

I. Hasonlítsuk össze!

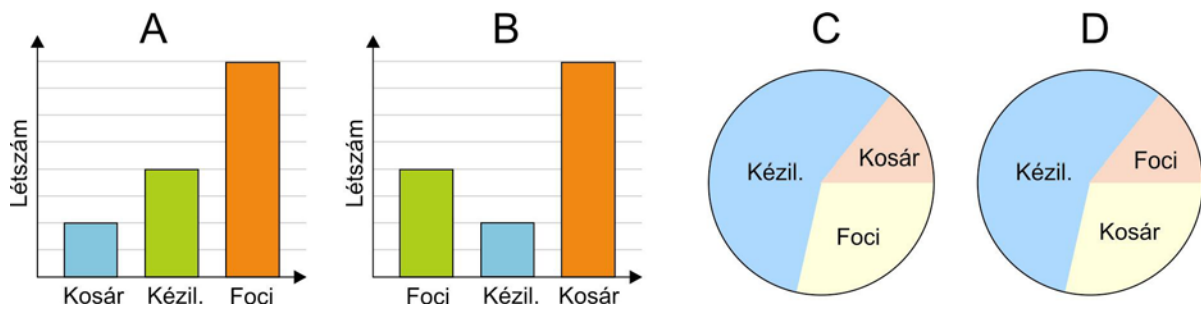
Az eszközök között található a **9.1 kártyakészlet**, amelyet csoportalakításhoz használunk. 4 fős csoportokat alakítunk ki: a kártyákon található feladatok megoldása után kerülnek egy csoportba azok a tanulók, akik azonos végeredményt kaptak.

Módszertani megjegyzés: A következő feladatokat diák-kvartett módszerrel oldjuk meg.

Feladatok

1. Egy iskolában feleannyian vesznek részt a kosárlabdaedzésen, mint a kézilabdaedzésen. A focisták száma a kosarasokénak a négyszerese.

a) Melyik grafikon arányai ábrázolják megfelelően a három sportszakkörbe járók számának nagyságbeli arányait? (A C és D grafikonon mérjük meg a szögeket!)



b) Állítsd nagyság szerinti növekvő sorrendbe a háromféle edzésre járók számát!

Módszertani megjegyzés: A csoportok kapjanak időt, hogy próbálgatással megoldják a feladatot, ha összesen 35 fő jár sportolni, és mindenki csak egyféle sportot űz.

c) Összesen 35-en járnak mindegyik edzésre, és mindenki csak egyféle sportot űz.


Mennyien fociznak, kézilabdáznak, kosárlabdáznak?

Megoldás:

a) A; b) Kosár < Kézilabda < Foci

c) Oldjuk meg egyenlet felírásával a feladatot!


Mivel a feladat elején leírt mindkét állításban szerepel a kosarasok száma, jelölje azt x . Ekkor a kézilabdázók száma $2x$, a focistáké $4x$. Ez összesen $7x$. Összesen 35 fő sportol, ezért $7x = 35$, ahonnan $x = 5$. Azt kaptuk, hogy 5 fő kosarazik, 10-en kézilabdáznak és 20-an fociznak.

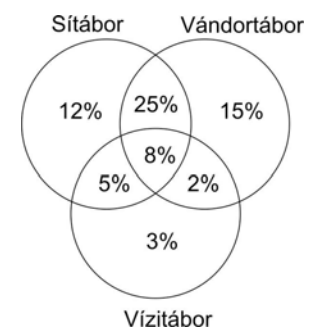
 2. A traktor hátsó kereke gyakran nagyobb az elsőnél.

Módszertani megjegyzés: A feldolgozáshoz a diákkvartett módszer „felmutatós” változatát ajánljuk. Előre egyezzünk meg a tanulókkal, hogyan adjanak választ. Például jelentse egy ujj felmutatása az első kereket, az egész tenyér a hátsót; vagy ökölbe zárt kéz az első, nyitott tenyér a hátsó kereket. Így minden csapat egyszerre válaszolhat a kérdésre, és minden csapatot lehet értékelni. A kooperatív módszerek értékelésekor a csapat minden tagja egyfoma minősítést kap..

- a) Ha a traktor egyenletesen halad (nem csúszik és a kerék nem pörög ki), akkor melyik keréknek nagyobb a fordulatszáma (a fordulatszám az egy perc alatt megtett fordulatok száma)?
- b) Igaz-e, hogy mindkét kerék ugyanannyi idő alatt fordul körbe?

