A SZORZÁS ÉS OSZTÁS MŰVELETI TULAJDONSÁGAI. TÜKRÖZÉS, ELTOLÁS SÍKBAN, ELFORGATÁS. PARKETTAMINTÁK TERVEZÉSE; SZIMMETRIA-TULAJDONSÁGOK

14. modul

KÉSZÍTETT: SZITÁNYI JUDIT
(A 7. ÓRA ANYAGÁT LÉNÁRT ISTVÁN ÖTLETEI ALAPJÁN KÉSZÍTETTE C. NEMÉNYI ESZTER)

Előkészítés későbbi főtémához
Főtéma az adott időszakban
Önálló melléktéma
Segédeszköz-téma
Folyamatos gyakorlás; alkalmazások

	Idő	Természetes szám	Számolás	Nyitott mondat	Szöveges feladat	Más számok	Geometria	Reláció, függvény, sorozat	Statisztika, valószínűség	Gondolkodási módszerek
23–24 14. **A szorzás és osztás műveleti tulajdonságai. Tükrözés, eltolás síkban Elforgatás Parkettaminták tervezése; szimmetria-tulajdonságok**	Márc. 67–72		A szorzás és osztás műveleti tulajdonságainak felújítása: a szorzás monotonitása; disztributivitása; többtényezős szorzás, a szorzás asszociativitása; az osztás monotonitása. Szorzás, osztás tízzel, százzal, ezerrel, 0-ra végződő két- és 00-ra végződő háromjegyűvel; Szorzás egyjegyű tényezőire bontott szorzóval.	Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet és egyenlőtlenség megoldásának keresése kis véges alaphalmazon próbálgatással; tervszerű próbálgatás a műveleti monotonitás intuitív és egyre tudatosabb felhasználásával	Összetett szöveges feladatok különféle megoldási módszerei (a műveleti tulajdonságok értelmezéséhez, tudatosításához, zárójelhasználathoz)		Tükrözés, eltolás síkban a sík mozgatásával. Elforgatás Parkettaminták tervezése (kirakással, rajzzal), színezése; vizsgálata szimmetria-tulajdonságok szerint	Lineáris – és ellenpéldákként nem lineáris – függvények „kijövő" értékének változása a „bemenő" érték egyenletes változása közben		Kis számok körében tapasztalt összefüggések ellenőrzése nagyobb számok között; sejtés, a sejtés megerősítése további ellenőrzött példákkal; oknyomozás; általánosításra vezető (generatív) képek alkotása

MODULLEÍRÁS

A modul célja	A szorzás és osztás műveleti tulajdonságainak felújítása; Geometriai transzformációk tulajdonságainak vizsgálata
Időkeret	6 óra + 1 óra gömbön
Ajánlott korosztály	9–10 évesek; 4. osztály; 23–24. hét
Modulkapcsolódási pontok	Tágabb környezetben: kereszttantervi **NAT szerint**: környezeti nevelés, olvasás, ének-zene, testnevelés, **Kompetencia terület szerint:** szociális és környezeti. Szűkebb környezetben: saját programcsomagunkon belül: 13. modul Ajánlott követő tevékenységek: 15. modul: Írásbeli szorzás. Nyitott mondat megoldása tervszerű próbálgatással.
A képességfejlesztés fókuszai	Tájékozódás a térben, síkban Formalátás Összehasonlítás; azonosítás, megkülönböztetés Elemzés, tudatos megfigyelés Alkotóképesség, kreativitás Mennyiségi következtetések Szövegértés Összefüggés-felismerés.

AJÁNLÁS

A tanulók az előző években már szereztek az egybevágósági transzformációkkal kapcsolatos tapasztalatokat. Ebben a modulban a tengelyes tükrözés és a síkra vonatkozó tükrözés mellett találkoznak egyszerű forgatásokkal és eltolásokkal is anélkül, hogy a jellemző tulajdonságok megfogalmazásáig eljuttatnánk őket. A geometriai tevékenységek során azt a tapasztalatot szerezhetik meg, hogy míg az eltolás és a forgatás a körüljárás irányát megtartja, a tengelyes tükrözés megváltoztatja azt. Az alkotások egyik szép területe a különböző minták létrehozása. A minták alkotása, színezése, folytatása a síkbeli ritmus megjelenítésére ad lehetőséget, és annak felismerését igényli.

A következő időszak kiemelt feladata lesz a két-vagy többjegyűvel való írásbeli szorzás eljárásának megtanulása. Ezt nem kezdhetik meg anélkül, hogy ennek összetevőit (írásbeli szorzás egyjegyű szorzóval; szorzás monotonitása; szorzás 10-zel, 100-zal; szorzás kerek tízesekkel; disztributivitás) ne gyakorolnák. A modul másik célja ezen tudás felszínen tartása.

A modult éppen ezért egy mérőlappal zárjuk. Ennek segítségével tájékozódhatunk arról, hogy vannak-e olyan hiányosságok, melyek esetleg akadályozhatják tanulóinkat a többjegyűvel való írásbeli szorzás eljárásának megértésében.

A 7. órában tapasztalatszerzési lehetőséget nyújtunk a gömbön.

TÁMOGATÓRENDSZER

C. Neményi Eszter–Káldi Éva: *Matematika tankönyv, általános iskola 4. osztály,* Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.

C. Neményi Eszter–Káldi Éva: *Matematika munkafüzet, általános iskola 4. osztály,* Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.

C. Neményi Eszter: *Geometria,* Tantárgypedagógiai füzetek; ELTE TÓFK, 2007.

Kapcsos könyv a matematika differenciált tanításához-tanulásához, Országos Közoktatási Intézet KOMP-csoport, Budapest, 2001.

ÉRTÉKELÉS

Diagnosztikus mérés alapján.

MODULVÁZLAT

Időterv:

1. óra: I/1., II/1–5.
2. óra: II/6–12.
3. óra: II/13–17.
4. óra: II/18–23.
5. óra: II/24–28.
6. óra: II/29–31.
7. óra: II/32–34.

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	**Kiemelt készségek, képességek**	**Célcsoport / A differenciálás lehetőségei**	**Tanulásszervezés**		**Eszköz** (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag-tartalmak)
				Munkaformák	**Módszerek**	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése						
	1. Párkereső kártyajáték a műveleti tulajdonságok felelevenítésére	számolás	egész osztály	csoport	tevékenykedtetés, megfigyelés, megbeszélés, játék	az 1. melléklet kártyái
II. Az új tartalom feldolgozása						
	1. Téglatestek kirakása kiskockákból. Következtetés a térfogatra; az asszocaitvitás, a disztributivitás és a szorzás monotonitásának megerősítése; a szorzás és osztás kapcsolata.	becslés, mérés, számolás, műveleti tulajdonságok	egész osztály	csoport és frontális	tevékenykedtetés, megfigyelés, megbeszélés, játék	a színesrúd-készlet kis fehér kockái, 2. és 3. melléklet, írólap, írószer
	2. Területek leolvasása	számolás, összefüggések felismerése	egész osztály	páros, egyéni	tevékenykedtetés, megfigyelés, megbeszélés	színes rudak, 20 cm-szer 30 cm-es lapok; 4. melléklet
	3. Szorzatok kiszámítása többféle módon; az összefüggések tudatosítása és alkalmazása	számolás, összefüggések felismerése	egész osztály	egyéni	írásbeli feladatmegoldás	1. feladatlap
	4. Szöveges feladat	szövegértés, számolás	egész osztály	frontálisan irányított egyéni	feladatmegoldás	5. melléklet

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	**Kiemelt készségek, képességek**	**Célcsoport / A differenciálás lehetőségei**	**Tanulásszervezés**		**Eszköz** (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag-tartalmak)
				Munkaformák	**Módszerek**	
	5. Házi feladat	számolás, összefüggések felismerése	egész osztály	egyéni	feladatmegoldás	2. feladatlap
	6. A házi feladat ellenőrzése	összefüggések felismerése	egész osztály	közös	megbeszélés	
	7. Párkérő játék	azonosítás, megkülönböztetés, tulajdonságok kiemelése	egész osztály	csoport	játék	6. melléklet
	8. Fordított barkochba	azonosítás, megkülönböztetés Tulajdonságok kiemelése; absztrakció, logikai gondolkodás	egész osztály	csoport	játék	6. melléklet
	9. Tükrösen szimmetrikus alakzatok	azonosítás, megkülönböztetés Tulajdonságok kiemelése; absztrakció, logikai gondolkodás	egész osztály	csoport majd egyéni	játék, tevékenykedtetés	6. melléklet, 3. feladatlap, zsebtükör
	10. Órák a tükörben	problémamegoldó gondolkodás	egész osztály	csoport majd egyéni	tevékenykedtetés	7. melléklet, 4. feladatlap, zsebtükör
	11. Tükrös képek előállítása	kombinatorikus gondolkodás, tulajdonságok megfigyelése	egész osztály	frontálisan irányított egyéni	tevékenykedtetés	8. melléklet, füzet, írószer, zsebtükör
	12. Házi feladat	megfigyelés, azonosítás, megkülönböztetés Tulajdonságok kiemelése; absztrakció	egész osztály	egyéni	tevékenykedtetés	5. feladatlap
	13. A házi feladat ellenőrzése	tulajdonságok kifejezése	egész osztály	frontális	megbeszélés	

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag-tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	14. Hazudós barkochba	azonosítás, megkülön-böztetés, tulajdonságok kieme-lése, absztrakció, logikai gondolkodás	egész osztály	frontális	játék	6. melléklet
	15. Parkettázás kirakással	megfigyelés, alkotó-készség	egész osztály	csoport	tevékenyked-tetés	6. melléklet, 9. melléklet
	16. Parkettázás rajzzal, színezéssel	megfigyelés, alkotó-készség	egész osztály	egyéni	tevékenyked-tetés	6. feladatlap
	17. Házi feladat	megfigyelés, számolás	egész osztály	egyéni	feladatmegol-dás	7. feladatlap
	18. A házi feladat ellenőrzése	összefüggések megfi-gyelése	egész osztály	közös	megbeszélés	7. feladatlap
	19. Egyenlő szorzatok keresése	számolás, összefüggé-sek felismerése	egész osztály	frontális és egyéni	tevékenyked-tetés	10. melléklet
	20. Szorzások a szorzó szorzattá bontásával	számolás,	egész osztály	frontális és egyéni	önálló feladat-megoldás	–
	21. Szöveggel adott probléma megoldása	számolás, összefüggé-sek felismerése	egész osztály	frontálisan irá-nyított egyéni	önálló feladat-megoldás	8. feladatlap
	22. Szorzatok számítása többféle módon	számolás, összefüggé-sek felismerése	egész osztály	csoport	tevékenyked-tetés	11. melléklet
	23. Szorzás kerek tízesekkel, százasokkal	számolás, összefüggé-sek felismerése	egész osztály	frontálisan irá-nyított egyéni	feladatmeg-oldás	9. feladatlap
	24. Eltolás, elforgatás és tükrözés	azonosítás, megkülön-böztetés	egész osztály	frontális és csoport	tevékenyked-tetés	különböző színű fonalak, másolópapír, csomagolópapír

