

---

# MÉRÉSEK, GEOMETRIAI SZÁMÍTÁSOK

Gyakorló feladatok

---

KÉSZÍTETTE: TÓTH LÁSZLÓ, PUSZTAI JULIANNA

## MODULLEÍRÁS

<b>A modul célja</b>	A térfogatszámítás gyakorlása, elmélyítése. A tanulók tudásának diagnosztizáló és értékelő felmérése.
<b>Időkeret</b>	2 óra
<b>Ajánlott korosztály</b>	5. osztály
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	<i>Tágabb környezetben:</i> Testek, mérések. <i>Szűkebb környezetben:</i> Téglatest felszíne, térfogata. <i>Ajánlott megelőző tevékenységek:</i> A térfogat mértékegységei. A testek térfogatának mérése, kiszámítása. <i>Ajánlott követő tevékenységek:</i> További testek térfogata 7–8. osztályban (hasábok, hengerek, gúlak).
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	<i>Számolás kompetencia:</i> számolás gyakorlása, becslés, közelítő számítások <i>Kombinatívítás, rendszerezés kompetencia:</i> eredmények változásának megfigyelése az adatok megváltozása esetén <i>Becslés, mennyiségi következtetés:</i> Mért és becsült adatokból történő számítások. <i>Szövegértés kompetencia:</i> A tanult elnevezések helyes használata. Szöveges feladatok értelmezése, átültetése a matematika nyelvére. <i>Induktív következtetés:</i> A téglatest térfogatának számítása.

## AJÁNLÁS

Javasoljuk, hogy a gyerekek főként önálló munkában dolgozzanak ebben a két órában, hogy kiderüljön, kinek melyik területen szorul pontosításra a tudása. Az ellenőrzés, a megoldások megbeszélése természetesen lehet csoportban vagy osztályszinten.

A felmérő dolgozat célja a tanulók tudásának megismerése, nem az osztályzat. Szöveges értékelést feltétlenül kapjanak a tanulók, esetleg – ha a körülmények úgy adódnak – osztályzatot is kaphatnak.

## TÁMOGATÓ RENDSZER

Felmérő feladatlap A és B csoport.

## ÉRTÉKELÉS

A gyerekek munkájának folyamatos megfigyelése, szóbeli és írásbeli értékelése.

Az eszközhasználat diagnosztizáló felmérése.

Téglalap terület- és téglatest térfogat számítási feladatok megoldásának diagnosztizáló és értékelő felmérése.

# MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
<b>I. Gyakorló feladatok a testek térfogata témakörében</b>			
1.	Gyakorláshoz, elmélyítéshez, értékeléshez kapcsolódó változatos feladatok	Matematikai szemlélet fejlesztése	Tanulói munkafüzet: 1., 2. feladatlap
<b>II. Felmérő dolgozat írása</b>			
	Diagnosztizáló és értékelő felmérés		Felmérő dolgozat A., B.

# A FELDOLGOZÁS MENETE

## I. Gyakorló feladatok a testek térfogata témakörében

### 1. Gyakorláshoz, elmélyítéshez, értékeléshez kapcsolódó változatos feladatok

Az 1. és 2. feladatlap feladatai.

Az egymáshoz kapcsolódó egyszerűbb és összetettebb feladatokat részben a fejezet egyes részeihez kapcsolva, részben ehhez az összefoglaló, rendszerező órán használhatjuk. A térfogatszámítás mellett fontos szerepet kap a szorzat változásáról tanult felelevenítése. Az egységkockából felépülő testek térfogatának meghatározását a téglatestre vonatkozó rész elején is elvégezhetjük.

Természetesen az osztály színvonalának megfelelő gyakorló, összefoglaló jellegű feladatokat adjunk ezen az órán. Szerepeljen mértékváltás és szöveges feladat is. Válogathatunk a 0591., 0592. modulok el nem végzett feladataiból is.

### 1. FELADATLAP

1. Számítsd ki a téglatestek térfogatát, majd figyeld meg, hogyan módosulnak a kapott térfogatok, ha egy vagy több él hosszát megváltoztatjuk!

