az egész 3 olyan egyenlő részre tagolható, amelynek területe a színes rész területével egyenlő, tehát mondhatjuk azt is, hogy 1 harmad a területe a színes téglalapnak.</p>
<p>b) Törtes dominó (5. melléklet)</p> <p>„Ismerkedjétek meg a dominólapokkal! Egy-egy lapon a jobb oldalon levő egész síkidom – négyszög, háromszög, körlap... – területe a területmérő egység. Olvassátok le először együtt az egyes ábrákról, hogy mekkora a színezett rész! Ha jól megvizsgáltátok, forgassátok le a lapokat, keverjétek össze, és kezdődhet a játék!”</p>	<p>Leolvassák a színezett részek területét.</p> <p>Kisorsolhatják, hogy ki kezdjen. Egyenként felvéve egy-egy lapot, ha a kitétthez bármelyik oldalon hozzá tudják illeszteni, akkor tehetik, ha nem, megtartják a lapot, míg újra sorra kerülnek.</p>

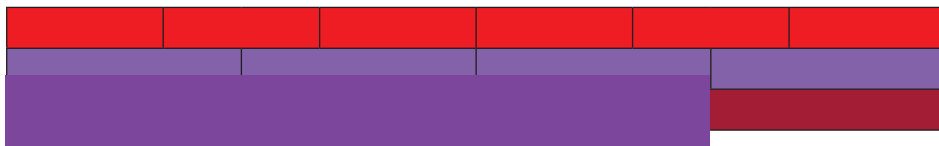
3. óra

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>10. Törtes dominó Bevezetőként újra játszatja a csoportokkal a törtes dominót az eredeti szabály szerint.</p> <p>Vállalkozó – e téren önállóbb – gyerekeknek új szabályt fogalmazhat: az lesz egy-egy rajznak a szám-párja, ami 1 egészre egészíti ki a színezett rész területét. Ez esetben előfordulhat, hogy elakad a játék; ekkor indítsanak új sort.</p>	<p>Lejátszanak csoportonként egy menetet a dominókészlettel, melynek során újra kell magukban értelmezniük az egységörtek többszöröseit.</p> <p>Külön csoportot alakhatnak azok a gyerekek, akik önállóbban értelmezik már ezeket a törteket.</p>
<p>11. Az egységörtek többszörösei nagyságának becslése; a becslés ellenőrzése <i>Szervezés:</i> 4 db kb. 40 cm-es papírcsíkot ad minden tanulónak. Színes ceruzát, vagy filctollat vetet elő. „Ma négy csiga halad az utakon. Ismét színes csíkot húz maga után. Hajtogatás, méregetés nélkül kell megbecsülnötök, hogy hova érnek az út bal szélétől! Az első csiga megtette az út 2 harmad részét. Húzzátok a vonalat!” Ellenőrzést kér.</p> <p>Beszámoltatja a gyerekeket nemcsak arról, hogy mennyire jól sikerült a becslésük, hanem az ellenőrzés módját is megfogalmaztatja. Elvégezteti a szükséges módosítást, és a színes vonalra ráíratja a 2 harmad kifejezést. „A második csiga az út 3 negyedét tette meg. Rajzoljátok meg az útját! A csoportokban nézzétek meg egymás rajzát, és próbáljátok megállapítani, hogy kié lehet a legpontosabb!”</p> <p>Ellenőriztet, aztán ismét tudatosíttatja, megfogalmaztatja az ellenőrzés módját. „A harmadik csiga akkora utat tett meg, mint ennek az útnak a 3 kettő részé.” – mondja, és várja a gyerekek reakcióját.</p> <p>Javasoljuk, hogy „forduljon vissza” a csiga, ha még nem csúszott eleget. „A negyedik csiga az egész út 3 ötödéig ért el. Rajzoljátok!”</p> <p>Ellenőrzés, az ellenőrzés módjainak tudatosítása és hibajavítás.</p>	<p>Az első papírcsíkon az út 2 harmadáig próbálják húzni a vonalat. Ellenőrzésként kétféle gondolati utat követhetnek:</p> <ul style="list-style-type: none"> • megtehetik, hogy a tanult módon harmadolják a papírcsíkot, és vizsgálják a második hajtásvonalhoz képest mennyi az eltérése a jelölt útszakasz végének. • Aki felismeri, hogy a hátralevő szakasz az út harmada kell legyen, az a jelöletlen részt megpróbálhatja ráhajtogatni a jelölt 2 harmadnyi darabra. <p>Megrajzolás után megmutatják egymásnak munkájukat a csoporton belül, és próbálják eldönteni – még szintén becsléssel –, hogy kié lehet a legpontosabb. (A megbeszélés során tudatosíthatják magukban, hogy a 2 harmadnál ennek nagyobbak kell lennie, vagy azt, hogy a második félút feléig kellett eljutni...) Az ellenőrzés alapgondolatai az előzőhöz hasonló lehet. (Nem „jobb” az egyik a másiknál; érdemes mindkettőt kimondatni.) Ha felismerik, hogy így a teljes útnál nagyobb utat kellett megtennie, jelezhetik, hogy esetleg visszafordult a csiga, miután az út végére ért, vagy lecsúszott az útról. A vonalnak most végig kell érnie az egész csíkon, és visszafelé az út feléig kell visszaérnie. Az ellenőrzés most igen egyszerű: csak félbe kell hajtani a papírcsíkot. Megrajzolják becslés szerint. Összehasonlítják csoporton belül becsléseiket, tudatosítva, hogy az út felénél biztosan többet tett meg a csiga, hiszen kevesebb, csak 2 ötödrész van hátra. A tanult ötödölésen kívül megtehetik, hogy a hátralevő rész felével mérik meg a jelölt részt (valóban 3-szor ráfér-e).</p>

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>12. Két hosszúság összemérése: az egyiket egységnyinek választva, mennyit ér a másik, és fordítva <i>Szervezés:</i> A színesrúd-készletek előkészítése, és személyenként két-két papírcsík kiosztása: az egyik legyen 24 cm, a másik 18 cm hosszú. (A csíkok méretre vágásában most ne vegyenek részt a gyerekek!) „A hosszabb csík hosszát választom egységnyinek. Nevezzük el valahogyan ezt a hosszúságot!”</p>	<p>Különféle neveket választhatnak; lehetőleg olyan elnevezést fogadjanak el, ami nem emlékeztet egyik szabványos hosszúság mértékegységre sem. Pl. legyen a neve „long”.</p>
<p>„Arra vagyok kíváncsi, hogy hány „long” hosszú ez a rövidebb papírcsík!”</p> <p>Ha nem tudnak jól megbirkózni a nehéz feladattal, akkor javasoljuk, hogy rakják ki mindkét hosszúságot egyenlő hosszú színes rudakkal! Szükség szerint tovább segíti a munkát egy-egy lépéssel, kérdéssel. Ha sikerül jó módszert kitalálni, akkor hasonló gondolatmenettel tudatosíttatja a gyerekekben, amit végigjártak.</p> <p>Felteszi a fólián megjelenített rudakat a gyerekekéhez hasonlóan. (6/A melléklet) Milyen rudakkal tudtátok kirakni a hosszabb csíkot? „Amikor „longgal” mérünk, mennyit érnek a kirakott rudak?”</p>	<p>Próbálkozzanak a gyerekek úgy, hogy a csoportokban megvitatják ötleteiket.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pl. megpróbálhatják összehajtani valahány egyenlő részre mindkettőt. Ha ugyanannyi részre hajtják őket, továbbra sem tudják összehasonlítani kettőjüket számmal. • Lehet, hogy a hosszabbikból annyit hajtanak le, amekkorával az hosszabb a másiknál, s ezzel a darabbal próbálják megmérni mindkettőt. Így a hosszabbat 4, a rövidebbet 3 egyenlő darabra osztották • Megpróbálhatják a színes rudakat használni. <p>Ki tudják rakni a hosszabb csíkot 24 kis fehérrel, 12 rózsaszínnel, 8 világoskékkel, 6 pirossal, 4 lilával, 3 bordóval és 2 zölddel; a rövidebbet 18 fehérrel, 9 rózsaszínnel, 6 világoskékkel, 3 lilával és 2 sötétkékkel.</p>  <p>Felsorolják a rudakat. Elmondják, hogy a zöld fél „long” hosszúságú, a bordó harmad, a lila negyed, a piros hatod, a világoskék nyolcad, a rózsaszín tizenkettő és a fehér huszonnegyed long hosszú.</p>

„Melyik rúddal tudtátok kirakni a rövidebb papírcsíkot is?”