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	**Kiemelt készségek, képességek**	**Célcsoport / A differenciálás lehetőségei**	**Tanulásszervezés**		**Eszköz** (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag-tartalmak)
				Munkaformák	**Módszerek**	
	25. Transzformációs játék	azonosítás, megkülönböztetés	egész osztály	frontális majd páros	tevékenykedtetés	–
	26. Tükörkép, elforgatott kép keresése sormintán, parkettamintán	azonosítás, megkülönböztetés	egész osztály	egyéni, frontális megbeszéléssel	tevékenykedtetés, megbeszélés	10. feladatlap
	27. Hiányos szorzások	számolás	egész osztály	frontális majd páros	feladatmegoldás	12. melléklet
	28. Házi feladat	számolás, összefüggések felismerése	egész osztály	egyéni	feladatmegoldás	11. feladatlap
	29. A házi feladat ellenőrzése	számolás, összefüggések felismerése	egész osztály	közös	megbeszélés	11. feladatlap
	30. Bontott alakban adott számok rendezése nagyság szerint	számolás, összefüggések felismerése	egész osztály	csoport	tevékenykedtetés	13. melléklet
	31. Mérőlap **– Írásbeli szorzás egyjegyű szorzóval** **– Szorzás kerek tízesekkel** **– Szorzás monotonitása** **Disztributivitás**		egész osztály	egyéni	feladatmegoldás	mérőlap

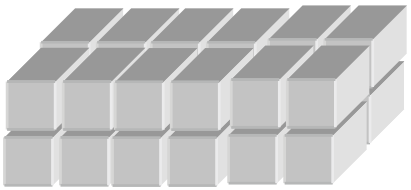
	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag-tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	32. Hasonlóság, egybevágóság a síkban	alkotás, elemző képesség, összehasonlítás, alaklátás, emlékezet	egész osztály	frontálisan irányított egyéni és csoportos	bemutatás, közlés, elemzés, megbeszélés, próbálgatás, ellenőrzés	füzet, ceruza, vonalzó, körző, hasonló és nem hasonló fényképek (14–15. melléklet), egybevágó ábrák (16. melléklet), négyzetháló fólián (17. melléklet)
	33. Hasonlóság, egybevágóság a gömbön	alkotás, elemző képesség, összehasonlítás, alaklátás	egész osztály	egyéni Páros	bemutatás, elemzés, megbeszélés, próbálgatás, ellenőrzés	rajzgömbök, gömbi vonalzók, filctoll, törlőrongy
	34. Milyen tartományokra bontják a főkörök a gömböt?	alkotás, elemző képesség, összehasonlítás, mérés, alaklátás	érdeklődőbb gyerekek	egyéni, páros	bemutatás, elemzés, megbeszélés, próbálgatás, ellenőrzés	rajzgömbök, gömbi vonalzók, filctoll, törlőrongy

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	**Kiemelt készségek, képességek**	**Célcsoport / A differenciálás lehetőségei**	**Tanulásszervezés**		**Eszköz** (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag-tartalmak)
				Munkaformák	**Módszerek**	
+ 1 óra						
	Hasonlóság, egybevágóság a síkban	alkotás, elemző képesség, összehasonlítás, alaklátás, emlékezet	egész osztály	frontálisan irányított egyéni és csoportos	bemutatás, közlés, elemzés, megbeszélés, próbálgatás, ellenőrzés	füzet, ceruza, vonalzó, körző
	Hasonlóság, egybevágóság a gömbön	alkotás, elemző képesség, összehasonlítás, alaklátás	egész osztály	egyéni, páros	bemutatás, elemzés, megbeszélés, próbálgatás, ellenőrzés	rajzgömbök, gömbi vonalzók, filctoll, törlőrongy
A C	„Nagyítás” a gömbön	alkotás, elemző képesség, összehasonlítás, mérés, alaklátás	egész osztály érdeklődőbb gyerekek	egyéni, páros	bemutatás, elemzés, megbeszélés, próbálgatás, ellenőrzés	rajzgömbök, gömbi vonalzók, filctoll, törlőrongy, narancs
	Parkettázzuk a gömböt!	alkotás, elemző képesség, összehasonlítás, mérés, alaklátás	egész osztály érdeklődőbb gyerekek	egyéni, páros	próbálgatás, ellenőrzés, bemutatás	rajzgömbök, gömbi vonalzók, filctoll, törlőrongy

A FELDOLGOZÁS MENETE

Az alábbi részletes leírás célja elsősorban egyféle minta bemutatása. Nem lehet és nem szabad kötelező jellegű előírásnak tekinteni. A pedagógus legjobb belátása szerint dönthet a részletek felhasználásáról, módosításáról vagy újabb variációk kidolgozásáról.

A szorzás és osztás műveleti tulajdonságai **Tükrözés, eltolás síkban, elforgatás** **Parkettaminták tervezése; szimmetria-tulajdonságok**	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése	
Tanítói tevékenység	**Tanulói tevékenység**
1. Párkereső kártyajáték a műveleti tulajdonságok felelevenítésére Kiosztja az 1. melléklet kártyáit. „A kártyával most a „Fekete Péter" játékhoz hasonló játékot játszhattok: Az osztó kioszt 4-4 lapot a játékosoknak. Az egyenlő számok párt alkotnak. Ha párt találsz a lapjaid között, azt azonnal lerakhatod. Ezután az asztalon maradt lapokból lehet húzni sorban egymás után. Ha az is elfogyott, egymás lapjai közül húzhattok. Nyer, akinek leghamarabb elfogynak a lapjai. Ha ügyesen játszottatok, kitaláljátok, hogy melyik kártyának nincs párja."	Játék
Megkéri a gyerekeket, hogy a lerakott párokat hagyják az asztalon. „Melyik kártya maradt pár nélkül?"	317 + 240
Megbeszélés: „Tudtad-e esetleg valamelyik 2 kártyáról kiszámítás nélkül is, hogy az egyik ugyanannyit ad meg, mint a másik?"	Egy-egy gyerek elmondja, hogy hogyan talált párt a lapjai között. A számok egyenlőségéről kiszámítás nélkül is lehet dönteni. Indoklások: Például: 3610 – 1226 = 5610 – 3226 , mert a 3610 2000-rel kisebb, mint az 5610, és az 1226 is éppen 2000-rel kisebb, mint a 3226. 144 · 3 = 144 + 288, mert a 288= 144 · 2, és még egyszer a 144 az éppen 144 háromszorosa. A 999 kétszeresét úgy is számolhatom, hogy az 1000 kétszeresét veszem, és abból kivonok 2-t.

II. Az új tartalom feldolgozása	
Tanítói tevékenység	**Tanulói tevékenység**
1. Téglatestek kirakása kiskockákból. Következtetés a térfogatra; az asszociativitás, a disztributivitás és a szorzás monotonitásának megerősítése; a szorzás és osztás kapcsolata.	
a) Adott számú kiskockából téglatestek építése; a tapasztalatokból egyszerű következmények megsejtése	
Szervezés: A csoportok kiteszik az asztalra a színesrúd-készlet fehér kockáit. Leszámolnak 24 darab kiskockát.	
Feladatul adja, hogy készítsenek téglatestet a 24 kiskocka felhasználásával.	
A kialakult látványról 3-tényezős szorzatok leolvastatása: „Számoljuk össze a kockákat különböző módon!” Például ezt építettem:	Egy-egy vállalkozó gyerek leolvasásokat végez a csoport asztalán lévő téglatestről.
	
Ez $2 \cdot 6 \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot 6 = 6 \cdot 2 \cdot 2 = 24$ kiskocka	
b) A tapasztalatokból egyszerű következmények megsejtetése:	
„Hány kiskockára lenne szükségetek, ha kétszer ilyen magas testet építettetek volna ugyanekkora alapra?”	48 kocka
„Hány kockára lenne szükség, ha ugyanilyen széles és ugyanilyen magas, de háromszor hosszabb téglatestet építenél?”	72 kocka
„Ha alapjával összeépítünk két ugyanilyen téglatestet?”	48 kocka
c) Téglatestek térfogatának mérése.	
Kiosztja a csoportoknak a 2. melléklet elkészített téglatest alakú dobozait. Minden csoportnak egyet ad. (A dobozok felülről nem zártak, hogy a fehér kockákat bele lehessen rakni.)	

„Becsüld meg, hány fehér kockával lehet telerakni az előtted lévő dobozt!”
„Mérjétek meg!”

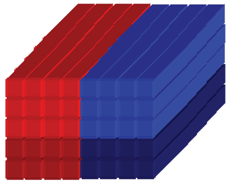
Becslések
Elkezdik telerakni a dobozokat a fehér kockákkal. Valószínűleg nem lesz elegendő kockájuk a tényleges kirakáshoz. Ekkor úgy folytathatják a munkát, hogy megfigyelik, egy rétegben hány kockát tudnak lerakni, majd azt, hogy a dobozba hány réteg fér.
A végén a csoportok beszámolnak arról, hogy hogyan gondolkodtak és tevékenykedtek. Összevetik eredményüket és becslésüket. Az eltérések lehetséges okainak keresése.

d) A disztributivitás és a szorzás monotonitásának megerősítése
A 3. melléklet fóliájának képeiről leolvassák a térfogatokat. Az első képet elhelyezi az írásvetítőn, erről közösen olvasnak többféleképpen. A tanító a táblára jegyzi a leolvasásokat.

Például $(4 \cdot 3) \cdot 2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 \cdot 6 = (4 \cdot 3 \cdot 2) + (4 \cdot 3 \cdot 2) + (4 \cdot 3 \cdot 2) = \ldots = 24+24+24 = 72$

A második és harmadik kép leolvasását a csoportok egyedül végzik. Minden csoport egy írólapot és ceruzát használ. Az óramutató járásával megegyező irányban haladva a csoport minden tagja lejegyez egy leolvasást. Az a csoport nyer, amelyik 5-5 perc alatt a legtöbb felírást gyűjti össze.

Az ellenőrzés során a csoport szóvivője bemutatja, hogy milyen módon végezték a számításokat. Például ennek a téglatestnek egyik leolvasása $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 = 200$, mert $4 \cdot 5 \cdot 5$ a piros kockák száma és ugyanennyi kék kocka van mellette; egy másik leolvasás szerint $(8 \cdot 5 \cdot 2) + (8 \cdot 5 \cdot 3)$, mert $(8 \cdot 5 \cdot 2)$ a sötét kockák száma és $(8 \cdot 5 \cdot 3)$ a világos kockák száma. Stb.



A megbeszéléskor sort kerít arra, hogy a zárójel használatáról tanultakat felelevenítsék.
„Akkor is a szorzatot kell először kiszámolni, ha nincs zárójelben. A megállapodás szerint abban a műveletsorban, melyben nincs zárójel, az osztást is előbb kell elvégezni, mint az összeadást és kivonást. Úgy mondjuk, hogy az osztás és szorzás magasabb rangú művelet, mint az összeadás és a kivonás. Az összeadás és a kivonás pedig egyenrangú műveletek, nincs egyiknek sem elsőbbsége a másikkal szemben, balról jobbra haladva végezzük el egymás után ezeket. Egymás mellett szintén egyenrangú művelet a szorzás és az osztás, balról jobbra haladva végezzük el.”
A negyedik kép leolvasását ismét közösen végzik:
„Ehhez a téglatesthez 240 kockát használtak fel. Zöldet és sárgát. A sárgákat letakarták. Mennyi sárga kockát tartalmaz a téglatest?”

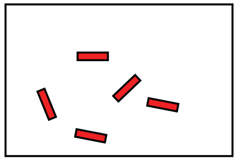
240-ből kivonom a zöldek számát: $240 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 192$

„Felépítettem 432 kiskockából egy téglatestet. 9 réteget tettem egymásra. Hány kocka állhat a megépített téglatest alapjának egy oldala mentén?
És ha csak 3 rétegű téglatestet építettem volna?”