$a$ (cm)	1	1	2	3	5
$b$ (cm)	1	2	3	5	8
$c$ (cm)	2	3	5	8	13
$V$ (cm <sup>3</sup> )	2	6	30	120	520

a) Változtasd az  $a$  éleket kétszeresükre! Számítsd ki a térfogatokat! Hogyan változtak a térfogatok az eredetihez képest? **A térfogatok kétszeresükre nőttek.**

$a$ (cm)	2	2	4	6	10
$b$ (cm)	1	2	3	5	8
$c$ (cm)	2	3	5	8	13
$V$ (cm <sup>3</sup> )	4	12	60	240	1040

b) Változtasd a  $b$  éleket kétszeresükre! Számítsd ki a térfogatokat! Hogyan változtak a térfogatok az eredetihez képest? **A térfogatok kétszeresükre nőttek.**

$a$ (cm)	1	1	2	3	5
$b$ (cm)	2	4	6	10	16
$c$ (cm)	2	3	5	8	13
$V$ (cm <sup>3</sup> )	4	12	60	240	1040

c) Változtasd a  $c$  éleket kétszeresükre! Számítsd ki a térfogatokat! Hogyan változtak a térfogatok az eredetihez képest? **A térfogatok kétszeresükre nőttek.**

$a$ (cm)	1	1	2	3	5
$b$ (cm)	1	2	3	5	8
$c$ (cm)	4	6	10	16	26
$V$ (cm <sup>3</sup> )	4	12	60	240	1040

**d)** Változtasd meg a hiányzó két élt a kétszeresére! Számítsd ki a térfogatokat! Hogyan változtak a térfogatok az eredetihez képest? **A térfogat négyszeresére nőtt.**

$a$ (cm)	1	2	4	6	10
$b$ (cm)	2	4	3	10	16
$c$ (cm)	4	3	10	8	13
$V$ (cm <sup>3</sup> )	8	24	120	480	2080

**e)** Változtass meg két tetszőleges élt a kétszeresére! A harmadikat csökkentsd a felére! Számítsd ki a térfogatokat! Hogyan változtak a térfogatok az eredetihez képest? **A térfogat kétszeresére nőtt.**

$a$ (cm)	2	2	1	6	10
$b$ (cm)	2	1	6	10	4
$c$ (cm)	1	6	10	4	26
$V$ (cm <sup>3</sup> )	4	12	60	240	1040

**f)** Ha két él hosszát megduplázod, hogyan kell változtatnod a harmadikat, hogy a térfogat ne változzon? Ellenőrizd elképzelésedet! **A harmadikat negyedére kell csökkenteni!**

$a$ (cm)	2	2	0,5	6	10
$b$ (cm)	2	0,5	6	10	2
$c$ (cm)	0,5	6	10	2	26
$V$ (cm <sup>3</sup> )	2	6	30	120	520

**g)** Változtasd meg mindhárom élt a kétszeresére! Számítsd ki a térfogatokat! Hogyan változtak az eredetihez képest? **8-szorosára nőtt**

$a$ (cm)	2	2	4	6	10
$b$ (cm)	2	4	6	10	16
$c$ (cm)	4	6	10	16	26
$V$ (cm <sup>3</sup> )	16	48	240	960	4160

**h)** Növeld az  $a$ , majd a  $b$ , végül a  $c$  élt 2-vel! Számítsd ki a térfogatokat! Igaz-e, hogy a térfogat ugyanannyival változott mindegyik esetben? Igaz-e, hogy a térfogatok ugyanannyiszorosukra változtak mindhárom esetben? **Nem igaz.**

$a$ (cm)	$1 + 2$	1	2	3	5
$b$ (cm)	1	$2 + 2$	3	5	$8 + 2$
$c$ (cm)	2	3	$5 + 2$	$8 + 2$	13
$V$ (cm <sup>3</sup> )	6	12	60	150	650

**i)** A fenti feladatok alapján válaszolj a kérdésekre!  
 Hogyan lehet változtatni egy téglatest éleit, hogy a térfogata 12-szeresére változzon és  
 – csak egy élt változtathatsz; **Bármelyik élt 12-szeresére kell növelni.**  
 – két élt változtathatsz; **Az egyiket 2 (3), a másikat 6 (4)-szeresére kell növelni.**  
 – három élt változtathatsz? **Az egyiket 3, a másik kettőt 2-2-szeresére kell növelni.**  
 Keress több megoldást!