„Hány long hosszú most a lila?” – mutatja ismét a fenti kirakást. Hozzáilleszti a rövidebb, sötétlila csíkot a lila sorhoz,

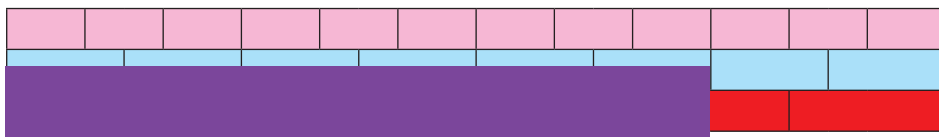


és kéri, hogy olvassák le, hány negyed longnyi a rövidebb csík.

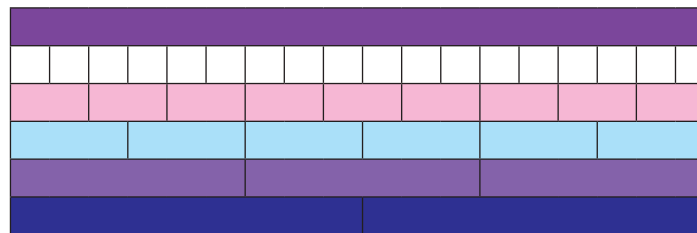
„Milyen rúddal tudtátok még kirakni a rövidebb csíkot is, amivel a hosszabbat is kiraktátok?”

Ismét a felső kirakásra mutatva kérdezi meg a világoskék hosszát.

A világoskék sorhoz illeszti a rövidebb, világosabb szürke csíkot, így kérdezi: hány nyolcad long hosszú a rövidebb csík.



„Le tudjátok-e olvasni másképpen is a rövidebb csík hosszát longban kifejezve?”
(Csak akkor kérjen újabb leolvasást, ha láthatóan megértették a korábbi lépéseket. Ellenkező esetben elégedjünk meg a kétféle leolvasással.)



Kiválasztják azokat a sorokat, amilyen színű rudak a másik kirakásban is szerepeltek: fehér, rózsaszín, világoskék, lila.

A lila negyed long hosszúságú,

...tehát a rövidebb csík 3 negyed long hosszú.

A világoskéssel.

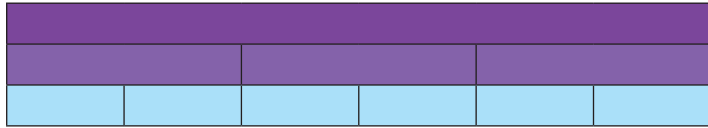
Ez nyolcad long hosszúságú.

A gyerekek is a fenti kirakásban a világoskék sorhoz mérik a rövidebb csíkot, így olvassák le, hogy ez 6 nyolcad long hosszú.

„Most mindkét szőnyegezésből csak két sort hagyjatok meg: a lila és a világoskék sort! – Maga is lecseréli a 6/A mellékletet a 6/B-re.

Válasszuk a hosszúságmérés egységének a rövidebb csík hosszát. Minek nevezzük el ezt a hosszúságot?”

„Hány lill hosszú most egy lila rúd?”



„Olvassátok le így is a hosszabb papírcsík hosszúságát!”

13. Egységtörtek többszöröseinek előállítására térfigatméréshez kapcsolódva

Szervezés: A színesrúd-készletre lesz szükség továbbra is. Csoportos munkát kezdeményez.

„Arózsaszín rudakkal építünk téglatesteket. Kíváncsi vagyok, miféle téglatesteket lehet építeni 6 rózsaszín rúdból. Ha a csoport már nem tud többfélét építeni, akkor mindegyik téglatestet építsétek meg más egyszínű rudakkal is!”

A tanító kérje a gyerekeket, hogy csak akkor különböztessenek meg egymástól két testet, ha nem egybevágók. Ha egybevágók, akkor is tekintsék ugyanolyannak, ha benne más irányban helyezkednek el a rudak.

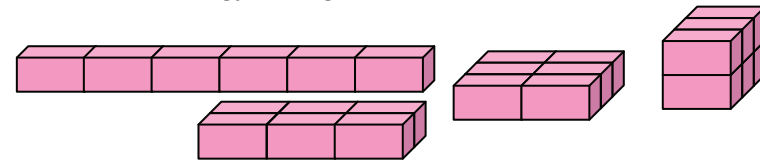
Csak a két-két sort hagyják maguk előtt.

Újabb nevet találnak ki. Pl. legyen a hosszúság neve „lill”.

A lila harmad „lill” hosszú, a világoskék hatod „lill”.

A hosszú csík 4 harmad „lill” hosszú, más néven 8 hatod „lill”.

A csoportban mindenki 6 rózsaszín rúdat választ, és – egymás munkáját figyelve – más-más téglatesteket próbálnak alkotni. Munka közben megbeszélés, vita folyhat arról, hogy két megalkotott téglatest különböző-e. Többféleképpen vélekedhetnek erről. Legyen közös megállapodás kérdése, hogy most az egybevágókat nem különböztetjük meg akkor sem, ha bennük az építőelemek másképpen helyezkednek el, vagy ha másképpen áll maga az építmény. Ebben az értelemben csak négyféle téglatest készülhet:



Ezt követően mindegyik téglatestet többféleképpen megalkotják csupa azonos színű rudakból. Mind a négy felépülhet fehér kiskockákból, világoskék rudakból, kettő megalkotható piros rudakból és kettő lilákból (Az első természetesen egyetlen zöld rúdból is.)

Az alkotások elkészülte után megfogalmaztatja a gyerekekkel, hogy miféle alkotásokat tudtak létrehozni: hányféle téglatestet, melyiket hányféle színben. A téglatestek „jellemzésére” természetesen adódhat az élhosszak megadása.

„Mi a közös ebben az összes téglatestben?”

„Mit értünk azon, hogy mindegyiküknek ugyanakkora a térfogata?”

„Hány egységnyi a térfogatuk, ha a térfogatomérő egység a rózsaszín rúd térfogata?”

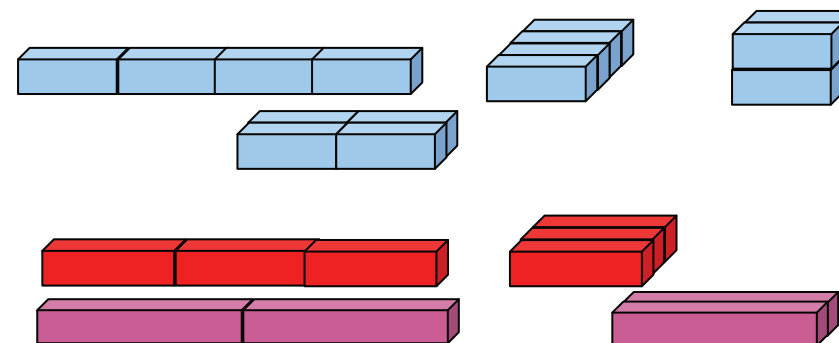
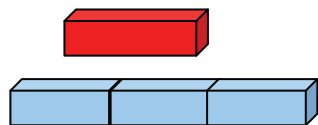
„Ha a kis kocka térfogatát választjuk 1-nek?”

„Válasszuk most térfogategységnek egy ilyen megépített téglatest térfogatát!

– Felmutatja az egyik téglatestet. – Hány egységnyi a térfogata most ennek?”

– felmutat közülük egyet-egyét, s ezekről is elmondhatja, hogy ezeknek most mindnek 1 egységnyi a térfogata.

„Most én fogok felmutatni testeket. Állapítsátok meg, hogy mekkora ezeknek a térfogata!”



Sorolhatnak olyan tulajdonságokat is, amik minden téglatestre egyaránt igazak (lapok, élek, csúcsok száma, szemközi lapok egybevágósága, párhuzamossága, párhuzamos élek egyenlősége, az, hogy minden lapjuk téglalap, esetleg szimmetriájuk), aztán tudatosíthatják, hogy ezeknek közös tulajdonságuk, hogy ugyanakkora a térfogatuk.

Az által értelmezhetik a térfogat-egyenlőséget, hogy mindegyik ugyanannyi rózsaszín rúdból épült, 6-ból, vagy mindegyik ugyanannyi fehérből építhető: 12-ből.

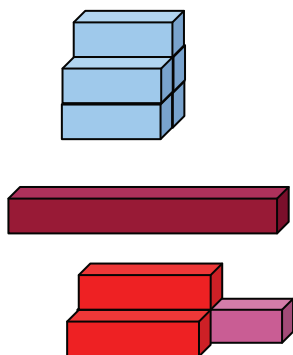
6 egységnyi.

12 egységnyi.

Tudatosodik a gyerekekben, hogy a mostani egységválasztás esetén mindegyik megépített téglatestnek 1 egységnyi a térfogata.

Ennek a térfogata 1 harmad egységnyi.

A világoskék rúd térfogata negyed, tehát a három világoskéből épülő téglatesté 3 negyed.



Ha az idő engedi, további építményeket is felmutat, és kéri térfogatuk megállapítását.

Ez nagyobb az egységnyi térfogatú téglatestnél. Térfogata 5 negyed.

A bordó rudat 2 pirossal lehet kirakni. Térfogata 2 harmad.