2. Területek leolvasása
Párokban dolgoztatja a gyerekeket.
Minden párnak egy 30 és 20 cm-es oldalú téglalap alakú papírlapot ad.
„Hány fehér kockával lehet lefedni?”

$20 \cdot 30 = 600$ fehér rúd fér rá. (Akinek szüksége van rá, elkezdi a kirakást egy sorban és egy oszlopban)

„A kis fehér kockának a lapjával mértük a területet, ez az egység! Ennek a papírlapnak a területe tehát 600 egységnyi.”
Ő is kitesz az írásvetítőre egy ugyanekkora területű üres fóliát.
A piros színes rudakat veteti elő.
„Tegyetek a lapra fektetve 5 darab piros rudat!”
Ő is tesz az írásvetítőre 5 darab piros rudat.



„Egy piros rúd hány egységnyi területet fed le?”

Négyet, mert 4 fehér rúddal lehet kirakni.

„Most azt kérdezem, hogy hány egységnyi terület látszik a papírlapból.”
A piros rudak számának változtatásával még néhányszor elismétlik.

$600 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 = 580$; vagy $600 - 4 \cdot 5 = 580$ vagy $600 - (4 \cdot 5) = 580$. Ha felmerül, ismét megbeszélik, hogy a zárójel kirakható, de nem feltétlenül szükséges.

Táblázatot készít és a gyerekekkel is elkészítteti a füzetben.

Rudak száma: R	10	21	32	43	54
Látható papír területe: L					

A párok közösen dolgozva töltik ki a táblázatukat.

„Fogalmazzátok meg az összefüggést nyitott mondattal! A rudak számát R, a látható papír területét L jelöli.”

$L = 600 - 4 \cdot R$; vagy $600 = L + 4 \cdot R$

„Hány rudat tettem le, ha a látható papír területe 596 egység?”
„És ha 500 területegység látszik?” „Ha 400? Ha 40? Ha csak 16?”

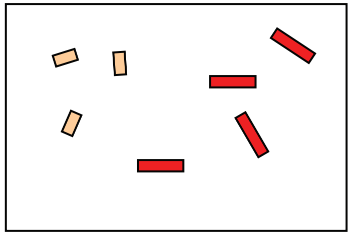
Egyet.
Ez esetben 100 egységet fedtem le. Ezt 25 rúddal lehet kirakni.

„Írjátok le nyitott mondattal azt is, hogy hogyan számolhatjuk ki a rudak számát, ha a látható papírlap területét ismerjük!”

$R = (600 - L) : 4$

Kiteszi a 4. melléklet első képét.

„A képen látható papírlap területe ugyancsak 600 egység. A kicsik rózsaszín rudak, a nagyobbak pirosak. Számold ki a látható papírlap területét!”



Kétféleképpen is okoskodhatnak:
Kiszámolják, hogy összesen mekkora területet fedtek le a színes rudak.
A rózsaszín $2 \cdot 3 = 6$, a piros $4 \cdot 4 = 16$ egységet fed le. Ez összesen 22 egység.
$600 - 22 = 578$

Vagy a rózsaszín $2 \cdot 3 = 6$ egységet fed le. $600 - 6 = 594$ egység marad. Ebből kell még kivonni a piros rudak által lefedett terület nagyságát, ami $4 \cdot 4 = 16$ egység.
$594 - 16 = 578$.

„Írd le számfeladattal is, hogy hogyan okoskodtál!”
Ő is felírja a táblára a számolásokat:
$600 - (2 \cdot 3 + 4 \cdot 4) = 578$ vagy $600 - 2 \cdot 3 - 4 \cdot 4 = 578$

$600 - (2 \cdot 3 + 4 \cdot 4) = 578$ vagy $600 - 2 \cdot 3 - 4 \cdot 4 = 578$

Ismét megbeszélik a zárójel szerepét.
Kiteszi a második fóliát is.
„Írj kétféle számfeladatot a látható rész területéhez! Számold ki mindkét módon!”
Ugyanezt a tevékenységet végezteti a 3. melléklet további két fóliájával.

„Piros és világoskék rudakat készítettem elő. Ezek közül 10 rudat helyeztem rá a fóliára. Hány területegység maradhatott fedetlenül? Tippelj!” (Titokban letesz 4 piros és 6 világoskék rudat az írásvetítőre, és egyelőre letakarja.)
Miután mindenki leírta tippjét, felfedi a takarást.
Megbeszélik, hogy milyen tippek lehettek. Ehhez táblázatot készítenek:

A gyerekek megfogalmazzák néhány ötletüket. Lehet, hogy 3 piros és 7 világoskék van a papíron. Ekkor $600 - (4 \cdot 3 + 3 \cdot 7) = 567$

Piros : P	0	1	2	3	…			10
Kék: K	10	9	8	7	…			0
Lefedetlen: L	570	569	568	567	….			560

„Tehát mindenképpen az a gyerek tippelt ügyesen, aki 560 és 570 közötti számra gondolt.”

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
3. Szorzatok kiszámítása többféle módon; az összefüggések tudatosítása és alkalmazása Az 1. feladatlap megoldatása. A feladatlap önálló munkára adható. Ellenőrzése frontálisan történhet az írásvetítő fólialap segítségével. Az 1. és 2. feladat ellenőrzése során megfogalmaztatja a tapasztalatokat. „Valóban olyan sok szorzást és összeadást végeztél, mint amit a feladat írt? Hogyan egyszerűsítetted a munkádat? Keress magyarázatot!” A képről való olvasás során hasonlóképpen okoskodhatnak, mint a 2. tevékenység során. A 4. feladat megoldása során visszafelé kell okoskodni.	Megoldják az 1. feladatlapot. Az 1. feladat táblázatának alsó sorában mindig kerek ezresek vannak. (Mindig annyi ezres, amennyi a szorzó). Ennek oka, hogy $687 + 313 = 1000$ A második táblázat kitöltése során az ügyesebb gyerekek észrevehetnek összefüggéseket. Egy szám hétszerese meg a háromszorosa együtt éppen a szám tízszerese. Például: $1200 \cdot 3 = 3600$; $1300 \cdot 3 = 3900 = 3600 + 300$ ($1300 \cdot 3$ éppen 300-zal több, mint az $1200 \cdot 3$, … Összesen 240 kis kockából áll a téglatest. Ebből $4 \cdot 5 \cdot 3$ zöld, és $4 \cdot 5 \cdot 3$ kék. $4 \cdot 5 \cdot 3 + 4 \cdot 5 \cdot 3=120$. Marad tehát 120 kocka. A kendő alatt ugyanannyi piros kocka áll, mint sárga. $120/2=60$, így 60 piros és 60 sárga kocka van a kendő alatt.
4. Szöveges feladat A következő feladat szövegét írásvetítőn jeleníti meg. (5. melléklet) „Katiék tegnap elmentek megnézni most épülő lakásukat. A lakás egy sorházban lesz. Ebben a házban hat egyforma lakást építenek. Amikor odaértek, éppen a burkolók kezdték meg a munkát. A konyhákat és a fürdőszobákat követték. Konyhánként 136 járólapot kell lerakni és 214 csempét felrakni a falra. A fürdőszobákban 72 járólap és 324 csempe lesz. Hány lapot kell lerakniuk a burkolóknak?” Közösen értelmezik a szöveget. (Burkoló, sorház, járólap) „Készíts többfajta megoldási tervet a feladathoz!” „Kérdezz a szöveg alapján mást is!” „Válaszoljunk X. Y. kérdésére!”	$(136 + 214 + 72 + 324) \cdot 6 = L$; $136 \cdot 6 + 214 \cdot 6 + 72 \cdot 6 + 324 \cdot 6 = L$; $(136 + 72) \cdot 6 + (214 + 324) \cdot 6 = L$ Egy- egy vállalkozó gyerek feltesz egy kérdést. Például: Hány járólapot tettek le összesen? Egy lakásba hány lap került? Hány csempe kell a konyhákba? …
5. Házi feladat 2. feladatlap	

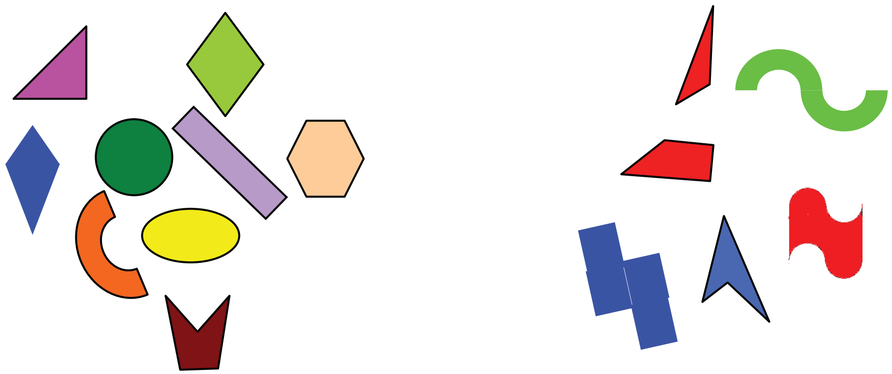
2. óra

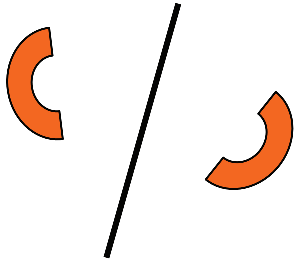
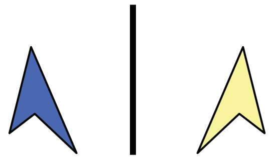
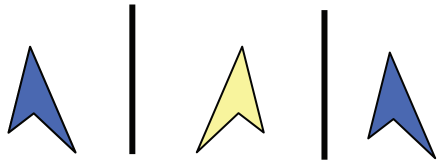
<table>
<tr><th>Tanítói tevékenység</th><th>Tanulói tevékenység</th></tr>
<tr>
<td>
6. A házi feladat ellenőrzése
Az írásvetítő fólia segítségével ellenőrzik a házi feladatot.

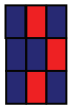
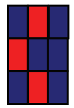
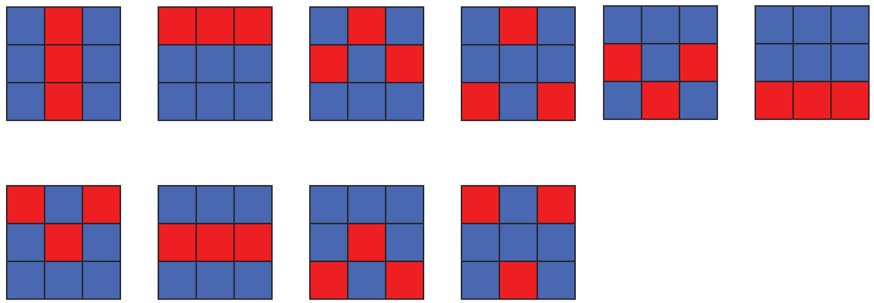
Összegyűjtik a lehetséges gondolkodási és kiszámítási módokat.
</td>
<td>
1. feladat:
<table>
<tr><th></th><th>121</th><th>242</th><th>363</th><th>484</th><th>605</th><th>726</th><th>847</th></tr>
<tr><td>7-szerese</td><td>847</td><td>1694</td><td>2541</td><td>3388</td><td>4235</td><td>5082</td><td>5929</td></tr>
<tr><td>6-szorosa</td><td>726</td><td>1452</td><td>2178</td><td>2904</td><td>3630</td><td>4356</td><td>5082</td></tr>
<tr><td>–</td><td>121</td><td>242</td><td>363</td><td>484</td><td>605</td><td>726</td><td>847</td></tr>
</table>
A táblázatból megfigyelhető, hogy a szorzandók egyenletesen növekvő sorozatot adnak, csakúgy mint a hétszeresek és a hatszorosok is. Elképzelhető, hogy akad olyan gyerek, aki nem szorzással számolja ki a hatszorosokat és a hétszereseket, hanem egyszerűen folytatja a megkezdett sorozatokat.
Megfigyelhetik, hogy mi a különbség a szorzandók sorozatában, és mi a szorzatok sorozatában. Megbeszélik, hogy miért kapták különbségként mindig a legfelső sor számait.
2. feladat:
$12 \cdot 4 = 48$ egységet fednek le a zöld rudak.
$4 \cdot 6 = 24$ egységet fednek le a piros rudak.
$3 \cdot 4 = 12$ egységet fednek le a világoskék rudak.
A lefedett rész területe: $48 + 24 + 12 = 84$ egység.
A teljes téglalap területe: $20 \cdot 30 = 600$ egység; így $600 - 84 = 516$ egység marad fedetlenül.
</td>
</tr>
<tr>
<td>
7. Párkérő játék
Minden csoportnak kiosztja a 6. melléklet kártyáit. Párkérő játékot játszanak ezekkel a lappokkal.