**2.** Egy kocka egy csúcsából induló éleit rendre megnöveltük. Az egyiket kétszeresére, a másikat háromszorosára, a harmadikat ötszörösére. Hányszorosára nőtt a kocka térfogata?  **$2 \cdot 3 \cdot 5$ -szörösére, azaz 30-szorosára**

Mekkoraak lehettek eredetileg a kocka élei, ha az így kapott test térfogata 810 cm<sup>3</sup>?

810 : 30 = 27, így az élek 3 cm-esek voltak.

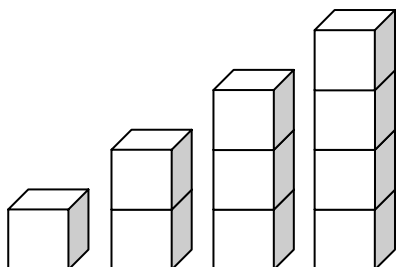
## 2. FELADATLAP

1. Egy kocka élei 5 cm hosszúak. Mekkora a felszíne és a térfogata?

$$A = 5 \cdot 5 \cdot 6 = 150 \text{ cm}^2. \quad V = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \text{ cm}^3.$$

Illessz egymásra két (három, négy) ilyen kockát! Milyen testet kaptál?

Téglatesztet, ezen belül négyzetes oszlopot.



Mekkora a térfogata a kapott testeknek?

2-, 3- illetve 4-szeres, azaz 250, 375 illetve 500 cm<sup>3</sup>

Mekkora a felszínük?

– 5; 5 és 10 cm-es élekkel: 250 cm<sup>2</sup>;

– 5; 5; 15 cm-es élekkel: 350 cm<sup>2</sup>;

– 5; 5 és 20 cm-es élekkel: 450 cm<sup>2</sup>

Igaz-e, hogy ugyanúgy változott a felszín, mint a térfogat?

Nem.

2. Egy kocka élei 4 cm hosszúak. Számold ki a felszínét és a térfogatát!

$$A = 4 \cdot 4 \cdot 6 = 96 \text{ cm}^2 \quad V = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64 \text{ cm}^3$$

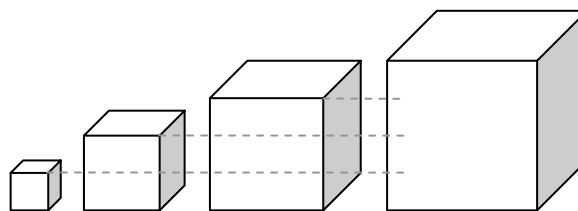
Növekd az éleit kétszeresükre (háromszorosukra, négyszeresükre)! Számítsd ki az így kapott kockák felszínét és térfogatát!

Hogyan változott a felszín és a térfogat,

amikor az élek kétszeresükre

(háromszorosukra, négyszeresükre) változtak?

A felszín 4-szeresre (9- illetve 16-szorosra),  
a térfogat 8-szorosra (27- ill. 64-szeresre) nőtt.



3. Egy akvárium alapélei 25 cm, 45 cm, magassága 1 m. 80 cm magasságig áll benne a víz.

Hány liter a benne lévő folyadék?

$$25 \cdot 45 \cdot 80 = 90\,000 \text{ cm}^3 = 90 \text{ dm}^3 = 90 \text{ l},$$

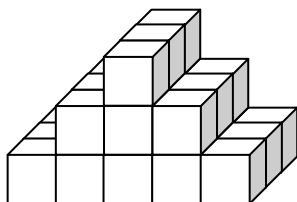
Ha 3 dl-es pohárral töltöttük meg, hányszor kellett fordulnunk? 300 fordulat

$$(90 \text{ l} = 900 \text{ dl}; 900 \text{ dl} : 3 \text{ dl} = 300)$$

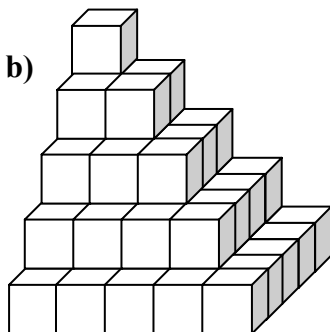
4. Számítsd ki a képen látható testek térfogatát többféleképpen, ha az azokat felépítő kockák éle 1 cm!