Mondhatják azt is, hogy egy fél, meg 2 harmad, de aki felismeri, hogy 7 rózsaszínnel tudja lemásolni, az azt is megállapíthatja, hogy 7 hatod a térfogata

14. A törtes jelölés bevezetése

Szervezés: Három nagy tábla csokit készít elő és három velük egyenlő nagyságú barna téglalapot. (Szükség szerint a csokit helyettesítheti három egyenlő nagyságú barna téglalap.)

„Szeretném ezeket a csokit elosztani köztetek.

Kiszólít két gyereket.

„Az első csokit széttöröm 3 egyenlő részre – meg is teszi –, és két részt adok belőle az első gyerekeknek, egyet a másodiknak.”

„Mekkora csokit kaptatok?”

A táblára teszi az első barna téglalapot, alá a 2 harmad részét, és emellé írja a szokott írásmóddal: „2 harmad”, és a téglalap harmad részét, mellé írja: „1 harmad”

Közlés: Megtanuljuk ezeknek a számoknak a rövidebb jelét. Azt mondtam, hogy 3 egyenlő részre töröm a csokit – ezt így jelölöm”:

(a 2 harmad szó mellé írja)

2 harmad $\frac{2}{3}$

És 2 részt adok belőle, ezt a vonal fölé írom:

2 harmad = $\frac{2}{3}$

Ezentúl szabad így írni, hogy 2 harmad.”

Hogyan írjuk le annak a számnak a nevét: 1 harmad?

(Leteteti a csokidarabokat, és újabb 2 gyereket szólít ki.)

A két kiszólított gyerek elveszi és felmutatja a csoki-darabokat. Megnevezik: 2 harmad tábla és 1 harmad tábla csokit.

A bemutatott minta alapján bizonyára le tudják írni: $\frac{1}{3}$

<p>„Ezt a csokit most 4 ugyanakkora részre töröm, és az egyik gyerekeknek 1 részt, a másiknak 3 részt adok belőle.” – Teszi is, amit mond. „Mekkora csokit kaptál? És te?” A táblára teszi a negyed és a 3 negyed barna téglalapot, és melléjük írja a szokásos módon a diktált két szám nevét. „Hogyan írhatjuk ezeket röviden?” A harmadik csokit 12 egyenlő részre törve kiosztja 12 gyerekeknek, és egy-egy résszel a kezükben különféleképpen kettéválasztja a csoportot. Leolvastatja, hogy az egyes csoportok mennyit kaptak, és felírja a táblára a számok új nevét. Füzetbe rajzoltat egy 12 részre osztott téglalapot, színezteti az 5 tizenketted részét, és mellé írja a törtszám nevét és új jelét. A színezetlen rész mellé is felírja a 7 tizenkettedet kétféleképpen. (A másik két csokit is továbbtördelve természetesen valóban szétoszthatja a gyerekek között – most már igazságosan.)</p>	<p>Megnevezik az 1 negyed és a 3 negyed tábla csokit. Egy-egy vállalkozó tanuló felírja az új jelekkel. Leolvassák a 3 tizenketted, 9 tizenketted, 5 tizenketted, 7 tizenketted... számokat, és felírják a táblára a tanult új jelöléssel. Lerajzolják a tábla csokit, színezik az 5 tizenkettedét, és felírják a számok nevét, jelét.</p>
<p>15. Házi feladat: A törtjelölés gyakorlása A második feladatlapot otthon oldjátok meg! A becslés után esetleg egy kivágott, adott területű téglalap hajtogatásával végezzétek el az ellenőrzést! A számok nevét kétféleképpen kell felírni: a szokott módon és a tanult jelöléssel. A második feladatban láttok példát a jelölésre.</p>	<p>Megnézik a feladatokat, és feljegyzik a teendőket.</p>

4. óra

<p>16. A házi feladatok ellenőrzése Az első feladat törtszámait felolvastatja és felírja a táblára jelekkel. A második feladat színezését a csoportokban egymás munkájának megtekintésével és megbeszélésével ellenőrizteti. Az $1/d$ feladatnál hívjuk fel a figyelmet, hogy itt is ugyanakkora téglalap területe az 1, mint a többinél: 1 „top”.</p>	<p>A csoportokban helyes azokkal a gyerekekkel magyaráztatni el a második feladat megoldását, akiknek nehezebben megy a törtszámok értelmezése. Ebben segítik őket a társaik. (A d feladatban 3 ketted „top” a terület.)</p>
--	---

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>17. Egységtörtek többszöröseinek előállítására ürtartalom méréshez kapcsolódva. Törtalakú számok között az 1-nél nagyobbak is.</p> <p><i>Szervezés:</i> Csoportonként ad egy-egy 1 literes (és egyező alakú) edényt, egy-egy 1 deciliteres poharat, egy-egy 2 deciliteres poharat, és csoportonként egy a többiekétől különböző ürtartalmú edényt. Legyen valamely csoportokban 1 literesnél nagyobb edény is.</p> <p>Vizet készítenek minden asztalra nagy tálban.</p> <p>Cédulát készíttet, amelyre majd az edények ürtartalmát jegyzi fel a csoportok.</p> <p>Felmutat egy literes edényt, megbecsülteti, mennyi folyadék fér bele. Szükség szerint a tanító közölheti, és bemutatja, hogy ugyanannyi fér bele, mint az 1 dm³ térfogatú kockába. Ebből – igazolás-ként – teletölti az edényt.</p> <p>„Most literekben mérjük az edények ürtartalmát. Ennek az edénynek az ürtartalma az egység: 1 liter. Állapítsátok meg a kapott poharakról és edényről, hogy literekben kifejezve mekkora az ürtartalmuk!”</p> <p>Figyeli, segíti a gyerekek munkáját, de lehetőleg rájuk hagyja az ötletek, mérési módszerek megvitatását.</p> <p>Ha előfordul, hogy a cédulára nem írják ki a mértékegység nevét vagy ennek rövidítését, akkor meg kell beszélni az egység jelölésének szükségességét.</p> <p>„Tudjátok-e, hogy latinul hogy mondják azt a szót, hogy „tized”?</p> <p>„Tized, ezt úgy mondjuk latin szóval, hogy „deci”. Ha szokásos módon nevezük meg a 6 tized literes edénynek az ürtartalmát (felmutat egy ilyen nagyságú edényt), azt úgy mondjuk, hogy 6 deciliter. Mekkora az ürtartalma a kis pohárnak? Mekkora a nagynak?”</p> <p>„Állítsuk sorba az edényeket itt az asztalon ürtartalmuk szerint növekvő sorrendbe! Tegyétek ki mindegyik elé az ürtartalmát kifejező cédulát is!</p>	<p>Csoportos munkára készülnek.</p> <p>A mindennapos gyakorlati életből szerzett tapasztalatok alapján várható, hogy ráismernek a kb. 1 literes méretre.</p> <p>Mínt hogy most csak 1-1 kisebb és nagyobb poharuk van, úgy tudják megállapítani az ürtartalmukat, hogy a pohárral telemerik a literes edényt, s megszámozzák, hány pohár víz teszi ki a litert.</p> <p>Megállapítják, hogy a kisebbikből 10 pohár tölti meg a literes edényt, tehát az ürtartalma tized liter.</p> <p>Hasonlóan megtölthetik a literes edényt 5 nagyobb pohárnyi vízzel, s megállapítják, hogy a nagyobb pohár ötöd literes. Azt is megtehetik (ha önálló ötletük van rá), hogy a kis pohárral töltik meg a nagyobbat, s így azt állapítják meg erről, hogy 2 tized literes.</p> <p>A két pohár ürtartalmának megállapítása után tizedliteres, illetve ötöd-literes pohárral tölthetik meg a kapott nagyobb edényt, és így állapítják meg ürtartalmát. Cédulákra írják a mérési eredményt.</p> <p>Ha kétféle pohárral is mérték, egy edényhez kétféle alakban is felkerül az edény ürtartalma. Pl. 6 tized liter = 3 ötöd liter.</p> <p>Lehet, hogy valaki fel tudja idézni a szót, akkor mondja ki ő.</p> <p>A kicsi 1 deciliteres, a nagy pohár pedig 2 deciliteres.</p> <p>Becslés alapján rendezik sorba az edényeket, hozzájuk társítva a mérőszámokat. Vita esetén áttöltéssel döntenek el, hogy melyik edény a kisebb, melyik nagyobb. Ez után az edényekkel együtt sorba rendezett mérőszámokat is leolvassák.</p> <p>Pl. 4 tized liter < 5 tized liter < 6 tized liter = 3 ötöd liter < ...</p> <p>Ugyanezt elmondják deciliteres mértékegység-használattal is.</p>