Megoldás: a) Az első kerék. B) Nem.

 3. Egy iskolában a szünetekben háromféle tábort szerveznek. A halmazábra mutatja, hogy a tizedikesek közül milyen arányban jelentkeztek az egyes táborokba. (A százalékokat egészen kerekítették.)




A tanulók hány százaléka jelentkezett valamilyen táborba az ábra alapján?

Határozd meg, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz és melyik hamis!

- a) Csak sítáborba legalább annyian mennek, mint csak vándortáborba.
- b) A tanulók legalább hatoda jelentkezett vízitáborba.
- c) A sítáborba jelentkezők száma nem nagyobb, mint a vándortáborba jelentkezők száma.
- d) A vándortáborba legalább annyian jelentkeznek, mint a vízitáborba jelentkezők ötszöröse.
- e) Ha az osztálylétszám 32 fő, akkor legfeljebb 20 fő szeretne menni valamilyen táborba.

Megoldás: A tanulók 70%-a jelentkezett táborba. Igaz állítások: b), c).

 4. Sándor és József megkopaszodtak, bár a 6 évvel korábban készült felvételen úgy látszik, hogy nagyjából ugyanannyi hajuk volt. Melyikük „átalakulása” tartott rövidebb ideig, ha Sándornak naponta legfeljebb 150 szál, Józsefnek naponta legalább 150 szál haja hullott ki.

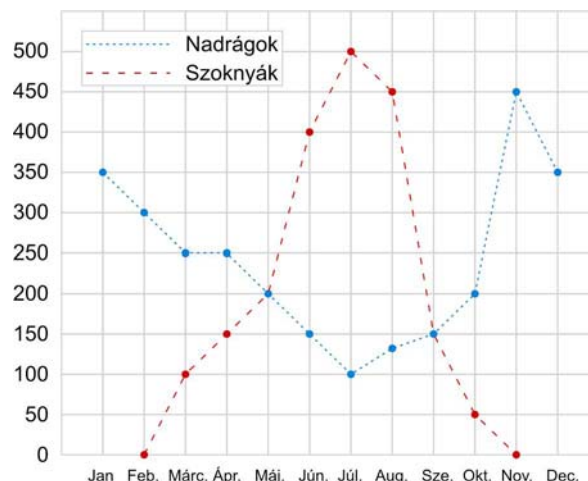
Megoldás: Józsefé.

5. Egy Audi és egy BMW versenyeznek. Egy adott útszakaszon mindkét autó egyenletes sebességgel haladt, de a BMW hosszabb idő alatt teszi meg, mint az Audi. Igaz-e, hogy a BMW sebessége legalább annyi, mint az Audi sebessége?

Megoldás: Hamis.

6. Az alábbi grafikon egy üzlethálózatban eladott nadrágok és szoknyák számát mutatja havi bontásban. Válaszolj a következő kérdésekre:

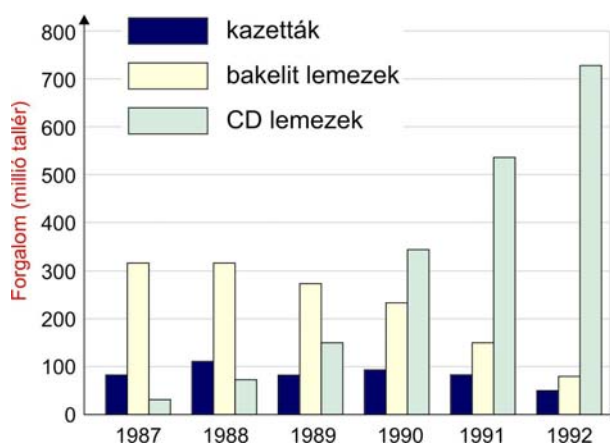
- Milyen hónapokban adtak el ugyanannyi szoknyát, mint nadrágot?
- Milyen hónapokban adtak el legalább kétszer annyi nadrágot, mint szoknyát?
- Milyen hónapokban volt az eladott nadrágok száma legfeljebb annyi, mint az eladott szoknyák száma?
- Hány hónap esetén volt az eladott szoknyák és nadrágok számának aránya legalább három?
- Melyik hónapban volt a legnagyobb a különbség az eladott nadrágok és szoknyák száma között?



Megoldás:

- a) május, szeptember; b) február, március, október, november; c) június, július, augusztus; d) 5 (február, július, augusztus, október, november); e) július.