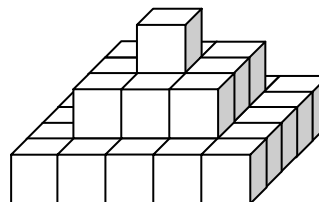
a)



b)



c)



$$V_a = (1 + 3 + 5) \cdot 3 = 27 \text{ cm}^3 \quad V_b = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 55 \text{ cm}^3. \quad V_c = 25 + 9 + 1 = 35 \text{ cm}^3.$$

Mekkora lennének a térfogatok, ha az egységkocka éle 2 cm lenne?

Az egységkocka térfogata 8-szorosára nőne, így az összetett testek térfogatai is 8-szorosak lennének.

5. Egy kocka felszínének és térfogatának mérőszáma megegyezik. Mekkora az élei?

$6 \cdot a \cdot a = a \cdot a \cdot a$ , így  $a = 6$  egység (ami természetesen magyarázatra szorul).

6. Egy akvárium éleinek hossza 4 dm, 8 dm és 2 dm. Mekkora az élei egy vele azonos térfogatú kocka alakú akváriumnak?

$V = 4 \cdot 8 \cdot 2 = 64 \text{ dm}^3$ , ki lehet találni, hogy a kocka éle 4 dm.

7. Egy medencének az alapélei 10 m és 20 m, a benne lévő víz magassága 2 m. Egyszerre 8 úszó ugrik fejest a vízbe. Mennyivel emelkedik meg a vízszint, ha az úszók átlagosan  $75 \text{ dm}^3$  térfogatúak?

Az úszók össztérfogata  $8 \cdot 75 = 600 \text{ dm}^3$ , így a vízszintemelkedés mindössze

$600 : (100 \cdot 200) = 600 : 20\,000 = 0,03 \text{ dm} = 3 \text{ mm}$ ! A hullámok sokkal magasabbra csapnak.

## II. Felmérő dolgozat írása

A felmérő feladatsora a programterv követelményeinek figyelembe vételével készült.

Ez a dolgozat diagnosztizáló jellegű. Azt a célt szolgálja, hogy a tanár tájékozódjék, hogy hol tart az osztály a követelmények elsajátításában, felmérje, hogy milyen teendői vannak a továbblépés biztosítása érdekében, milyen folyamatos fejlesztésről, esetleges hiánypótlásról kell gondoskodni, illetőleg miben kell segítenie egy-egy tanulónak.

A feladatokhoz írt elérhető pontszám ajánlás, amelyen a tanár változtathat.

Az 1. feladatban mérőeszközre kérdezzük. Természetesen a megadottakon kívül más jó választ is adhatnak tanulóink, amit ponttal értékelhetünk.

A 2. feladatban a doboz térfogatát kiszámíthatják a tanulók a kiskocka térfogatából és darabszámából, vagy a doboz éleiből. Mindkét megoldást elfogadjuk.

## FELMÉRŐ

Név: \_\_\_\_\_

## 5. évfolyam, Testek térfogata

## A CSOPORT

1. Töltsd ki a táblázat üres celláit!

	Tulajdonság	Mérőszám	Mértékegység	Mérőeszköz vagy számítás
asztallap	területe	0,8		
egy üveggolyó	térfogata	≈		
vizes kancsó		≈		dl-es mérce vagy mérőpohár
stadion futópályája		400		
gönci hordó		≈ 1,37	hl	Göncön ekkorára készítik a boroshordót.
	térfogata, úrtartalma	0,5	m <sup>3</sup>	_____

2. Egy játékboltban téglatest alakú dobozokban 2 cm élű dobókockákat tárolnak. Egy sorba 10 db fér el, 8 sor van és egymás tetejére 4 kocka fér. Hány dobókocka van egy ilyen dobozban? Mekkora egy dobókocka térfogata? Mekkora a tároló doboz élei? Számítsd ki a térfogatát!