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>18. Űrtartalmak összemérése (Az egyik az egység, mennyit ér a másik, és fordítva.)</p> <p>Felmutat egy 6 deciliteres és egy 4 deciliteres edényt, aminek az űrtartalmát megmérték az előbb a gyerekek.</p> <p>„Hasonlítsuk össze most ezt a két edényt így: egységnyinek választom a nagyobb edény űrtartalmát, azt mondom, hogy ennek az űrtartalma 1 „nagy”. Hány „nagy” űrtartalmú a kisebb?”</p> <p><i>(Lehet, hogy a tanítónak vagy a gyerekeknek alkalmasabb elnevezés jut eszükbe. Pl. lehet az alkalmilag választott elnevezés az edény alakjával, színével vagy más külső tulajdonságával kapcsolatos, vagy választhatnak a gyerekek valami „értelmetlen” művésznevet. E szerint a „nagy” „kis” nevek helyett lehet az egyiknek a kék, a másiknak a zöld, az egyiknek a duci, a másiknak a hosszú, vagy a füles és a fületlen... is a megnevezésük.)</i></p> <p>Ötleteket vár, hogy miképpen tudnák ezt megállapítani.</p> <p>Tudatosítja a gyerekekben, hogy úgy tudták összehasonlítani a két edény űrtartalmát, hogy akkora poharakat hívtak segítségül, amellyel mindkét edény űrtartalmát tudták mérni.</p> <p>Felírhatja a táblára a törtszámokat a szokott és az új jelöléssel is (ügyelve arra, hogy az egység neve is oda legyen írva).</p> <p>„Válasszuk egységnek a kisebb edény űrtartalmát. Legyen a neve „kis”. Hány „kis” egységnyi ennek a nagy edénynek az űrtartalma?”</p> <p>Ezt a (két) törtszámot is felírhatja a táblára, a jelölés gyakorlása érdekében.</p>	<p>Ha nagy gyakorlatuk van már abban, hogy alkalmilag válasszanak egységet pl. a hosszúságmérésben (színes rudakkal), akkor sem könnyű egy másik mennyiség esetén változtatni a mértékegységet. Az előbb az egyik edényt 6 tized liternyinek, vagy 3 ötöd liternyinek mérték, a kisebbet 4 tized liternyinek, vagy 2 ötöd liternyinek, ez átmenetileg okozhat nehézséget.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ötlet lehet, hogy megpróbálják a kisebb edénnyel telemérni a nagyobbat, de kiderül, hogy a második mérítés nem fér bele. • Más ötlet, hogy a kis pohár nagyságát állapítják meg a nagy edény űrtartalmával kifejezve: ez hatod „nagy” egységnyi. Ezzel a hatod „nagy” egységgel kifejezve a kisebb edény űrtartalmát: az 4 hatod „nagy” egységnyi. • Ha a nagyobb pohár űrtartalmát fejezik ki a „nagy” egységgel, ez harmad „nagy” egységnyi, s ezzel mérve a kisebb edényt, ennek űrtartalma 2 harmad „nagy”. <p>Lehet, hogy újabb mérés nélkül is kimondják, hogy a kis pohár most negyedegységnyi: negyed „kis”, tehát a nagyobb edény 6 negyed „kis”. A nagyobb pohár most félegységnyi, azaz fél „kis”, tehát a nagyobb edény űrtartalma 3 ketted „kis”.</p>

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>19. Egyenlő törtek keresése, formai jegyek megfigyelése <i>Szervezés:</i> A törtes mozaikot készítetteti elő (a Feladatlapok hátsó borítójának külső oldala, Ak/21.) és a megfelelő írásvetítő fóliát (4. melléklet). Szükség lesz még az egyenes vonalzókra, és csoportonként egy csomagolópapírra. „Most egyenlő hosszúságú csíkokat, azaz egyenlő számokat keresünk a mozaikon. Csoportonként dolgozzatok együtt, olvassatok le egyenlő nagyságú számokat, és írjátok le őket egy sorba. = jelet is tehettek közéjük!”</p> <p>Figyeli, segíti a munkát, ahol szükséges. A formai összefüggésre nem hívja fel a figyelmet, érdemes megvárni, míg többen jelzik, hogy észrevettek valami érdekességet.</p> <p>Ellenőrzésként először a csomagolópapírokra írt egyenlőségeket nézik végig a gyerekekkel, hangosan leolvastatja, és az írásvetítő ábráján bemutatja az egyenlőségek fennállását. Ez után tudatosítja, hogy miféle formai megfigyelések vannak, megokolva, és papírhajtogatással szemléltetve az összefüggések magyarázatát.</p>	<p>Vonalzó segítségével keresnek a különféle egységtörtek és többszöröseik között egyenlőket. A leolvasott egyenlőségeket fel is jegyzik az új jelölést használva. Pl.:</p> $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \dots$ <p>Ha több tört esetén felismerik az egyenlő törtek közt található „szabályosságot”, előbb a csoporton belül megvitathatják, aztán a közös ellenőrzés során kerüljön sor az osztály előtti megfogalmazásra.</p> <p>A tudatosítást egy-egy papírcsík hajtogatásával kísérik; ezen értelmezik, magyarázzák a formai szabályosságot.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pl. a negyedeket úgy kapták, hogy a feleket megfelezték. Egy-egy félben tehát éppen 2 negyed van. • A felekből úgy kaphattak hatodokat, hogy mindegyik felet (együtt) megharmadolták. Ezért egy félben 3 hatod van. • A harmadokból is kaphatnak hatodokat, mégpedig úgy, hogy azt megfelezik. Egy-egy harmad tehát éppen 2 hatod. Ezért érthető, hogy pl. a 2 harmad = 4 hatod...
<p>20. Tötrésről következtetés az egészre <i>Szervezés:</i> Minden tanulónak 4 db kb. 80 cm-es papírcsíkot ad, mindegyiket egyformán meghajtva a kb. 35 cm-nél; ollóra, mérőszalagra, írószerre lesz szükség. „A következő feladatokban néha felhasználhatjátok az előbbi tapasztalatokat. Beszéljétek meg a csoportokban, és majd elmondhatjátok, hogy mely esetekben mire gondoltatok! Először azt árulom el, hogy ez a hosszúság – felmutatja a saját papírcsíkján a 35 cm-es darabot – az én mérőegységemnek a 2 harmadrésze. Írjátok is rá kétféleképpen a számot! Becsüljétek meg, hogy mekkora lehet a hosszúságmérő egységem!”</p> <p>„Becslés után próbáljátok minél pontosabban is kijelölni, mekkora az egység!”</p> <p>Ellenőrzéshez el is mondatja, hogyan állapították meg, mekkora az egység.</p>	<p>A kapott 80 cm-es papírcsíkon a mérőszalaggal kimérnek egy 35 cm-es darabot.</p> <p>Ráírják a 2 harmad nevét, jelét: $\frac{2}{3}$</p> <p>Megpróbálják kijelölni becsléssel az egységnyi hosszúságot; felmutatják, csoporton belül vitathatják.</p> <p>Ez után egyénileg, illetve a csoporttársakkal közösen meggondolják, hogyan kereshetik az 1 egységnyi hosszúságot. Ehhez azt kell tudatosítaniuk, hogy az 1 egységet 3 egyenlő részre osztották, amikor harmadokat állítottak elő, tehát az egész 3 harmadból áll. Ha tehát félbehajtják a 2 harmad hosszú csíkot, akkor megkapják a harmadot, s ezt a hosszúságot kell még hozzátoldani a 2 harmadhoz.</p>

<p>„A második papírcsíkon ez a hosszúság az új mérőegységemnek a 3 ketted része. Írjátok rá a számot! Most is becsüljétek meg először, mekkora lehet az egység, aztán állapítsátok meg pontosan is!</p> <p>Az ellenőrzés ismét a szavakkal megfogalmazott tudatosítással, és a tevékenység bemutatásával együtt történik.</p> <p>A következő csíkokon jelölt hosszúságok rendre egy-egy hosszúságegység 4 ötödrészt, illetve 3 hatodát jelentse. Az egység-keresés és ellenőrzése az előzőekhez hasonló menetben folyják!</p>	<p>Becslés során tudatosodik, hogy az egységnek a 3 kettedénél kisebbnek kell lennie. Utána ismét a tevékenységgel és megbeszéléssel összekapcsolt okoskodás következik. (Pl.: az egység csak 2 kettedből áll. A harmadik kettedet kell lehajtani, tehát ezt a darabot harmadolva, és a harmadrészt visszahajtva kapjuk az egész egységet.</p> <p>Beszámolnak arról is, hogy a 3 hatodról tudják, hogy ez egyenlő a féllel, ezért volt könnyű a dolguk ebben az esetben.</p>
<p>21. Házi feladat: Tötrésről következtetés az egészre; területek összemérése A harmadik feladatlapot oldjátok meg otthon! Az első feladatban területek méréséről lesz szó; szintén az 1 egységnyi nagyságot kell megkeresnetek. A második feladat nehéz; két területet kell összemérni: ha az egyik területe az 1, mekkora a másik, és fordítva! (Ennek megoldására külön nagyon kíváncsi lesztek!)</p>	