7. 1987 környékén kezdett terjedni a CD lemez, és néhány év alatt felváltotta a bakelitlemezt és a kazettákat a zenei piacon. A grafikon ezt a folyamatot mutatja: az egyes zenei hordozókra költött összes pénzt az évek függvényében egy olyan országban, ahol a fizetőeszköz a tallér.



a) Válaszd ki, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz és melyik hamis!

I. A kazettákra költött összeg folyamatosan csökken, azaz minden évre igaz, hogy a következő évben kevesebbet költöttek kazettákra az előző évinél.

II. A CD lemezekre költött pénz legalább a 14-szeresére nőtt a 6 év alatt.

III. Pontosan három évre igaz az, hogy a bakelitlemezekre költött összeg egyértelműen kevesebb az előző évben költött összegnél.

b) Melyik évre igaz az, hogy a bakelitlemezekre költött összeg legalább háromszorosa volt a CD-kre költött összegnek?

Módszertani megjegyzés: A következő két kérdést kerekasztal módszerrel dolgozzuk fel.

c) Párosíts össze olyan éveket egymással, amelyekben a CD-kre költött összeg az egyik évben legalább kétszerese a másik évben költött összegnek!

d) Írj fel olyan évpárokat, amelyekre igaz, hogy a bakelitlemez eladása legfeljebb a felére csökkent!

Módszertani megjegyzés: A módszer újra diákkvartett.

e) Melyik évben volt a bakelitlemezekre költött költség **nem nagyobb**, mint a kazettákra költött költség?

I. 1989-ben; II. 1990-ben; III. 1988-ban; IV. egyik évben sem.

f) Melyik évben lett először a CD lemezekre költött pénz **nem kisebb**, mint a bakelitlemezekre költött összeg?


I. 1989-ben; II. 1990-ben; III. 1988-ban; IV. egyik évben sem.

g) Melyik évben lett először a CD lemezekre költött pénz **nem kisebb**, mint a kazettákra költött pénz?

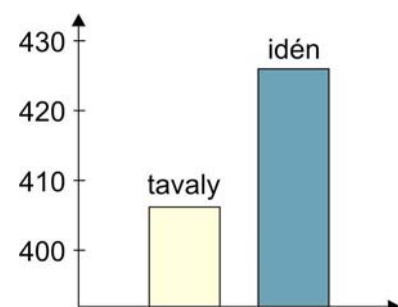
I. 1989-ben; II. 1990-ben; III. 1988-ban; IV. egyik évben sem.

Megoldás:

a) H, I, H (4 évre); b) 1987, 1988; c) pl. 1987-1992; d) pl. 1988-1990; e) IV; f) II; g) I.

 8. Az alábbi grafikon a balesetek számát mutatja egy adott térségben.

a) Igaz-e, hogy a balesetek száma nagymértékben megemelkedett a tavalyi évhez képest? Röviden indokold a választodat.




b) Becsüld meg, hogy hány százalékkal nőtt a balesetek száma a tavalyi számadathoz képest:

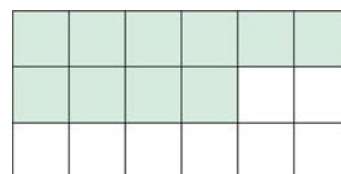
- I. 427%; II. 105%; III. 5 %; IV. 15%.

Megoldás:

a) Nem igaz, nem nagyarányú a növekedés.

b) Körülbelül 408 és 427 a két adat, ami $\frac{427 - 408}{100} \approx 4,6\%$. Tehát a válasz: III.

-  9. a) Melyik körben (vagy körökben) nem nagyobb a színezett rész aránya az egészhez képest, mint a téglalapban?
b) Melyik körben (vagy körökben) nem kisebb a színezett rész aránya az egészhez képest, mint a téglalapban?

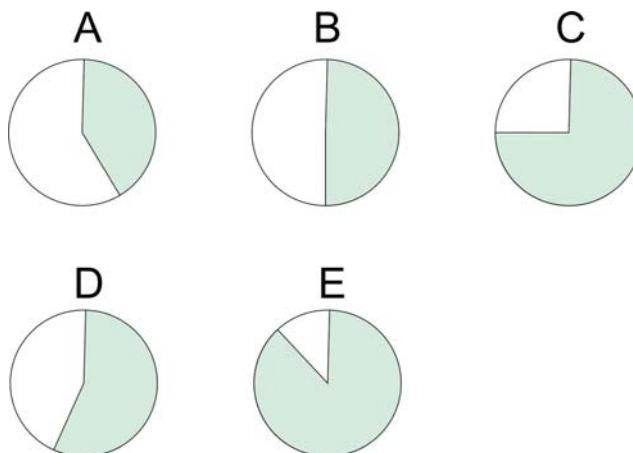



Megoldás:

A téglalapban a színezett rész aránya

$$\frac{10}{18} = \frac{5}{9} \approx 0,55. \text{ a) A, B; b) C, E;}$$

D: nem eldönthető.