3. Írd be a hiányzó mérőszámokat!

$$7 \text{ dm}^3 = \quad \text{cm}^3$$

$$2,3 \text{ dm}^3 = \quad \text{cm}^3$$

$$18\,000 \text{ dm}^3 = \quad \text{m}^3$$

$$1300 \text{ cm}^3 = \quad \text{dm}^3 = \quad \text{l} = \quad \text{dl}$$

$$0,5 \text{ m}^3 = \quad \text{dm}^3 = \quad \text{l} = \quad \text{hl}$$

$$125 \text{ l} = \quad \text{dm}^3 = \quad \text{cm}^3 = \quad \text{ml}$$

4. A 2 éves Anikónak pancsoló medencét készített édesapja. A medence fél méter mély, 15 dm hosszú és 150 cm széles. Elegendő-e 1 m<sup>3</sup> víz a megtöltéséhez?

FELMÉRŐ

Név: \_\_\_\_\_

5. évfolyam, Testek térfogata

## B CSOPORT

1. Töltsd ki a táblázat üres celláit!

	Tulajdonság	Mérőszám	Mértékegység	Mérőeszköz vagy számítás
szekrénypolc		$\approx 30 - 60$	$\text{dm}^2$	
radírgumi	térfogata	$\approx$		
leveses fazék		$\approx$	l	l-es mérce vagy mérőpohár
maratoni futás		42		London – Windsor távolsága
úszómedence		2500		
	térfogata, űrtartalma	0,5	$\text{m}^3$	_____

2. Peti az építőkockáit egy téglatest alakú dobozban tartja. A kockák minden éle 5 cm. 4 sort tud egymás mellé tenni, minden sorba 5 kockát. A doboz olyan magas, hogy éppen 3 kocka fér el egymáson. Hány építőkockája van Petinek? Mekkora egy kocka térfogata? Mekkora a tároló doboz élei? Számítsd ki a térfogatát!

3. Írd be a hiányzó mérőszámokat!

$13 \text{ dm}^3 = \quad \text{cm}^3$

$3,2 \text{ dm}^3 = \quad \text{cm}^3$

$8000 \text{ dm}^3 = \quad \text{m}^3$

$1500 \text{ cm}^3 = \quad \text{dm}^3 = \quad \text{l} = \quad \text{dl}$

$0,1 \text{ m}^3 = \quad \text{dm}^3 = \quad \text{l} = \quad \text{hl}$

$213 \text{ l} = \quad \text{dm}^3 = \quad \text{cm}^3 = \quad \text{ml}$

4. Egy akvárium hosszúsága 60 cm, szélessége 40 cm, és fél méter magas. Belefér-e 1 hl víz?

## FELMÉRŐ (MEGOLDÁSOK)

Név: \_\_\_\_\_

## 5. évfolyam, Testek térfogata

## A CSOPORT

1. Töltsd ki a táblázat üres celláit!

	Tulajdonság	Mérőszám	Mértékegység	Mérőeszköz vagy számítás
asztallap	területe	0,8	m <sup>2</sup>	lefedés területegységekkel, számítással: $T = a \cdot b$
egy üveggolyó	térfogata	$\approx 0,5 - 20$	cm <sup>3</sup>	mérőhenger
vizes kancsó	űrtartalma	$\approx 10 - 15$	dl	dl-es mérce vagy mérőpohár
stadion futópályája	hossza	400	m	mérőkerék
gönci hordó	űrtartalma (térfogata)	$\approx 1,37$	hl	Göncön ekkorára készítik a boroshordót.
	térfogata, űrtartalma	0,5	m <sup>3</sup>	_____

minden jó válasz 1 pont: **12 pont**

2. Egy játékboltban téglatest alakú dobozokban 2 cm élű dobókockákat tárolnak.

Egy sorba 10 db fér el, 8 sor van és egymás tetejére 4 kocka fér.

Hány dobókocka van egy ilyen dobozban? Mekkora egy dobókocka térfogata?

Mekkorák a tároló doboz élei? Számítsd ki a térfogatát!

 $10 \cdot 8 \cdot 4 = 320$  dobókocka van egy dobozban. (2 pont) $V_{\text{kocka}} = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$  (cm<sup>3</sup>) (2 pont)

A doboz élei: 20 cm, 16 cm, 8 cm. (3 pont)

A doboz térfogata 2560 cm<sup>3</sup> (3 pont)**10 pont**

3. Írd be a hiányzó mérőszámokat!