5. óra

<p>22. A házi feladatok ellenőrzése Kétféleképpen kéri a feladatok ismertetését.</p>	<p>A felszólított tanulónak első dolga a megkeresett egységből kiindulva bemutatni, hogy valóban a megadott mérőszám fejezi ki a színes síkidom területét. A második teendő annak elmagyarázása, hogy miképpen kereste meg az egységnyi területű síkidomot.</p>
<p>23. Törtek összehasonlítása; egyenlő törtek keresése hosszúságméréshez és területméréshez kapcsolva. Állandó különbségű sorozat kiegészítése a) Törtszámok összehasonlítása hosszúságméréshez kapcsolva Szervezés: Mindenkinek egy-egy 24 cm hosszú papírcsíkot ad. A színesrúd-készletre lesz szükség. „Szőnyegezzétek a kapott papírcsíkot csupa egyező színű rudakkal!” „Legyen a hosszúságmérő egység a papírcsík hossza! Melyik rúd hossza mennyit ér így?” „Mennyit ér most a sötétkék rúd hossza? Olvassátok le többféleképpen!”</p>	<p>A kapott hosszúságot egyenlő hosszú rudakkal rakják ki. Leolvassák a kirakott rudak hosszát: a zöld értéke fél, a bordóé harmad, a lila hosszúsága negyed egységnyi, a pirosé hatod, a világoskék rúd hossza nyolcad, a rózsaszín rúdé tizenketted, a fehéré pedig huszonegyed. A sötétkék 3 világoskékkel, illetve 9 fehérrel rakható ki, tehát 3 nyolcad, illetve 9 huszonegyed a hossza.</p>

„Keresem a 4 hatod hosszúságot. Ha megtaláltátok, olvassátok le többféleképpen ugyanezt a mérőszámot!”

„Olvassátok le a kirakásról több mindent: hasonlítsátok össze a törteket egymással!”

b) Összehasonlítás és sorbarendezés területméréshez kapcsolva

Szervezés: Kiosztja a csoportoknak a 7. melléklet kártyáit. Színes filctoll vagy vastag hegyű színes ceruza kell.

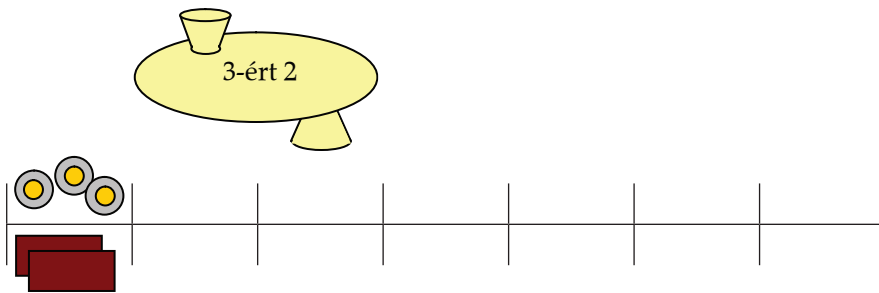
„Állítsátok a kártyákra írt törtszámokat nagyság szerint balról jobbra növekvő sorrendbe becslés szerint. Ha találtok egyenlő törtszámokat, azokat egymás alá rendeztétek el!”

„Gondolatotok ellenőrzéseként színezzétek a kártyákon szereplő, vastag vonallal bekeretezett téglalapoknak akkora törtrészét, amit a szám kifejez! Osszátok meg magatok között a lapokat, és beszéljétek meg egymással, hogy biztosan jól dolgozzatok!”

24. Számok törtrészének keresése; törtes gépek (függvényjáték: 3-ért ad 2-t)

Szervezés: Csoportonként 20-20 egyenlő nagyságú téglalapot oszt ki (11/a melléklet), és előveteti a játékpénzek közül a százasokat (Ak/23. vagy helyettük a számolókorongokat).

„Egy automata gép 3 db pénzerméért (3 százasért) 2 tábla csokit ad.” – Felrajzolja a „gépet” a táblára, és ráírja a szabályát: „3-ért 2”. Elkészíti a hozzá tartozó táblázatot, az információt kifejező rajzzal:



A piros sorban kimérhetik a 4 hatod hosszúságot: ez a barna rúd hossza. Ugyanezt kimérhetik harmadokkal (bordó rudakkal): 2 harmad, tizenkettővel: 8 tizenkettő és huszonnegyedekkel: 16 huszonnegyed.

Az összehasonlításokban nagyságrendet állapíthatnak meg, és kereshetik egy-egy törtszám többféle alakját. (Az esetleg már felismert formai összefüggés megerősödhet; ennek oka is leolvasható a kirakásról.)

Eddigi tapasztalataik szerint sorbarendezi a törtszámokat. Megvitathatják, hogyan gondolják, és a kialakított sorrendben feljegyzik a számokat a füzetükbe.

A kártyákat szétszítják maguk között. Mindenki megmutatja csoporttársainak, hogy mekkora részt fog színezni, s csak egyetértés esetén végzi el a színezést.

A színezés elvégzése után megállapítják, hogy helyesen rendezték-e sorba a törtszámokat nagyságuk szerint.

Ez után egyenként teszi fel a következő kérdéseket; eleinte rajzzal jelenítve meg a kérdéseket, rajzoltatva a válaszokat; később esetleg számjelekkel helyettesítve ezt.

– Mit dob ki a gép, ha 6 százás érmét dobunk be?

– Mit válaszol 15 érmére?

– Hány tábla csokit kapunk 36 érméért?

– Mennyit ad 27-ért?

– 10 tábla csokiért hány érmét dobjak be?

– És ha csak 8 tábla csokit akarok venni?

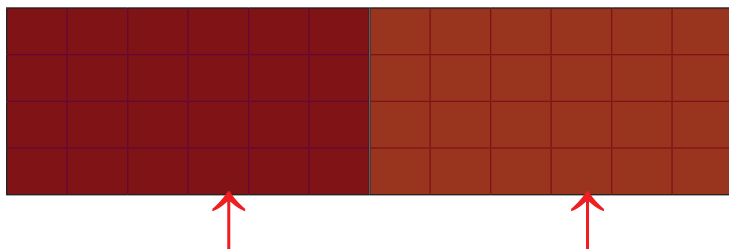
– Képzeljétek el, hogy ez a gép hajlandó elválni is a csokikat! Mit gondoltok, hogy 1 érméért a tábla csokinak mekkora törtrészét adhatja?

25. Egész számok osztása törtszám eredménnyel (a tört második értelmezésének alapozása)

Szervezés: Előveszi a saját 2 tábla csokiját (11/b melléklet) és a demonstrációs 100 forintos érméket.

Felteszi a 2 tábla „csokit” szorosan egymás mellé a táblára, és föléjük a 3 pénzérmét.

„Próbáljátok elrendezni a három érmét a 2 tábla csoki fölé úgy, hogy kb. ugyanannyi csoki jusson mindegyik százashoz!”



Ez a darab mekkora törtrésze az 1 tábla csokinak?

A választ követően lerajzoltatja a füzetbe az egymás mellé illesztett 2 egyenlő nagyságú téglalapot, bejelölteti a táblakép alapján a harmadolást jelző nyílakat, és közösen aláírják:

$$2/3 = \frac{2}{3}$$

Kirakják maguk elé a 6 „érmét”, ezeket hármas csoportokra bontva látják, hogy 2-szer 2, azaz 4 tábla csokit kapnak érte.

Ismét hármas csoportokra tagolják a 15 érmét, s mindegyik csoportért „adnak” 2 tábla csokit, így adják meg a választ: 10 tábla csoki.

12-szer 2 csokit (a 12-szer 3 érméért).

9-szer 2-t, 18-at.

Minden 2 tábláért 3-at, tehát 10-ért 15 érme kell.

12 érmét kell bedobnom.

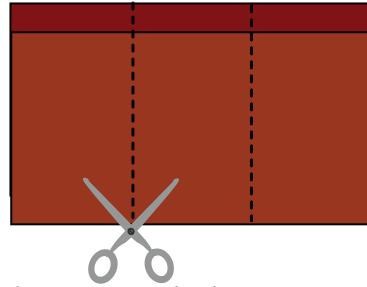
Próbálkozhatnak a válaszadással, magyarázat kereséssel. A „végleges” választ azonban csak a következő lépésben rögzítsék!

Egy tanuló a táblán, a többi a helyén előbb közelítéssel egyenletesen helyezi el az érméket a 2 tábla csoki fölé, aztán kijelölhetik pontosan is azokat a helyeket, ahol a gépnek vágnia kell. Most még segíthet a beosztás: 12 oszlopot kell harmadolniuk, így egy részbe 4 oszlopnyi csoki jut.

A 2 harmad része, azaz 2 harmad tábla.