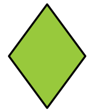
A játék után visszaadják az elkért lapokat a csoportoknak. Újra teljessé teszik a készleteket.
</td>
<td>
Az első csoport kiválaszt egy síkidomot valamilyen tulajdonsága szerint. A következő csoporttól kérnek egy ilyen tulajdonságú lapot. Ha van, akkor egy ilyen lapot át kell adniuk az első csoportnak, akik a választott lappal párba állítva lefordítják maguk előtt. Nyertek egy párt. Ezek a lapok már nem vesznek részt abban a csoportban a játék folytatásában. A második csoport a harmadiktól kér párt valamelyik síkidomhoz, a harmadik a negyediktől, az utolsó az elsőtől. Ha valamelyik csoportban nincs olyan tulajdonságú lap, akkor nem tud adni, a következő csoport jön.
Az a csoport nyer, amelyik a legtöbb párt tudta összegyűjteni.

Kikötés: olyan tulajdonságot nem szabad mondani, ami már elhangzott a játék során.
</td>
</tr>
</table>

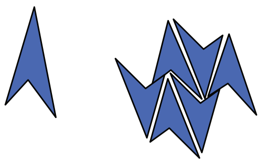
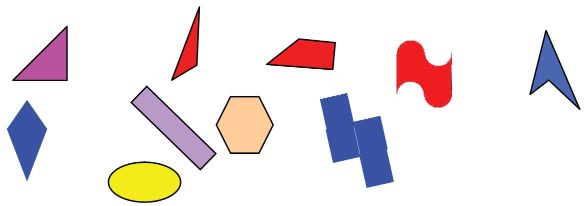
	A síkidomok tulajdonságai lehetnek: – piros – csak egyenes vonalak határolják – négyszög – el lehet benne bújni – van egyenes, és görbe vonala is …
8. Fordított barkochba „Most ezekkel a síkidomokkal fordított barkochbát fogunk játszani.” Gondoltam egy tulajdonságra. A készlet elemeivel kérdezhettek. A következő tulajdonságokra „gondol”: – csak egyenes vonaldarabok határolják – piros – négyszög – el lehet benne bújni Ha valamelyik gyermek úgy érzi, hogy kitalálta a tulajdonságot, nem engedi megmondani. Ekkor a tanító mutat fel egy lapot, és megkérdezi: „Szerinted erre a lapra igaz a gondolt tulajdonság?” Ha úgy látja, hogy helyes a gyermek sejtése, átadja neki a további válaszadás jogát.	A készlet elemeivel kérdeznek, és az igen vagy nem válasz alapján két csoportba gyűjtik azokat a padjukon: igaz rá a gondolt tulajdonság/ nem igaz rá a gondolt tulajdonság. Az igenhez gyűlő elemek közös tulajdonságát nevezik meg.
9. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok Egy utolsó fordulót játszanak a barkochba játékkal. Ezúttal a *tükrös* tulajdonságra gondol. Várhatóan ezt a tulajdonságot fogják a legnehezebben kitalálni. Előveteti a zsebtükröt. Ezzel ellenőrzik a síkidomok tükrösségét.	A gyerekek asztalán most így állnak a síkidomok két csoportban: 

„Válasszatok ki egyet a tükrös síkidomok közül, és kérjetek el egy ugyanolyat a szomszéd csoporttól!” „Helyezzétek el az asztalon mindkettőt! Próbáljatok tükröt állítani közéjük úgy, hogy az egyiknek a tükörben látott képe ugyanaz legyen, mint a tükör mögé tett másik!”	Például: 
„A nem tükrös síkidomokat tegyétek középre! Az 1. csoport gondoljon egyre ezek közül. A többieknek most barkochba kérdésekkel kell kitalálniuk, hogy melyikre gondoltak.”	Kérdésekkel kitalálják a gondolt síkidomot. Ezt a síkidomot minden csoport odaadja az 1. csoportnak.
„A 2. csoport is gondoljon egyikre a megmaradtak közül!”… Végül az utolsó csoport is választ. Így minden csoport előtt van egyfajta nem tükrös síkidomból több darab is.	Kitalálják, majd odaadják.
„Most tegyétek ki az egyiket, és állítsatok mellé tükröt! Helyezzétek el a következőt a tükörben látható képnek megfelelően!”	Nem lehet elhelyezni, csak a síkidom átfordításával. 
„Az átfordított síkidom mellé tegyetek újra tükröt! Most mit láttok?	Újból színével fölfelé áll a síkidom. 
Megoldatja a 3. feladatlapot. Az 1. feladat megoldása után megbeszélik, hogy mely részekben áll a minta ugyanúgy, mint az eredeti. (Mutatja fólián, hogy a tükör helye választja el egymástól a részeket.)	A feladatok megoldásához használják a zsebtükröket!
„Vizsgáljuk meg az asztalon levő tükrös síkidomokat is! Melyiknek van a legtöbb tükörtengelye?”	Zsebtükörrel vagy félbehajtással megvizsgálják a síkidomokat. Beszámolnak arról, hogy melyik síkidomnál hány tükörtengelyt találtak. A körnek van a legtöbb (végtelen sok) tükörtengelye.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
10. Órák a tükörben Kiosztja a csoportoknak a 7. melléklet órájának képét. „A körnek tehát nagyon sok tükörtengelye van. Például kör alakú egy óra is. Tegyétek az asztal közepére a képet! Mindenki tegye mellé a saját oldaláról a tükrét! Mit látsz benne?” A 4. feladatlap megoldatása. 1. feladat: Most a tükörben látható idő ¾ 5. Ha fél 4-kor ült a fodrász székébe, akkor 75 percet töltött a fodrásznál. A második feladat ellenőrzésekor a fóliára rajzolja a mutatókat.	Elmondják, hogy mit figyeltek meg. Mivel a számlapon római számok szerepelnek, könnyű összekeveredni a számok között. Például a IV és a VI, a IX és a XI. A következő tevékenységben az egyik gyerek szívószállal vagy hurkapálcikával beállít valamilyen időpontot az órán. A többiek csak a zsebtükörből nézhetik az órát. Így kell kitalálniuk, hogy mennyi időt állított be a társuk.
11. Tükrös képek előállítása „Jancsi szobájának ajtaján egy 3-szor 3-mas kazettás üveg van.” Megmutatja a 8. melléklet ajtójának képét. „Mivel zavarja őt az ezen keresztül beszűrődő fény, elhatározta, hogy üvegmatricával díszíti. 3 piros és 6 kék matricája van. Úgy szeretné ezeket elhelyezni, hogy a szobáján belülről és kívülről nézve ugyanúgy lássa a mintát.” „Például ez jó lesz?”  Bemutat egy rossz mintát pausz papíron. „Tervezzétek meg, hogy hogyan rakhatja ki a matricákat!” „Hogyan tudod ellenőrizni, hogy amit tervezel, az jó lesz-e?” Bemutatja, hogy az a kép, amit a lap átfordításával kapunk, az éppen a tükörben látható kép lesz. Az írásvetítő fólia segítségével végzi az ellenőrzést. Ennek során meghallgatja, hogy ki milyen módszerrel találta (vagy nem találta) meg mind a 10 lehetőséget.	Nem. Kívülről nézve így látszik:  A mintákat füzetben, négyzetrácson tervezik. Mivel a füzetlap nem átlátszó, a zsebtükörrel való ellenőrzés egy lehetséges módszer. 

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
12. Házi feladat 5. feladatlap Közösen értelmezik a feladatokat.	