$7 \text{ dm}^3 = 7000 \text{ cm}^3$

$2,3 \text{ dm}^3 = 2300 \text{ cm}^3$

$18\,000 \text{ dm}^3 = 18 \text{ m}^3$

$1300 \text{ cm}^3 = 1,3 \text{ dm}^3 = 1,3 \text{ l} = 13 \text{ dl}$

$0,5 \text{ m}^3 = 500 \text{ dm}^3 = 500 \text{ l} = 5 \text{ hl}$

$125 \text{ l} = 125 \text{ dm}^3 = 125\,000 \text{ cm}^3 = 125\,000 \text{ ml}$

minden jó válasz 1 pont: **12 pont**4. A 2 éves Anikónak pancsoló medencét készített édesapja. A medence fél méter mély, 15 dm hosszú és 150 cm széles. Elegendő-e 1 m<sup>3</sup> víz a megtöltéséhez? $a = b = 15 \text{ dm}; c = 5 \text{ dm};$  (2 pont)  $V = 15 \cdot 15 \cdot 5 = 1125$  (dm<sup>3</sup>); (2 pont) $1125 \text{ dm}^3 = 1,125 \text{ m}^3$ , nem fontos színültig tölteni a medencét, tehát elegendő 1 m<sup>3</sup> víz.

(mértékváltás és válasz 2 pont)

**6 pont****elérhető összesen: 40 pont**

## FELMÉRŐ (MEGOLDÁSOK)

Név: \_\_\_\_\_

## 5. évfolyam, Testek térfogata

## B CSOPORT

1. Töltsd ki a táblázat üres celláit!

	Tulajdonság	Mérőszám	Mértékegység	Mérőeszköz vagy számítás
szekrénypolc	területe	$\approx 30 - 60$	$\text{dm}^2$	lefedés területegységekkel, számítással: $T = a \cdot b$
radírgumi	térfogata	$\approx 5 - 10$	$\text{cm}^3$	mérőhenger
leveses fazék	űrtartalma (térfogata)	$\approx 5$	l	l-es mérce vagy mérőpohár
maratoni futás	hossza	42	km	London – Windsor távolsága
úszómedence	térfogata	2500	$\text{m}^3$	$V = a \cdot b \cdot c$
	térfogata, űrtartalma	0,5	$\text{m}^3$	_____

minden jó válasz 1 pont: **12 pont**

2. Peti az építőkockáit egy téglatest alakú dobozban tartja. A kockák minden éle 5 cm. 4 sort tud egymás mellé tenni, minden sorba 5 kockát. A doboz olyan magas, hogy éppen 3 kocka fér el egymáson. Hány építőkockája van Petinek? Mekkora egy kocka térfogata? Mekkora a tároló doboz élei? Számítsd ki a térfogatát!

$4 \cdot 5 \cdot 3 = 60$ , tehát 60 kockája van Petinek. (2 pont)

$V_{\text{kocka}} = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \text{ (cm}^3\text{)}$  (2 pont)

A doboz élei: 20cm, 25cm, 15cm (3 pont)

A doboz térfogata  $7500 \text{ cm}^3$  (3 pont)

**10 pont**

3. Írd be a hiányzó mérőszámokat!

$$13 \text{ dm}^3 = 13\,000 \text{ cm}^3$$

$$3,2 \text{ dm}^3 = 3\,200 \text{ cm}^3$$

$$8000 \text{ dm}^3 = 8 \text{ m}^3$$

$$1500 \text{ cm}^3 = 1,5 \text{ dm}^3 = 1,5 \text{ l} = 15 \text{ dl}$$

$$0,1 \text{ m}^3 = 100 \text{ dm}^3 = 100 \text{ l} = 1 \text{ hl}$$

$$213 \text{ l} = 213 \text{ dm}^3 = 213\,000 \text{ cm}^3 = 213\,000 \text{ ml}$$

minden jó válasz 1 pont: **12 pont**

4. Egy akvárium hosszúsága 60 cm, szélessége 40 cm, és fél méter magas. Befér-e 1 hl víz?

$a = 6 \text{ dm}$   $b = 4 \text{ dm}$   $c = 5 \text{ dm}$ ; (2 pont)  $V = 6 \cdot 4 \cdot 5 = 120 \text{ (dm}^3\text{)}$ ; (2 pont)

$120 \text{ dm}^3 = 120 \text{ l} = 1 \text{ hl} + 20 \text{ l}$ , tehát befér. (mértékváltás és válasz 2 pont)

**6 pont****elérhető összesen: 40 pont**