Be is mutatják az 1 tábla csoki 3 egyenlő részre tagolásával és a harmadrész kétszerezésével.

„Ha a két csoki másféle ízesítésű, akkor persze jó lenne mindegyikből kapni mindenkinek! Én így vágnám szét a 2 tábla csokit. Egymás alá tenném a két táblát, és együtt harmadolnám őket – mutatja, a 11/B melléklet második téglalap-párját együtt hajtogatva, majd együtt vágva 3-3 egyenlő részre:



Mindkét tábla csokinak a harmadát kapja mind a három osztozkodó. Azaz egy tábla csokinak mekkora törtrésze jut egynek-egynek?”

(4-fős csoportokat szervez. Ha nem tudnak négyesével ülni valahol, lehet egy, kettő vagy három 5-fős társaság is.)

„Most a nálatok levő „csokival” próbáljátok eldönteni, hogy egy tábla csokinak mekkora törtrésze jut egy-egy gyereknek, ha 3 táblán osztozhattok!”

Megfigyeli, hogy melyik típusú osztozkodást választják inkább a gyerekek: azt, amikor egymáshoz toldhatják a téglalapokat, vagy azt, ha együtt negyedelik, ötödölik őket. *Ez jelzés lehet arra, hogy melyik szemléletet értik meg könnyebben, s később egy ideig érdemes e szemléletet erősíteni.*

26. A szög: az elfordulás nagyságát kifejező mennyiség; szögek törtrésze

Szervezés: Kis tűzoltóautó (vagy helyette hosszú „létrával” ellátott gyufásdoboz), és a 8. melléklettről nagy ív csomagolópapírra másolt „térképvázlat”. Kivágott nyilak (14 db). (9. melléklet, t/11.)

„Egy tűzoltóautó az állomáshelyéről szirénázva elrobogott a kigyulladt házhoz. Szerencsére hamar el tudták oltani a tüzet, és mindenkit kihoztak épségben a házból. Ez után egy másik úton tértek vissza az állomáshelyre. Megmutatom, hogy milyen utat járt be a tűzoltóautó.” – Felmutatja a nagy csomagolópapírra rajzolt utat, aztán leteszi a padlóra.

„Itt van a tűzoltóautó; járja végig az utat!”

„Elárulom, hogy a rajzon minden centiméter a valóságban 100 méter. Állapítsátok meg, hogy mekkora utat tett meg az autó ez alkalommal!”

„Arra vagyok még kíváncsi, hogy az indulástól a megérkezésig mennyit fordult a tűzoltóautó! Járassuk még egyszer végig az utat, és próbáljátok megfigyelni, hogy mennyit kellett összesen elfordulnia!”

Lerajzolják a táblán látható 2 egészet jelentő téglalapokat (2 tábla csokit); felosztják 3 egyenlő részre, és aláírják a tapasztalt összefüggést: a 2 egész harmada 2 harmad.

2 harmad tábla csoki.

Annyi felé osztják a 3 téglalapot, ahányan a csoportban vannak. Szét is osztják a darabokat, és egyénekenként megállapítják, hogy mindenki ugyanannyit kapott: mindenki 3 negyedrészt (illetve 3 ötödészt, ha öten osztozkodtak).

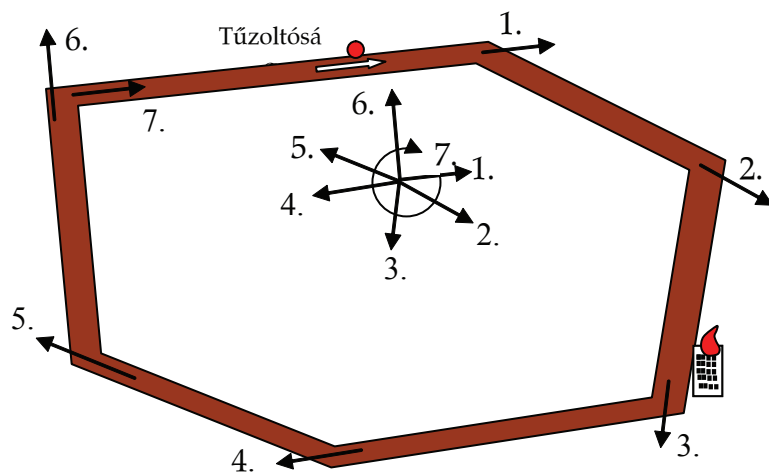
Körülállják a térképvázlatot, és kisautóval lejátsszák a történetet.

Megméri az egyenes szakaszok hosszát, ezeket összegezve megállapítják a valóságos út hosszúságát.

Újból végigjárta a kisautó, megfigyelik a fordulást. Ki is mondhatják becslésüket: éppen egyszer körbefordult az egész út alatt.

„Most ti legyetek a tűzoltóautók, az előre nyújtott karotok a létra! Nagyob-
bítsuk meg a számotokra a térképet! – Kijelölnek közösen az osztályban két
tárgyat a tűzoltóság épületének és a kigyulladt háznak, és meghatározzák az
útvonalat. – Járjátok végig az utat kinyújtott karral, és figyeljete a fordulatok
összes nagyságára!”

„Állítsunk őrtornyot a tűzoltóság épülete közelébe, és rögzítsük itt mindig,
hogymilyen irányba mutat a tűzoltó létra!” – hívja vissza a gyerekeket a földre
tett térképhez.

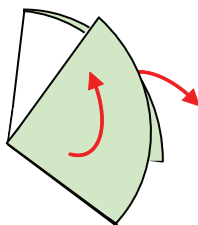


Helyükre küldve a gyerekeket, csukott szemmel elvégzett a teljes körül-
fordulást.

Felidézve az elmúlt évi tapasztalatokat, negyed, fél körülfordulást, három-
negyed körülfordulást végeztet jobbra és balra is nyújtott karral, nyitott, majd
csukott szemmel.

Harmad-fordulatot, 2 harmad fordulatot is próbáltat
végezni, párokba állítva a gyerekeket, hogy egymást
ellenőrizhessék.

Nagy körlapot (10. melléklet) egy sugár mentén bevágva
a gyerekek szeme láttára három egyenlő részre hajt úgy,
hogy a körlap egyik cikkét előre, másikat hátra hajtva vég-
zi a harmadolást:



Közösen kijelölik az objektumokat és az útvonalat, és végigjárják az autó útját.
Így saját mozgással élik át a teljes körülfordulást.

Egy gyerek mozgatja az autót, az útvonal „sarkainál” lassan végezve az el-
fordulást. Az útszakaszokon felvett irányt pedig egy-egy nyíl kihelyezésével,
illetve lerajzolásával rögzítik.

Mozgással újra átélik a teljes körülfordulást.

Csukott szemmel is körbefordulnak; tévedés esetén korrigálják a mozgást.

A tanító utasításait követve végzik az elfordulásokat nyitott, majd csukott
szemmel.

Párokba állnak, és figyelik egymás elfordulásait.

Megfigyelik a harmadolást.

Az elkészített eszközt (esetleg több példányát előre elkészítve) adja a gyerekek kezébe, hogy ellenőrizzék a harmad körülfordulásuk nagyságát.

Ez után a gyerekeket is kéri, hogy egy körzővel rajzolt körlapot – a középpontjáig egyenes vonal mentén bevágva – ők is próbáljanak harmadolni otthon, házi feladatként.

Megjegyezzük, hogy annak nincs fontossága, hogy körlappal végezzük a teljes szög harmadolását. Bármilyen szabálytalan alakú lapon is egyenes vonal mentén bevágva egy pontig megtehetjük ugyanezt a harmadolást. A körcikkek egymásra illeszkedése azonban könnyebben ellenőrizhető.

27. Házi feladat: A 4. feladatlapon több mindenre rá fogtok ismerni azok közül a töprengeni valók közül, amikkel ma foglalkoztunk. Nem könnyű feladatok! Kíváncsi vagyok, milyen ügyesen birkóztok meg velük!

6. óra

28. Szögmérés; adott méretű szögek előállítás; az óra törtrészei

A harmadolt körlapok megnézése, a harmadolás ellenőrzése után megpróbáltatja a gyerekekkel a teljes körülfordulást (az egységül választott szöget) 6 egyenlő fordulattal megtenni.

A mozgás ellenőrzéséhez tanácsot kér a gyerekektől.

A meghajtogatott és újra kinyitott körlapon a ceruza középpont körüli forgatásával járhatja be a hatod szögeket.

Testmozgással és a körlap hajtogatása után a ceruza forgatásával bejárta 2 hatod, 5 hatod, 6 hatod, 9 hatod, 4 hatod szögeket.

A fenti számokat felírhatja a táblára törtjelöléssel, aztán a hagyományos óra számlapján is elvégezteti egy-egy tanulóval a nekik megfelelő forgatásokat. Az első forgatást indítsa egy tanuló a 3-asról!