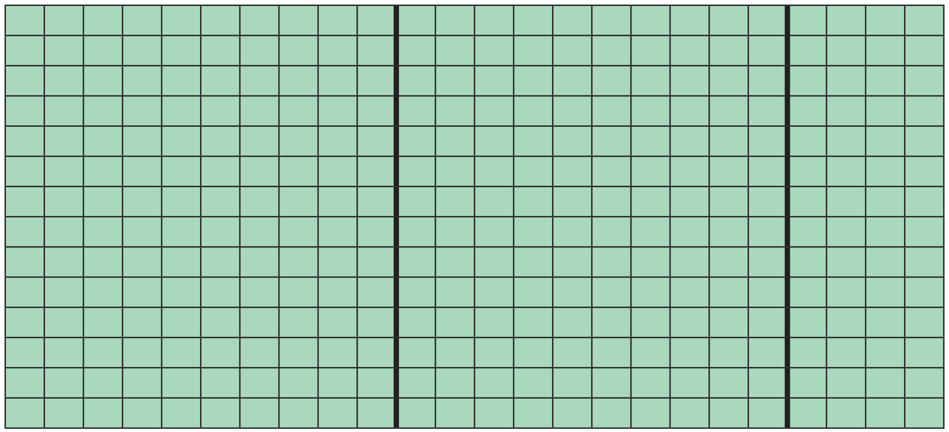
3. óra

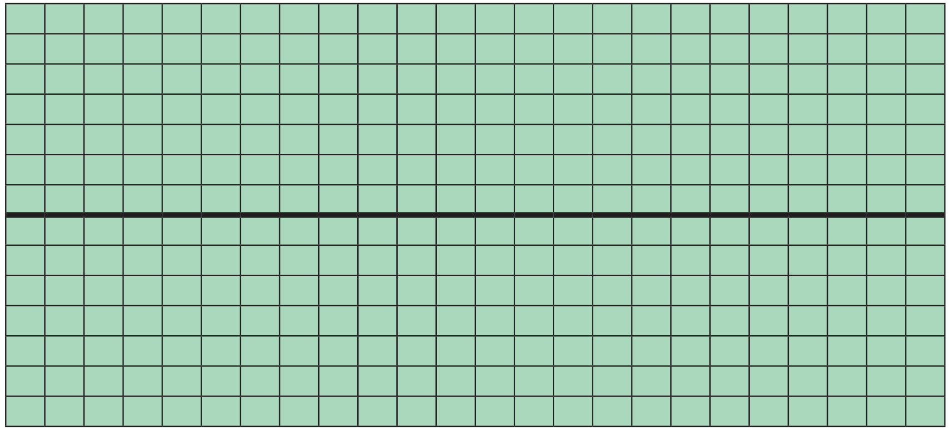
13. A házi feladat ellenőrzése	*1. feladat:* 2., 5. és 6. óra látszik tükörben. *2. feladat:* Annak megfigyelése, hogy a sorozatos tükrözésekkel visszajuthatunk az eredeti rajzhoz.
14. Hazudós barkochba A 6. mellékletet ismét odaadja a csoportoknak. Most úgy játszanak barkochba játékot, hogy az igen válasz nemet, a nem pedig igent jelent. 2-3 fordulót játszanak. Legutoljára a  lapra gondol. A lap tulajdonságainak összegyűjtetése.	Játék Piros, van egyenes és görbe határoló vonaldarabja is, nem tükrös.
15. Parkettázás kirakással „Most válasszátok ki azokat a síkidomokat, amelyekkel szerintetek lehet parkettamintát kirakni.” Felidézik a parkettázás fogalmát: A parkettázásnál úgy kell egymáshoz illeszteni a lapokat, hogy ne maradjon közöttük hézag, és ne is csússzanak egymásra. A parkettamintát akármeddig lehet folytatni minden irányban. Ez a fajta tevékenység valószínűleg igen időigényes lesz. Nem könnyű megtalálni, hogy például ezzel a négyszöggel is lehet parkettamintát kirakni.  Kiosztja a 9. melléklet készletét is. Megfigyelteti, hogy a kék és a piros lapok egymás tükörképei. „Tudtok-e parkettázni úgy, hogy csak az egyik színt használjátok?” „Tudtok-e úgy is, hogy a mintában mindkét fajta lap szerepeljen?”	Megpróbálnak a készlet elemeivel parkettamintákat kirakni. Ehhez kapnak 5-6 darab síkidomot azokból, amiből lehet mintát kirakni (t/28.):  Kirakják a lapokat.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
16. Parkettázás rajzzal, színezéssel A 6. feladatlap megoldatása. Kicsi színes kartondarabokból kivágott mintákkal dolgozhatnak azok, akiknek nehezen megy. A gyerekek munkáját egyénileg segíti.	
17. Házi feladat A 7. feladatlap első feladat megoldásához megbeszélik, hogy mit ronthatott el Kati. (Vagy a számlapon szereplő számokat írta rosszul, vagy az óra olyan időpontot mutat, ami a valóságban nem létezik.)	

4. óra

18. A házi feladat ellenőrzése	*1. feladat:* A 2. óra rajza azért hibás, mert ha a nagymutató a VI-ra mutat, az azt jelenti, hogy nem egész óra van, hanem fél. Így nem mutathat a kismutató a III-ra. A 3. óra rajza azért hibás, mert a IV és VI számot felcserélték. A IV a tükörben VI-nak látszik, és fordítva.
19. Egyenlő szorzatok keresése Minden gyereknek egy kártyát ad a 10. melléklet kártyakészletéből. A táblát 3 részre osztja az eredményül kapható három számnak megfelelően: „Ha a számkártyádon az eredmény a felírt számok valamelyike, tedd ki a táblán a megfelelő helyre!” **768** | **2592** | **1500** Megvizsgáltatja a szorzatok egyenlőségének okait. „Tudnál-e további szorzásokat felírni a számodról? Próbálj leírni minél többet! Olyat is írhatsz, amit írásban még nem tudunk kiszámolni.”	Elvégzik a kártyájukon látható műveletsort. Szükség esetén írásban szoroznak. Az a gyerek, aki nem a három eredmény valamelyikét kapta, hibásan számolt. Javítják a hibát. Egyenként kiviszik a kártyájukat és felragasztják a táblára a megfelelő helyre. Például: $32 \cdot 3 \cdot 8 = 32 \cdot 6 \cdot 4$, mert $3 \cdot 8$ ugyanannyi, mint $6 \cdot 4$, mert a 6 fele a 3-nak, a 8 pedig kétszerese a 4-nek. És így tovább. Szorzások alkotása. Például a $32 \cdot 3 \cdot 8 = 32 \cdot 24$, mert a $3 \cdot 8$ az éppen 24. Néhány vállalkozó gyerek indoklással együtt felír a táblára egy- egy szorzást.

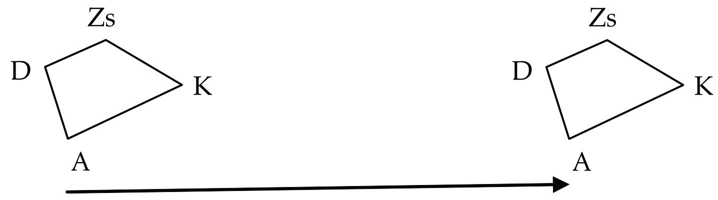
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
20. Szorzások a szorzó szorzattá bontásával „Ki tudnád-e számolni a következő szorzásokat?” 124 · 16; 354 · 48; 512 · 49 A szorzatok kiszámoltatása, a gondolkodási stratégiák megbeszélése.	Javaslatok: A 124 · 16 szorzás a 124 · 2 · 8 vagy a 124 · 4 · 4 szorzásokkal helyettesíthető. 354 · 48 = 354 · 24 · 2 = 354 · 12 · 2 · 2 = 354 · 6 · 2 · 2 · 2 vagy 354 · 48 = 354 · 6 · 8 512 · 49 = 512 · 7 · 7
21. Szöveggel adott probléma megoldása A 8. feladatlapot készítteti elő. „Hogyan tudjuk kiszámolni a nyolcszögek számát?” „A négyszögekét?” Megbeszélik, hogy ennél többet kell venni, mert lehet, hogy vágás közben rosszul törik! De ennyit fognak lerakni!	Egy sorban 16 nyolcszög van. 11 sor van. 16 · 11 = 176 nyolcszög kell. Egy lehetséges megoldás: Először a teljes négyszögek számát keresik meg. 15 · 10 = 150 ilyen van. A széleken 15 + 15 + 10 + 10 = 50 félbevágott négyszög van, ehhez 25 teljes lap kell. Ehhez jön még a négy sarokban lévő kis háromszög, amit összesen 1 négyszögből vághatnak el. Így 150 + 25 + 1 = 176 kis négyzet kell.
22. Szorzatok számítása többféle módon A 11. melléklet lapját és három hurkapálcát ad a csoportoknak. „Számítsátok ki, hány kis négyzetből áll a lap!” Az egyik gyerek odateszi a hurkapálcát valahogyan a laphoz. Erről kell a következőnek műveletet leolvasnia. A leolvasás kezdődjön mindig egyetlen kéttényezős szorzat leolvasásával! Pl.: 24 · 14.	Például: 

	Leolvasható: $14 \cdot 24 = (14 \cdot 10) \cdot 2 + (14 \cdot 4) = 336$ Vagy:  Leolvasható: $(24 \cdot 7) \cdot 2$
23. Szorzás kerek tízesekkel, százasokkal 9. feladatlap 1. feladatának megoldatása. Az előző tevékenységek és az első feladat megoldása után ismételten megbeszélik, hogy mit jelent a kerek tízesekkel való szorzás. Például: 50-nel úgy is szorozhatunk, hogy a szám 5-szörösét szorozzuk 10-zel! A második feladatot ennek megfelelően otthon oldják meg házi feladatként. A következő óra elején ellenőrzik.	A gyerekek gyakorolják a kerek tízesekkel való szorzást.

5. óra

24. Eltolás, elforgatás és tükrözés Kihív 4 gyereket az osztály elé. Tetszőleges (négyszög) alakzatban állnak. Egy-egy kezükkel kifeszítenek egy zárt spárgát. Megkérjük őket, hogy lépjenek – egyet az ajtó felé – kettőt a tábla felé – krétával nyilat rajzol a padlóra. Ekkorát és ebben az irányban kell lépniük. A helyükre mennek.	A többiek megfigyelik a gyerekek mozgását, és azt, hogy a négyszög alakja nem változott.

Minden csoportnak egy ív csomagolópapírt és egy másolópapírt (átlátszó papírt) ad. A csomagolópapírokra nyilat rajzol.
„Rajzoljatok négyszöget a csomagolópapírra, majd tegyétek rá a másolópapírt, és arra is rajzoljátok rá a négyszöget. Mozgassátok el a négyszöget a nyílnak megfelelően a másolópapír segítségével!”

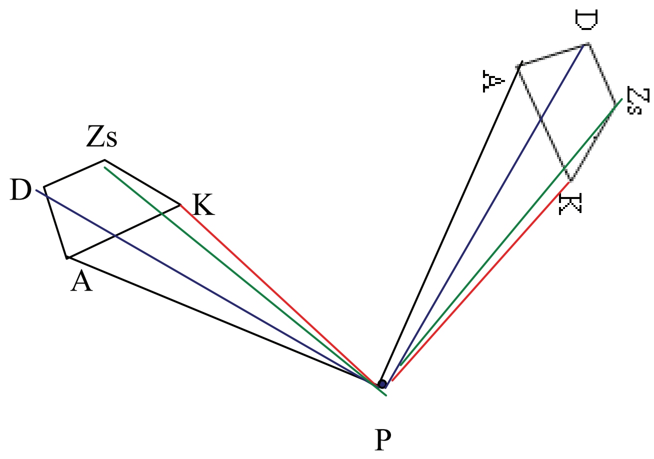


Annak észrevetetése, hogy a rajzban az előző tevékenység jelenik meg.
Ezután a gyerekeket jelölő pontok mellé odaírhatják a nevük kezdőbetűjét.

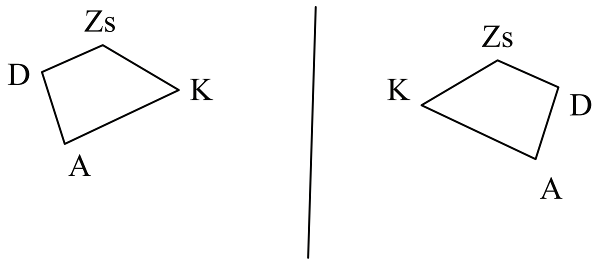
Újabb négy gyereket hív, és egy ötödiket, aki a középpont szerepét játssza. A négy gyerek mindegyike egy-egy különböző színű spárgával kapcsolódik a középponthoz.
Megkéri a négy gyereket, hogy
– forduljanak az óramutató járásának megfelelő irányban egy derékszögnyit a középpont körül
– az óramutató járásával ellentétes irányban 2, 3 derékszögnyit.
Megfigyelteti, hogy a forgás során nem ugyanakkorát lépett mindegyik gyerek.

Most a másolópapír segítségével egy négyszög elforgatását kéri.
Annak megfigyeltetése, hogy az előző tevékenységben a gyerekek mozgása és a négyszög mozgása megegyezik.

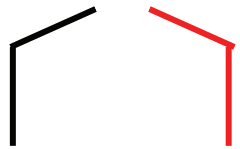
Amikor a rajzok elkészültek, beírhatják a gyerekek neveinek kezdőbetűit.



A harmadik tevékenység a tükrözés lesz. Ehhez az újabb négy gyerek elé a földön spárgával teszi ki a tükörtengelyt.



<table>
<tr><th>Tanítói tevékenység</th><th>Tanulói tevékenység</th></tr>
<tr><td>
25. Transzformációs játék
A négyzethálós táblán egy gyerek rajzol egy szakaszt. Erre válaszul a tanító rajzol egy másikat valamilyen szabály szerint, más színnel. Ismét a gyerek következik, majd a tanító.
Ha egy gyerek kitalálja, hogyan válaszolt a tanító, átveheti a szerepét. A kapcsolódó szakaszokból álló ábra és válaszábra legyen
– egymásnak tükörképe
– egymásnak derékszögű elforgatottja
– egymásnak eltolt képe
– egymásnak kicsinyített vagy nagyított képe
Ha jól értik a játékszabályt, párban, papíron folytatják a játékot.
</td><td>
Játékos formában gyakorolják szakaszok eltolt, elforgatott vagy tükörképének megrajzolását.

Például egymásnak tükörképe: A fekete szakaszokra a piros szakaszok adják a választ.

</td></tr>
<tr><td>
26. Tükörkép, elforgatott kép, eltolt kép keresése sormintán, parkettamintán
A 10. feladatlap előkészíttetése.
Az első feladat megoldása után megbeszélik, hogy
– melyik ábrát milyen mozgatással lehet a következőbe vinni,
– melyik ábrát milyen mozgatással lehet a kettővel, hárommal odébb levőbe vinni.
A második feladat megoldásához segítséget nyújt a négyzetrács.
A feladat második részéhez további megoldások keresése a füzetben lehetséges.
</td><td>
Megbeszélik, hogy a különböző színű, de egymás melletti négyszögek hogy kerülhetnek egymásra! A mozgatás megállapításához átlátszó papírt használhatnak, amire egy vagy több mintát rárajzolnak.
</td></tr>
<tr><td>
27. Hiányos szorzások
A 12. melléklet fóliájának közös megoldása. Mindig egy szorzást takar ki a fóliából.
<table>
<tr><td></td><td>6</td><td>7</td><td>7</td><td>·</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>6</td><td>0</td><td>8</td><td>·</td><td>7</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>4</td><td>2</td><td>5</td><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
<table>
<tr><td></td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>·</td><td>7</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>·</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td>4</td><td>7</td><td>7</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>9</td><td>6</td><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
<table>
<tr><td></td><td>6</td><td>2</td><td>7</td><td>·</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>6</td><td>0</td><td>8</td><td>·</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>5</td><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
„Írj te is egy szorzást a füzetedbe! Radírozz ki néhány számjegyet, és csak ezeket mutasd meg a padtársadnak! A társad találja ki, hogy mi volt az eredeti szorzás!”
</td><td>
Füzetben oldják meg a feladatokat. Egyesével ellenőrzik azok helyességét. Megbeszélik gondolkodási stratégiájukat.

A harmadik és a negyedik szorzás kétféleképpen is folytatható.

Párokban dolgoznak. Megvitatják, hogy lehet-e a kijelölt szorzást másképp is befejezni.
</td></tr>
<tr><td>
28. Házi feladat
A 11. feladatlap teendőinek megbeszélése
</td><td></td></tr>
</table>

6. óra

<table>
<tr><th>Tanítói tevékenység</th><th>Tanulói tevékenység</th></tr>
<tr><td>29. A házi feladat ellenőrzése</td><td>1. feladat: Megbeszélik a kiszámítási módokat
2. feladat:
<table>
<tr><td></td><td>4</td><td>7</td><td>6</td><td>·</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td>4</td><td>9</td><td>·</td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td>9</td><td>5</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>3</td><td>9</td><td>6</td><td></td><td></td></tr>
</table>
<table>
<tr><td></td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>·</td><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>5</td><td>5</td><td>2</td><td>·</td><td>9</td></tr>
<tr><td>1</td><td>7</td><td>6</td><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>4</td><td>9</td><td>6</td><td>8</td><td></td><td></td></tr>
</table>
Vagy
<table>
<tr><td></td><td>1</td><td>7</td><td>1</td><td>·</td><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>5</td><td>5</td><td>2</td><td>·</td><td>9</td></tr>
<tr><td>1</td><td>3</td><td>6</td><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>4</td><td>9</td><td>6</td><td>8</td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>30. Bontott alakban adott számok rendezése nagyság szerint

Kiosztja a 13. melléklet kártyakészletét a csoportoknak.

„Állítsátok nagyság szerint növekvő sorrendbe ezeket a számokat! Az egyenlőket tegyétek egymás alá!
Lehet, hogy nem is kell elvégezni a kijelölt műveleteket? Ellenőrzésként számoljatok csak ilyen esetekben!”</td><td>Közösen végzik a tevékenységet.

Beszámolnak gondolkodási stratégiájukról. Például elképzelhető, hogy először az egyenlőket keresték meg ($12 \cdot 20 = 120 + 120 = 24 \cdot 10$…), ezután viszonyították egymáshoz a számokat.
Például $240 - 24 < 120 + 120$, mert ha 240-ből elveszünk valamennyit, az biztosan kisebb lesz, mint 240 stb.</td></tr>
<tr><td>31. Mérőlap (30-35 perc)
– Írásbeli szorzás egyjegyű szorzóval
– Szorzás kerek tízesekkel
– Szorzás monotonitása
– Disztributivitás
A mérőlap megoldatása
Közösen végignézik a feladatokat, értelmezik az utasításokat.

„Változtathattok a feladatok sorrendjén. Mindenki azzal a feladattal kezdje, amelyik a legjobban tetszik neki, vagy amelyiket a legkönnyebbnek ítéli! Ha valakinek segítségre van szüksége, kézfeltartással jelezze!”

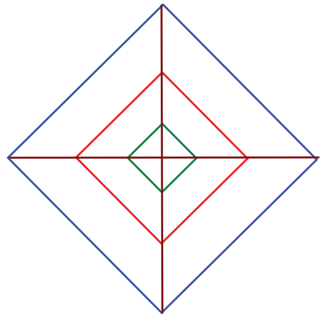
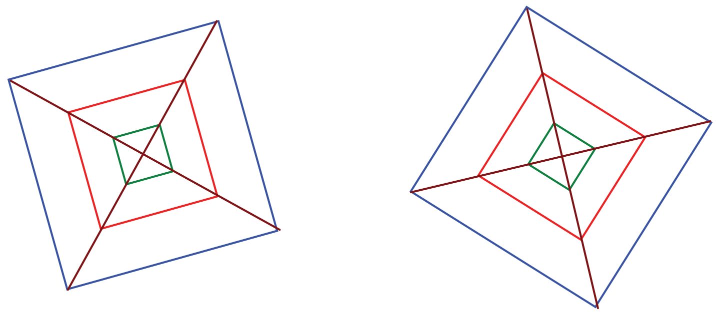
Ha valamelyik tanítványunk segítséget igényel, ne tagadjuk meg tőle, de jegyezzük fel, milyen jellegű probléma okozott nehézséget számára.</td><td></td></tr>
</table>

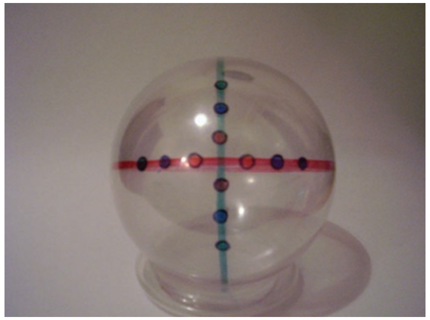
7. óra

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
32. Hasonlóság, egybevágóság a síkban *Szervezés:* A füzet, ceruza, vonalzó, körző előkészítése. „Ki tud példát mondani arra, hogy két ember vagy két dolog hasonló egymáshoz?”	„Hasonlítok a nővéremre.” „Este hallottam a tévében, hogy a holnapi időjárás hasonló lesz a maihoz.” „Az oroszlán is macska, csak kicsit nagyobbacska.” („De hiszen ebben nincs „hasonló!” „Nincs, de annyit jelent, hogy az oroszlán hasonlít a macskához.”)
„Mondhatjuk-e azt, hogy egy nagyapa, a fia és az unokája hasonlít egymásra?” „Akkor ez azt jelenti, hogy – kivetíti az 14. melléklet három képét –:  hogy ha ilyen a NAGYPAPA  akkor ilyen a FIA  és ilyen az UNOKÁJA	Előfordulhat! (Lehet, hogy példát is tudnak mondani saját családjukból.) Megvitathatják a valószínű derültség okát: a hasonlít szó nem jelent pontos azonosságot, nem jelenti, hogy csak nagyságukban térhetnek el egymástól. Akkor hasonlít, ha bizonyos vonásaikban megegyeznek. Pl. szemük színe és állása, vagy a mosolyuk, az orruk, vagy arcuk valamilyen szabálytalansága egyforma.
Mit jelent az, hogy „egyformák”? Geometriában mit jelent a „hasonló” szó? (3.-ban hallottatok már róla!)”	

Kivetíti a 15. melléklet képeit: „Mit gondoltok ezekről a képekről?” 	Ezek is hasonlítanak egymásra! Ugyanarról az emberről készültek, csak nem ugyanakkor. A második képen lefogyott a nagyapa. A harmadikon pedig még kövérebb lett, mint először.
„A matematikában is mondjuk-e ezekre az arcokra, hogy hasonlók?”	Látszik, hogy ugyanarról a nagyapáról készült, éppen azért, mert hasonlítanak. Nem! Nem ugyanolyan alakúak! Az egyik soványabb, a másik kövérebb! Nem hasonlók – bár hasonlítanak.
„És az előbbi képek?” (Esetleg visszateszi a 14. mellékletet e helyett.)	Igen, azok az arcok hasonlók, mert pontosan ugyanolyan alakúak, csak az egyik kisebb, a másik nagyobb.
Hogyan fogalmaztuk meg az elmúlt évben: mit jelent a matematikában az a kifejezés, hogy ’hasonló’?” (25. modul 6. lépés; 26., 40., 41. modul.)	Két test vagy két síkidom akkor hasonló, ha pontosan ugyanolyan az alakjuk. Nem is soványabb vagy kövérebb az egyik a másiknál, nem is ferdül el, legfeljebb lehetnek különböző nagyságúak.
„Mondjatok arra is példát, amikor ezt a szót használjuk: „egyforma”!”	Erre is példákat sorolnak: „Egyformák, mint két tojás.” „Barátommal egyforma magasak vagyunk.” „Döntetlen lett, mert egyforma jó a két csapat.”
„Valóban ezekben a helyzetekben – és sok más esetben – használjuk az „egyforma” szót. De valóban mindig a forma egyenlőségéről beszélünk ilyenkor?”	Nem. Néha a magasság, hosszúság, súly, szín... egyenlőségéről van szó. Ha a forma egyezik, akkor mondjuk éppen hasonlónak a két dolgot a matematikában.
Közlés: A „pontosan egyforma” helyett a matematika más szót használ éppen azért, hogy ne kelljen találgatni: milyen tulajdonságban egyeznek az összehasonlított tárgyak, alakzatok. Ha két alakzat egyforma (azaz pontosan ugyanolyan alakú) és még a nagyságuk is egyenlő, akkor őket **egybevágóknak** nevezzük a matematikában.	