A fordulások elvégzése után megállapíttatja, hogy hány perc telik el 1 hatod óra alatt, aztán sorra az óra felírt törtrészeinek megfelelő percek számát is kiszámíttatja.

Fordulj felém...!

Ha az idő engedi, érdemes eljátszani adott elfordulások egyenlő részekre osztását becslésszerűen, testmozgással.

Az egyik gyerek pl. a tábla felé fordul (kinyújtott karral). A másik valahol elhelyezkedik a teremben, és kéri a társától, hogy „fordulj felém (pl. 4 vagy 2, vagy 3...) egyenlő fordulattal!” Ezzel tetszőleges szög felezését, harmadolását, negyedelését... élhetik meg saját mozgással.

A harmadolt körlapon megfelelnek a szöget (ügyelve arra, hogy az új hajtásvonal is a kör középpontján, azaz a szög csúcsán haladjon át). Kinyitva megszámozzák, hogy így valóban 6 egyenlő részre hajtották a körlapot, és ceruzájuk hat fordításával bejárják a 6 hatod szöget.

A diktált szögeknek megfelelő elfordulásokat elvégzik saját testforgással, körlap hajtogatását követő ceruza-forgatással is.

Egy-egy kiszólitott tanuló az óra nagymutatóját mindig továbbforgatja a következő számnak megfelelően.

Egy-egy felszólitott tanuló megállapítja, hogy az óra adott törtrészei hány percet jelentenek.

Párokban játsszák egy bemutatott játék után.

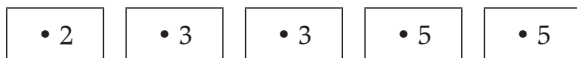
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>29. A tört mint két egész szám hányadosa. a) Először a házi feladat feladatlapján ellenőrzik az 1. feladat megoldását. Végignézik közösen a színezést: valóban 8 egyenlő részét színezték-e a 3 egész kerek sajtnak.</p> <p>Az ellenőrizni kívánt tanulóval elmondhatja, hogy mi volt a kisegerek gondja, és ő hogyan tudta igazságosan megosztani a három kerek sajtot.</p> <p>Végül megállapíttatja, hogy a 3-nak a nyolcadrésze 3 nyolcad.</p> <p>b) Törtrészből következtetés a felosztott egészek számára <i>Szervezés:</i> Csoportonként egy 2 m és egy 3 m hosszú papírcsíkot ad. A 2 méterest 5 egyenlő részre hajtogatva, a 3 méterest 4 egyenlő részre hajtva teszi elájuk. „Ne nyissátok szét a papírcsíkot! Elárulom, hogy ezt – mutatja a 2 méterest – 5 egyenlő részre hajtogattam, így jutott egy részre 2 ötöd méter. Írjátok rá a felső részre, hogy 2 ötöd méter! A másikat 4 egyenlő részre hajtottam, így jutott egy részre 3 negyed méter. Erre is írjátok rá, hogy 3 negyed méter!” Próbáljátok meg kigondolni, hogy milyen hosszú csíkokat hajtogattam!</p> <p>Figyeli, hallgatja a gyerekek gondolkodását, s a csoportokban felvetődő gondolatokat összegyűjtve a megoldások megszületése után közkinccsé teszi. (Bár a cm-ekre váltás éppúgy helyes gondolat, mint a többi, most inkább a többire helyeződjön a hangsúly!) A megbeszélés záruljon a kinyújtott papírcsíkok megméréseivel!</p>	<p>Egymás felé fordítva a megoldott feladatlapokat megnézik a színezéseket.</p> <p>A munkájáról számot adó tanuló elmondja a feladatot, és azt, hogy miképpen oldotta meg. Meg kell fogalmaznia, hogy pl. mindegyik sajtból 1-1 nyolcadrészt adott egy-egy kisegérnek, így jutott mindnek 3 nyolcad, vagy hogy megszámlolta a sajt szeleteket – amelyek egy-egy kerek sajtban a nyolcadrészt tették ki –, és a 24 szeletből tudott mindegyiknek 3-at adni.</p> <p>Az összehajtogatott papírcsíkokra ráírják a mondott adatokat: $\frac{2}{5} \text{ m } \frac{3}{4} \text{ m}$</p> <p>A csoporttagok együtt gondolkodhatnak, próbálhatnak kigondolni, hogy melyik papírcsík milyen hosszú lehet. – Pl. megpróbálhatnak 2-ötödönként továbblépegetni: 2 ötöd, 4 ötöd, 6 ötöd, 8 ötöd, 10 ötöd, illetve 3 negyedenként jutni el a negyedik darab végéig: 3 negyed, 6 negyed, 9 negyed, 12 negyed. – Lehet úgy is gondolkodni, hogy a 2 ötöd méterből előállítják az ötöd métert és az egyik ötöd métert is ötszörözik, a másikat is, s így jutnak el a két egész méterhez. Előállítják a negyed métert és a 3 darab negyed mindegyikéből 4-et hoznak össze 1-1 méterre, s így látják a 3 métert. – Előfordulhat, hogy a 2 ötöd métert, centiméterekben gondolják ki (vagy mérik meg), és így számolják össze az ötször 40 cm-t. Hasonlóan a 3 negyed méterről megállapítva, hogy az 75 cm, s ezt négyszerezve jutnak a 300 cm-hez. – Úgy is eredményre juthatnak, hogy tudják: az 1 egész méter ötöde az 1 ötöd, a 2 ötöd kétszer akkora hosszúság ötödrésze. Az 1 méter negyede a negyed méter, a háromszor ekkora hosszúság háromszor 1 méter negyedrésze.</p>

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység																																		
<p>30. Számok törtrészei a) A feladatlap második és harmadik feladatának ellenőrzése A második feladatban is szavakba önteti a gondolkodás módját a számítás eredményével együtt. <i>(Ennek a feladatnak az ismertetésére önként vállalkozó, illetve előbbre tartó tanulót célszerű felszólítani.)</i></p> <p>A harmadik feladat ellenőrzéséhez csak akkor kérjük valamelyik tanuló önálló beszámolóját, ha láthatóan sokan tudták helyesen megoldani. Ellenkező esetben szükség lehet a tanító irányítására. Ekkor lépésenként vezetheti a gondolkodást kérdéseivel:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Hány egyenlő részre tagolták a telket? – Mekkora részét akarják eladni a teleknek? – Mit gondoltok, miért nem írták ki a pénz nevét? <p>– Ha az egész telek ára 800 euró, akkor a nyolcad-teleké mennyi? – Mennyibe kerül ekkor a 3 nyolcad telek?</p> <p><i>Hasonlóan célszerű végigszámolni egyenként a különféle számok 3 nyolcadát, de még nem általánosíthatunk!</i> A helyes megoldásokat felírathatjuk az írásvetítőn kivetített feladatlapra helyezett fólián:</p> <table border="1" data-bbox="168 1125 1012 1260"> <tr> <td>Ha az egész telek ára:</td> <td>800</td> <td>400</td> <td>1200</td> <td>16</td> <td>24</td> <td>1</td> <td>64</td> </tr> <tr> <td>akkor a jelölt rész ára:</td> <td>300</td> <td>150</td> <td>450</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>$\frac{3}{8}$</td> <td>24</td> </tr> </table> <p>A táblázatban felismerhető összefüggésekre reagálhatnak a gyerekek öntevékenyen is; de néha érdemes gesztussal, mimikával (esetenként kimondott kérdés-sel is) kifejezni, hogy tovább lehet gondolkodni a tapasztaltakon.</p>	Ha az egész telek ára:	800	400	1200	16	24	1	64	akkor a jelölt rész ára:	300	150	450	6	9	$\frac{3}{8}$	24	<p>A második feladat megoldásához fel kell idézni azt a gondolatot, hogy ha a gép minden 3-ért 4-et ad, akkor azt kell tudni, hogy hány hármas csoportot „dobunk be” – ennyi négyes csoporttal válaszol a gép. Tehát pl. a 9-re, a háromszor 3-ra háromszor 4-et, 12-t ad válaszképpen, a 30-ra tízszer 4-et, 40-et... S ahányszor 4 a felelet, annyiszor 3 volt a bemenő adat. Ezért 80-at (20-szor 4-et) 60-ra ad feleletként.</p> <p>A megoldás tehát helyesen:</p> <table border="1" data-bbox="1137 502 1697 603"> <tr> <td>3</td> <td>9</td> <td>30</td> <td>15</td> <td>60</td> <td>120</td> <td>90</td> <td>24</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>12</td> <td>40</td> <td>20</td> <td>80</td> <td>160</td> <td>120</td> <td>32</td> <td>24</td> </tr> </table> <p>A telek 8 egyenlő részből áll. Az egész telek 3 nyolcadrészét akarják eladni. Azért, mert túlságosan kis számok szerepelnek egy telek árához képest; lehet, hogy ennyi százezer forintra, vagy ennyi millió forintra, esetleg euróra kell gondolni. Azért is jó, hogy nem mondja meg a feladat, hogy milyen pénzre gondoljunk, mert nagyon eltérő számok szerepelnek, s lehet az egyik adat százezer forintban, a másik száz euróban...</p> <p>100 euró. 300 euró</p> <p>Felismerhetik, hogy ha fele annyi az egész telek ára, akkor felébe kerül a megvásárolt 3 nyolcadrésze is. Ha megháromszorozódik az egész ára, megháromszorozódik a 3 nyolcadrésze is. Ha az egész telek ára két adott szám összege, akkor a 3 nyolcadrészüek összege adja az egész árának a 3 nyolcadrészét.</p>	3	9	30	15	60	120	90	24	18	4	12	40	20	80	160	120	32	24
Ha az egész telek ára:	800	400	1200	16	24	1	64																												
akkor a jelölt rész ára:	300	150	450	6	9	$\frac{3}{8}$	24																												
3	9	30	15	60	120	90	24	18																											
4	12	40	20	80	160	120	32	24																											

b) Számok képzése prímtényezőik szorzataként; az előállított számok törtrészeinek keresése

Szervezés: Csoportonként kiosztja a térbeli amőbát, és előkészítik a 12. melléklet lapjait, fóliáit.