Hogyan fogalmaztuk meg az elmúlt évben: mit jelent a matematikában az a ki„Volt-e a látott hat kép között két egybevágó?”	Igen, a két képsorban az első helyen ugyanolyan arc volt, ugyanolyan méretben.
Ennek igazolására egymásra illeszti a tanító a két melléklet első arcát (miközben eltakarja a másik két-két arcot).	
Ez után egymás alá illesztve a két – egybevágó – arcot, megkérdezi, hogy ezek hasonlók-e?	Hasonlók!
„Nem azt mondtátok az előbb, és nem bizonyítottuk is be, hogy ezek egybevágók?”	Lehet, hogy vita alakul ki: mert nem könnyű a két fogalom viszonyát átlátni. Bizonyára meg tudják győzni egymást arról, hogy ha egybevágó, akkor ezzel már azt is kimondtuk, hogy hasonló. Hiszen ha egybevágók, akkor amellett, hogy ugyanakkorák, egyező alakúak is, azaz hasonlók!
„Mondhatom-e, hogy ha két test vagy két rajz hasonló, akkor egybevágó?”	Az még nem biztos, mert a nagyságuk különbözhet.
„És azt, hogy ha két test vagy két rajz egybevágó, akkor hasonló?”	Igen. Ez már biztos!
Kivetíti a 16. melléklet ábráit, amelyeket különvágva helyez egymás mellé az írásvetítőre a tanító.	
„Mit mondhatunk a két zsiráfról ezen az ábrán?	Megnézik a két képet, és ilyen egymáshoz képes elforgatott helyzetben is megpróbálják összehasonlítani őket.
	Vitathatják a méret és az alak azonosságát is. Kimondhatják, hogy ugyanolyan alakúak, tehát hasonlók, gondolhatják, hogy egyúttal egybevágók is.
„Hogyan tudnátok ellenőrizni és igazolni elgondolásotokat?”	Vállalkozó tanuló egymásra illeszti a két képet az írásvetítőn. Ezzel igazolja, hogy hasonlók, sőt egybevágók az ábrák.
A következő utasításokat lépésenként diktálja, miközben maga is elvégzi a rajzolást az írásvetítőre illesztett fólián (17. melléklet): – „Rajzoljatok vastag hegyű ceruzával vagy filctollal a füzetlapra két, egymásra merőleges egyenest a négyzetháló mentén! – Jelöljetek ki a függőleges egyenes vonalon lefelé is, fölfelé is egy-egy pontot a metszésponttól két négyzetoldalnyi távolságra! – Most a vízszintes egyenes vonalon is jelöljetek ki egy-egy pontot a metszésponttól balra is, jobbra két négyzetoldalnyi távolságra! – Más színű ceruzával vagy tollal kössétek össze a szomszédos, egymáshoz közelebb eső pontokat! Négyszöget kaptok.	Elkészítik a rajzot, lépésenként végrehajtva a tanító utasításait, ellenőrizve munkájukat az írásvetítőn készült rajzon.

Ismételjétek meg ugyanezt, ugyanezen az ábrán úgy, hogy a négy kijelölt pont mindegyike a metszésponttól öt-öt négyzetoldalnyira essen! Újabb, az előzőnél nagyobb négyszöget kaptok.”	
„Ismételjétek meg ugyanezt, ugyanezen az ábrán úgy, hogy a négy kijelölt pont mindegyike a metszésponttól kilenc-kilenc négyzetoldalnyira essen! Újabb, az előző kettőnél nagyobb négyszöget kaptok.”	Elkészítik a másik két rajzot is. 
„Hasonlítsátok össze a három négyszöget! Mit mondhattok róluk?”	– Mindegyik négyzet lett.
„Biztosak vagytok benne? Mutassátok meg!” *(Ezek a „megmutatások” még nem valódi bizonyítások, de a négyzet fontos tulajdonságainak felidézésén alapulnak, ezért 4. osztályban el kell fogadnunk.)* „Fogadjuk el most, hogy ezek valóban négyzetek; ha egészen pontosan tudnánk elkészíteni a rajzokat, akkor valóban egyenlő oldalú téglalapok lennének, azaz négyzetek.”	Hajtogatott derékszöggel mérhetik a négyszögek szögeit; vonalzóval vagy papírcsíkkal mérhetik az oldalhosszakat; bemutathatják – pl. tükör segítségével, hogy az átlójukra nézve tükrösek. Tehát négyzetek.
„Mit gondoltok: hasonló, vagy nem hasonló a három négyzet egymással?”	– Mind a három ugyanolyan alakú. Hasonlók. Nemcsak hasonlónak látszanak, de minden négyzetről tudhatják is, hogy ugyanolyan alakúak.
Forgassátok összevissza a füzetlapot, és figyeljétek meg, milyeneknek látszanak ezek a négyszögek!	Az összevissza forgatás meglepően más hatást keltő ábrákhoz vezet. 

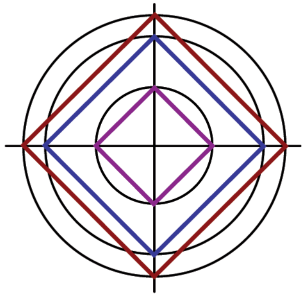
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
33. Hasonlóság, egybevágóság a gömbön *Szervezés:* A rajzgömbök és a gömbi vonalzók, körzők, filctollak, törlők előkészítése. „Játsszuk el most ugyanezt a gömbön! Rajzoljatok a gömbre két, egymásra merőleges gömbi egyenest, vagyis főkört! Ügyeljetek arra, hogy csak a beosztással ellátott élek mentén rajzolhatunk és mérhetünk gömbi egyeneseket, vagyis főköröket!" – mutatja a saját eszközeivel.  „A metszésponttól mind a négy irányban jelöljetek ki a két főkörön egy-egy pontot tíz osztásrésznyi távolságra a gömbi vonalzó beosztása mentén!" 	 A gömbi vonalzó segítségével megrajzolják előbb az egyik főkört, aztán a rá merőleges „fogantyú" mentén a másik főkör egyik felét. Erre ráillesztve a gömbi vonalzót, befejezik a második főkör (gömbi egyenes) rajzolását.
„Más színű filctollal kössétek össze a szomszédos, egymáshoz közelebb eső pontokat! Gömbi négyszöget kaptok."	Az utasítást és a mintát követve elkészítik az első négyszöget.
„Ismételjétek meg ugyanezt, ugyanezen az ábrán úgy, hogy a négy kijelölt pont mindegyike a metszésponttól harminc-harminc osztásrésznyi távolságra essen! Újabb, az előzőnél nagyobb négyszöget kaptok."	
„Ismételjétek meg ugyanezt, ugyanezen az ábrán úgy, hogy a négy kijelölt pont mindegyike a metszésponttól hatvan-hatvan osztásrésznyi távolságra essen! Újabb, az előző kettőnél nagyobb négyszöget kaptok."	Megrajzolják a másik két gömbi négyszöget is.

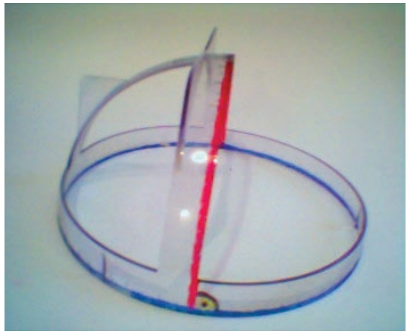
„Milyenek ezek a négyszögek?” „Egymással összehasonlítva a három négyszöget: ugyanolyan-e az alakjuk?” „Mit gondoltok: vannak-e a gömbi négyszögek között hasonló, de nem egybevágó négyszögek?” *(Nagyobb vagy kisebb gömbön ennél nagyobb, illetve kisebb négyszög lesz ugyanilyen alakú!)*	 Mindegyik négyszögnek egyenlő a négy oldala. Úgy látszik, hogy a szögeik is egyenlők. Látványként is megállapíthatják, hogy nem ugyanolyan az alakjuk. Minél nagyobb a négyszög, egyben annál kövérebb. A kicsinek majdnem valóban egyenesek az oldalai! Ezek nem hasonlók! (Ellenvélemény is lehet.) Csak sejtéseket fogalmazhatnak meg, de a látvány alapján valószínűleg érzik, hogy csak az ugyanakkora négyszögek lehetnek hasonlók egy gömbön. Nincsenek hasonló, de nem egybevágó gömbi négyszögek.
Folytatás: csak nagyon érdeklődő és ügyes gyerekekkel: „Hogyan tudnánk biztosan megállapítani, hogy egyező-e az alakjuk ezeknek a négyszögeknek?” „Mérjétek meg a szögeiket a kicsitől a nagyobbak felé haladva!” Mit tapasztaltatok? „Próbáljatok olyan nagy kört rajzolni a jelölt középpont köré, hogy az előbbi módon rajzolt négyszög szögei éppen 2 derékszög nagyságúak legyenek!”	Javasolhatják a szögek megmérését. Elvégzik a méréseket. Nem egyenlő a szögek nagysága: az egészen pici gömbnégyszög szögei kicsivel nagyobbak derékszögnél, a legnagyobbnak mind a négy csúcsa egyetlen majdnem ugyanarra a főkörre esik, szögei majdnem két derékszög nagyságúak. Ilyent is tudnak rajzolni: ez a kör egyben főköre is lesz a gömbnek. 

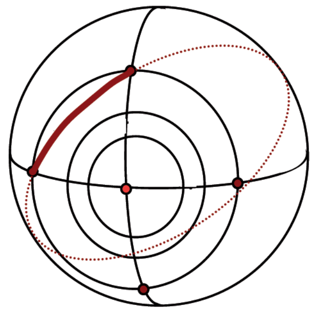
Érdekes további, felvethető kérdések: „A „nagyon kicsi” vagy „nagyon nagy” gömbi négyszögek hasonlítanak-e jobban a síkbeli négyszögekhez?” „Szabályosak-e ezek a gömbi négyszögek az elkészített ábrákon?” „Akkor hát miben térnek el a síkbeli négyzetektől?”	A kisebbek jobban hasonlítanak a síkbeliekhez, a nagyobbak egyre jobban eltérnek a síkbeliektől. Nagyon gyorsan haladó gyerekek még azt is felfedezhetik, hogy a lehető legnagyobb gömbi négyszögek teljes főkörré „kerekednek ki”. Szabályosak, hiszen minden oldaluk egyforma hosszú, és minden szögük egyforma nagy. Csak annyiban, hogy az egyenlő szögek nem mind derékszögek!
34. Milyen tartományokra, „országokra” bontják a főkörök a gömböt? „Rajzoljatok az üres gömbre egy teljes, kék gömbi főkört! Hány tartományra, országra bontja ez a főkör a gömböt? Egybevágók-e ezek az országok?”	Elkészítik a rajzot. Két egybevágó félgömböt kapunk.
„Rajzoljatok a gömbre még egy, zöld gömbi főkört! Hány tartományra, országra bontja a kék és a zöld főkör a gömböt?”	Megszámolják (esetleg egy-egy pöttyel jelölve a tartományokat): négy ország keletkezik.
„Vannak-e az országok között olyanok, amelyek egybevágók egymással?”	A négy gömbkétszög közül az egymással szemben fekvő kétszögek egybevágók. (Félgömb-fóliára átrajzolva az egyiket, rácsúsztathatják a másikra, hogy igazolják a megsejtett egybevágóságot.)
„Sikerült-e valakinek úgy rajzolni a zöld főkört, hogy a két főkör csupa egybevágó országra bontotta a gömböt?” *(Érdekes, a síkbelinél könnyebb és érthetőbb bevezetése a merőlegesség fogalmának, mert itt véges, jól ismert, nem végtelen, ábrázolhatatlan tartományok szerepelnek.)*	Ez akkor sikerült, ha a két főkör merőleges lett egymásra.
„Rajzoljatok az üres gömbre egy kék, egy zöld és egy piros gömbi főkört! Hány tartományra, országra bontja ez a három főkör a gömböt?”	Nem könnyű összeszámolni! Nyolc gömbháromszöget kapunk. 
„Vannak-e az országok között olyanok, amelyek egybevágók egymással?”	Az ábrán látható (de ez sem túl egyszerűen), hogy az egymással szemben fekvő háromszögek mindig azonos alakúak. Mégis van közöttük különbség: egymás tükörképei. 