„A harmadik feladatban szerepel több olyan szám, amelyhez eljuthatunk az 1-ből kiindulva ilyen változtató kártyák használatával:



Keressétek meg ezeket!”

„Próbáljátok megállapítani, hogy közülük a legnagyobb 450 hányszorosa a másik három számnak!”

A próbálkozások után felteszi a 12/a mellékletet az írásvetítőre, és a térbeli amőba játék 2 szintjén – letakarva a jobb oldali és a hátsó sort – elhelyezi a kezdő számokat a 12/a melléklet szerint. Előveteti a megfelelő csoportos tanulói mellékletet, és arra kéri a gyerekeket, hogy töltsék ki az üres helyeket!

Ellenőrzésként néhány helyre rámutat, és kérdezi, mi került oda, és hogyan számolták ki azt. Ez után felteszi a 12/b fóliát, és ezen ellenőrzik, hogy a 150-től valóban egy háromszorozással jutnak a 450-hez. Leolvastatja, hogy a 9-től két jobbra és egy fel-lépés vezet a 450-hez, a 6-tól pedig egy hátra és két jobbra lépés.

„Találtak-e még olyan számpárokat az előttetek levők közül, ahol az egyik szám a másiknak valahányszorosa, a másik az előbbinek valamilyen törtrésze?”

Szorzatként előállíthatják a 6-ot, 9-et, 150-et és a 450-et.

Fel is írják a táblán előállításukat:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$1 \cdot 3 \cdot 3 = 9$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 150$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 450$$

Könnyen ráismerhetnek, hogy a 150-nek háromszorosa a 450

Nehezebb felismerni, hogy a 9-nek a 450 az 50-szerese, s még nehezebb a 450-ben felismerni a 6-nak a 75-szeresét.

A csoportonként kiosztott térbeli amőbában ők is elhelyezik a számokat a melléklet mintája alapján. Megfigyelik, hogy a jobbra mutató, fekete nyíl ötszörözést, a hátrafelé vezető, zöld nyíl háromszorozást, a felfelé vezető, piros nyíl két-szerezést jelent. Ennek megfelelően kitöltik az üres helyeket a térbeli amőbában, vagy már csak a 12/A melléklet papírján.

Megállapítják, hogy miképpen jutnak a 450-hez a másik három számtól, és azt is, hogy milyen egyetlen változtatással helyettesíthető a három-három változtatás:



Egyszerű kapcsolatok azok, amelyek egy-egy nyíl mentén elhelyezkedő számok közt, vagy azonos irányba mutató két nyíl végein találhatók közt állnak fenn. (Pl. a 225 a 450 fele, a 90 harmada a 30, a 225 ötöde a 45...; a 75 huszonötöde a 3, a 45 kilencede az 5...)

A 12/c melléklet lapjait veteti elő, miközben a csoportasztal közepére teteti a kitöltött (12/b-vel egyező) lapokat.

„Most az itt szereplő számok között kell keresgélni. Nyolc különböző telekről van szó, amelyeknek egy részét eladják. Hogy mekkora részét, azt a színezés mutatja. Keresgéljetez olyan számpárokat, amelyek közül az egyik lehet az egész telek ára, a másik az eladásra szánt rész ára. Tudtok-e könnyen találni ilyeneket az 1. telekhez?”

Célszerű esetenként meggondolni, hogy nem minden csoportban kérjük a 2 harmadrész, illetve a 3 ötödrész kereséséhez tartozó 7., 8. feladat megoldását. A gyorsabban haladók azonban kaphatnak további, még nehezebb kérdést is, pl. olyant, ahol a számok és 3 tizedük megkeresése a teendő. Vagy azt, hogy miképpen jutnak el egy szám 3 kettédéhez, ötödéhez, vagy 5 kettédéhez, 5 harmadához.

Ennek megállapítását, tudatosítását nem feltétlenül várhatjuk el minden 4. osztályos tanulótól!

31. Törtszámok helye a számegyenesen

Szervezés: A 11/a és 11/b mellékletekre lesz ismét szükség. Kb. 60-70 cm-es papírcsíkokat ad csoportonként; ezen a „csoki-táblák” hosszának megfelelő beosztást végeztet.

Felteszi a táblára 11/b mellékletben szereplő egyik (még el nem vágott) tábla „csokiját”. Alatta felrajzol egy számegyenest, amelynek 0 és 1 pontja a csoki két széléhez illeszkedik:



Az utolsó házi feladat ellenőrzése előtt felveti, hogy vajon a törtszámoknak is van-e helye a számegyenesen.

Bejelölteti és felírta a táblán (a számegyenes fölött látható csoki beosztásának segítségével) előbb az egységtörteket: a felet, harmadot, hatodot, negyed, aztán ezek többszöröseit. Elkészíteti a csoportokkal az ő számegyenesükön is a sorolt számok elhelyezését.

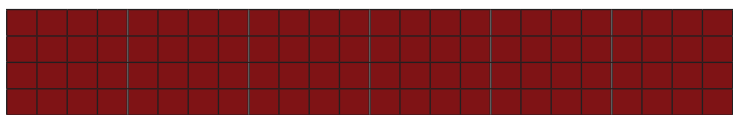
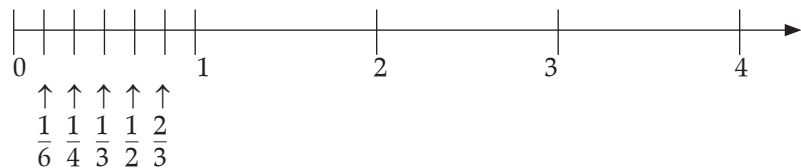
A feladat értelmezése a megoldott házi feladat alapján valószínűleg nem okoz nehézséget. Arra kell egy-két példát kimondaniuk, hogy most csak a 12/B mellékletben szereplő számok jöhetnek szóba. Pl. sorolhatják a 2;1 számpárt, a 150;75 párt, a 18;9 párt... Felismerhetik, hogy az 1. telek esetén mindig azok a számpárok lesznek jók, amelyek egy piros nyíl két végén szerepelnek.

A többi telek esetén is átélhetik, hogy mindig ugyanolyan irányú nyíl vagy nyíl-pár vezet az egyik számtól a másikhoz.

Elkészítik a csokiknak megfelelő beosztású számegyenest.

Azon múlik, hogy milyen természetesen fogadják a felvetést, hogy mennyire érzik már „valóságos” számoknak a törteket. Hogy mennyire absztrahálódtak az eddig már megismert és megsejtett törtek. Ha számoknak tudják már látni ezeket, akkor nem okoz gondot a fél, harmad, negyed, hatod elhelyezése; kicsit esetleg nehezebben jelölik be a 2 harmad, 3 negyed, 2, 3, 4, 5 hatod helyét.

Ez után a 11/A melléklet téglalapjain előállítja a tábla csokik 2 harmadát, s ezeket sorakoztattja a számegyenes alatt egymáshoz illesztve. Innen olvastatja le a 2 harmad többszöröseiből álló számsorozatot:



$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{6}{3}$ $\frac{8}{3}$ $\frac{10}{3}$ $\frac{12}{3}$

Megállapítja, hogy a 6 harmad éppen 2 egész, a 12 harmad 4 egész, ez után nézik meg az utolsó házi feladat megoldását.

Kirakják a 2 harmadokból álló sort, és leolvassák az egyenletesen, 2 harmaddal növekvő számsorozatot. Megállapítják – részint a számegyenes segítségével –, hogy a 6 harmad éppen 2 egész, a 12 harmad 4 egész..., s ellenőrzik a feladatlap 4. feladatának megoldását.