	Ha a gyerekek az egyik háromszöget átlátszó félgömb-fóliára másolják, és az átrajzolt háromszöggel megpróbálják pontosan lefedni a szemben fekvő háromszöget, kiderül, hogy ez általában nem sikerül. A pontos fedés csak akkor sikerül, ha a gömbháromszög egyenlő szárú. (Megjegyzés: Nem könnyű a gömbre „általános” háromszöget rajzolni!)
„Lehet-e úgy rajzolni a három főkört, hogy csak kétféle, nem egybevágó ország legyen a gömbön?”	Kísérletezhetnek a gyerekek; nem könnyű előre látni a választ. Meglepő, hogy ehhez nem elég, ha valamelyik háromszög egyenlő szárú. Olyan háromszögre van szükség, amelynek pontosan két derékszöge van. Az ábrán látható, hogy ilyenkor négy „vékonyabb” egybevágó, kétszer derékszögű gömbháromszöget és négy „vastagabb” egybevágó, kétszer derékszögű gömbháromszöget kapunk. 
„Lehet-e úgy rajzolni a három főkört, hogy valamennyi ország egybevágó legyen?”	Igen, ha a három főkör közül bármelyik kettő merőleges egymásra. 
Érdekes kérdés: „Lehetséges-e három, páronként merőleges egyenes vonalat rajzolni a síkban?” (Érdeklődőbb tanulók számára hasznos biztosítani több alkalmat is a próbálkozásokra.)	(Nem lehet.) Azok a gömbi háromszögek is mind jók lesznek, amelyeket ilyen kétszögekből állítanak elő úgy, hogy két-két egybevágó háromszöggé vágják őket. Így kapják az ún. oktáns-háromszögeket. (A piros és kék főkör által határolt négy gömbi kétszöget a rájuk is merőleges zöld főkör osztja 8 egybevágó háromszögre.) 

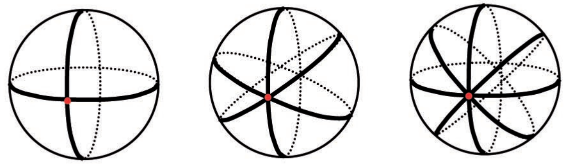
+ 1 óra

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
Hasonlóság, egybevágóság a síkban *Szervezés:* A füzet, ceruza, vonalzó, körző előkészítése. „Rajzoljatok a füzetlapra két, egymásra merőleges egyenest! (Haladhatnak a négyzetháló vonalain!) Metszéspontjukat középpontnak választva rajzoljatok három különböző sugarú kört a középpont körül!” „Kössétek össze egyenes szakaszokkal azokat a pontokat, ahol egy-egy kör metszi a két egymásra merőleges egyenest! Különböző színeket használjatok a különböző körökön található metszéspontok összekötéséhez!” „Milyen síkidomokat kaptatok?”	Elvégzik a rajzolást az utasítás szerint. Megkeresik a megnevezett pontokat, és ezeket összekötik egymással. [illegible]k. 
Esetleg négyzeteknek látják a négyszögeket; ezt azonban kérjük, hogy mutassák meg, igazolják valahogyan.	Hajtogatott derékszöggel mérhetik a négyszögek szögeit; vonalzóval, vagy papírcsíkkal mérhetik az oldalhosszakat; bemutathatják – pl. tükör segítségével, hogy az átlójukra nézve tükrösek.
(Ezek a „megmutatások” még nem valódi bizonyítások, de a négyzet fontos tulajdonságainak felidézésén alapulnak, ezért 4. osztályban el kell fogadnunk.) „Fogadjuk el most, hogy ezek valóban négyzetek; ha egészen pontosan tudnánk elkészíteni a rajzokat, akkor valóban egyenlő oldalú téglalapok lennének, azaz négyzetek.”	
„Mit gondoltok: hasonló, vagy nem hasonló a három négyzet egymásra?”	Nemcsak hasonlónak látszanak, de minden négyzetről tudhatják is, hogy ugyanolyan alakúak.
Ha azt mondjuk: „Két négyszög a síkon hasonló egymáshoz”, akkor ez ugyanazt jelenti, mint amikor azt mondjuk: „Ez a nagypapa nagyon hasonlít a fiára meg az unokájára”?	Nem. Az emberek hasonlíthatnak egymásra, mégsem ugyanolyan az alakjuk.
A matematikában mást jelent ez a szó, mint a köznapi beszédben. Ha ugyanazt jelentené, akkor: – bemutatja az 1. A melléklet képsorát…	
„Tehát milyen alakzatokra mondjuk a matematikában, hogy hasonlók?”	Amelyeknek pontosan ugyanolyan az alakjuk. (Nem is hosszúkásabbak, nem is kövérebbek.)

„Mondhatjuk-e, hogy nagyapa két azonos fényképfelvétele nagyon hasonlít egymásra – akkor is, ha nagyításuk sem különbözik?” (1.B melléklet) „Hát azt mondhatjuk-e két egyenlő nagyságú négyzetről, hogy hasonlók?” „Vannak-e a síkon hasonló, de nem egybevágó négyzetek?”	Mondhatjuk, de nem nagyon szokás ezt állítani. Inkább azt, hogy a két kép ugyanolyan. Igen. Ha hasonlók, és egyben ugyanakkorák, akkor egybevágók. Vannak. Pl. ilyeneket rajzoltunk az előbb.
Hasonlóság, egybevágóság a gömbön *Szervezés:* A rajzgömbök és a gömbi vonalzók, körzők, filctollak, törlők előkészítése. „Rajzoljatok a gömbre két, egymásra merőleges gömbi egyenest, vagyis főkört!”	A gömbi vonalzó alap-főkörének segítségével megrajzolják előbb az egyik főkört, aztán a rá merőleges nyereg mentén a másik főkör egyik részét. Erre ráillesztve a gömbi vonalzót, befejezik a második főkör (gömbi egyenes) rajzolását. Ügyeljünk arra, hogy csak a két skálázott él (a piros vonal és a kék vonal) mentén rajzolhatunk gömbi főköröket, vagyis gömbi egyeneseket. A többi, nem-skálázott él gömbi kisköröket, tehát nem gömbi egyeneseket ad. 

„Válasszátok középpontnak az egyik metszéspontjukat! Rajzoljatok három különböző sugarú gömbi kört e középpont körül!” „Tudjátok, hogy mi lesz a következő kérésem?”	A párok egymás segítségével megrajzolják a három különböző nagyságú kört. Valószínűleg ráismernek az előző feladatsorra, és tudják, hogy most a gömbi egyenesek és a gömbi körök metszéspontjait kell megkeresni, majd ezeket a metszéspontokat kell egy-egy színnel összekötni a gömbi vonalzó segítségével. Ezt meg is fogalmazzák: „Adott gömbi kör négy metszéspontjából a szomszédosakat összekötjük főkörívekkel.” 
„Milyen alakzatokat kaptatok?” „Nézzük meg ezeket a négyszögeket! Csak érzésre, első benyomásra mi a véleményetek: hasonló alakúak?”	Három gömbi négyszöget kaptunk. Valószínűleg látványként is megállapíthatják, hogy nem ugyanolyan az alakjuk. Ellenvélemény is lehet.
„Hogyan tudnánk biztosan megállapítani, hogy egyező-e az alakjuk ezeknek a négyszögeknek?” „Mérjétek meg a szögeiket a kicsitől a nagyobbak felé haladva!” Mit tapasztaltatok?	Javasolhatják a szögek megmérését. Elvégzik a méréseket. Nem egyenlő a szögek nagysága: az egészen pici gömbnégyszög szögei kicsivel nagyobbak derékszögnél, a legnagyobbnak mind a négy csúcsa egyetlen majdnem ugyanarra a főkörre esik, szögei majdnem két derékszög nagyságúak.
„Próbáljatok olyan nagy kört rajzolni a jelölt középpont köré, hogy az előbbi módon rajzolt négyszög szögei éppen 2 derékszög nagyságúak legyenek!”	Ilyent is tudnak rajzolni: ez a kör egyben főköre is lesz a gömbnek. 

„Nagyítás" a gömbön „Válasszátok most a két merőleges gömbi főkör másik metszéspontját a körök középpontjának! Rajzoljatok két kört e köré úgy, hogy az előbbi módon rajzolt egyik négyszög oldalai körülbelül kétszer akkorák legyenek, mint a másik négyszög oldalai!" „Mérjétek meg a két négyszög szögeit gömbi szögmérővel! Egyformák-e a szögek a két négyszögben?" „Melyik négyszög szögei nagyobbak?" „Igaz-e, hogy abban a négyszögben, amelyben az oldalak kétszer olyan hosszúak, mint a másikban, a szögek is kétszer akkorák, mint a másikban?" „Szerintetek vannak-e a gömbön hasonló, de nem egybevágó négyszögek?"	Elvégzik a rajzolást. Megmérik a szögeket, és megállapítják, hogy ismét nem azonos nagyságúak a két négyszög szögei. A nagyobb négyszög szögei is nagyobbak. Nem igaz. Megsejthetik, hogy nincsenek. Ha két négyszögnek az alakja egyforma, akkor a mérete is ugyanakkora. (Ez azonban csak sejtés marad; az eddigi vizsgálódás nem kell, hogy mindenkit meggyőzzön.)
Jó, ha a tanító elkészít egy előbbi módon szerkesztett négyszöget egy nagy narancson (grapefruiton), amely viszont hasonló a rajzgömbön készült négyszöghöz. Fogalmaztassa meg a gyerekekkel, hogy úgy lehet hasonló, de nem egybevágó gömbi négyszögeket elképzelni, ha a gömb is más méretű.	
Ha az idő engedi, háromszögek rajzolását is kezdeményezheti a tanító, melyek közül oldalai szerint az egyik kétszeres „nagyítása" a másiknak, s megméretheti a háromszögek szögeit is.	Itt is felismerhetik, hogy minél nagyobb egy háromszög, annál nagyobbak a szögei is. 

Parkettázzuk a gömböt! „Mit gondoltok, hogy a gömbfelületet lehet-e egybevágó formákkal parkettázni?” „A síkon milyen formákkal tudtunk parkettázni?”	Megfogalmazzák gondolataikat, elképzelésüket. Felidézhetik tapasztalataikat, hogy mindenféle háromszöggel, mindenféle négyszöggel sikerült; aztán voltak olyan hatszögek (pl. a szabályos hatszög, vagy ami ilyen hatszögből keletkezik összenyomással, széthúzással), ötszögek..., amelyekkel tudtak parkettázni, sőt bizonyos görbe határvonalú síkidomokkal is.
„Próbálkozzatok olyan háromszöget, kétszöget, négyszöget alkotni a gömbön, amellyel hézag- és átfedés-mentesen lefedhető a gömb felülete!”	Próbálkoznak. Rájöhetnek, hogy pl. olyan gömbi kétszögekkel lehet parkettázni, amelynek a „sarkokon” megjelenő szöge egész számszor ráfér a teljes körülfordulás szögére.  ... 
(Érdeklődőbb tanulók számára hasznos biztosítani több alkalmat is a próbálkozásokra.)	Azok a gömbi háromszögek is mind jók lesznek, amelyeket ilyen kétszögekből állítanak elő úgy, hogy két-két egybevágó háromszöggé vágják őket. Így kapják az ún. oktáns-háromszögeket. (A piros és kék főkör által határolt négy gömbi kétszöget a rájuk is merőleges zöld főkör osztja 8 egybevágó háromszögre.)