 10. Hány villanyszerelő és burkoló dolgozhat a házban egyidejűleg az a), a b), a c) illetve a d) esetben, ha összesen 9-en vannak?


- a) A burkolók száma legalább kétszerese a villanyszerelők számának.
b) Legalább annyi a villanyszerelő, mint a burkoló.
c) A burkolók száma ugyanannyi, mint a villanyszerelők számának kétszerese.
d) Legfeljebb 4 villanyszerelő dolgozik.

Ha több megoldás van, gondold végig mindet!


Megoldás:

Jelölje V a villanyszerelők, B a burkolók számát:

- a) $1V$ és $8B$, $2V$ és $7B$, $3V$ és $6B$; b) $1B$ és $8V$, $2B$ és $7V$, $3B$ és $6V$, $4B$ és $5V$; c) $3V$ és $6B$;
d) $1V$ és $8B$, $2V$ és $7B$, $3V$ és $6B$, $4V$ és $5B$.

-  **11.** Egy medencébe két csövön keresztül folyik a víz: a hidegvizes csövön keresztül kétszer annyi víz folyik be a medencébe óránként, mint a melegvizes csövön keresztül. Állapítsd meg, hogy a következő állítások közül melyik igaz és melyik hamis!
- a) A melegvizes csőből legalább annyi víz folyik be a medencébe óránként, mint a hidegvizes csőből.
 - b) A melegvizes csőből legfeljebb annyi víz folyik be a medencébe óránként, mint a hidegvizes csőből.
 - c) A hidegvizes csövön keresztül kétszer annyi idő alatt telik meg a medence, mint a melegvizes csövön keresztül.
 - d) A hidegvizes csövön keresztül hamarabb megtelik a medence, mint a melegvizes csövön keresztül.
 - e) Ha mindkét csap egyszerre nyitva van, akkor háromszor annyi idő alatt telik meg a medence, mint a melegvizes csövön keresztül.

Megoldás: Igaz: b), d).

-  **12.** Egy medencébe két csövön keresztül folyik a víz: a hidegvizes csövön keresztül egy óra alatt annyi víz folyik be, amennyi a medence térfogatának $\frac{1}{3}$ -ad részét tölti meg. A melegvizes csövön keresztül a medence 9 óra alatt telik meg. Állapítsd meg, hogy a következő állítások közül melyik igaz és melyik hamis!
- a) A melegvizes csőből legalább annyi víz folyik ki óránként, mint a hidegvizes csőből.
 - b) A melegvizes csőből legfeljebb annyi víz folyik ki óránként, mint a hidegvizes csőből.
 - c) A hidegvizes csövön keresztül háromszor annyi idő alatt telik meg a medence, mint a melegvizes csövön keresztül.
 - d) A hidegvizes csövön keresztül hamarabb megtelik a medence, mint a melegvizes csövön keresztül.
 - e) Ha a medence 1800 literes, akkor a két csapon együtt egy óra alatt 800 liter víz folyik ki.

Megoldás: Igaz: b), d), e).


II. Egyenlőtlenségek és ábrázolásuk a számegyenesen

 13. Válaszolj a következő kérdésekre!

- Melyik egész szám az, amelyik legalább annyi, mint a duplája? Hány ilyen szám van?
- Melyik nemnegatív egész szám az, amelyik legalább annyi, mint a duplája? Hány ilyen szám van?
- Melyik egész szám az, amelyik legfeljebb annyi, mint a duplája? Hány ilyen szám van?
- Melyik nemnegatív egész szám az, amelyik legfeljebb annyi, mint a duplája? Hány ilyen szám van?


Megoldás:

- a) 0; -1; -2; ...: végtelen sok; b) 0; 1 ilyen szám van; c) és d) 0; 1; 2...: végtelen sok.

 14. Melyik egyenlőtlenségnek felel meg a következő számok mindegyike: 6; 8; 10 ?

- I. $x > 6$; II. $x < 9$; III. $x \geq 5$; IV. $6 < x < 10$.


Megoldás: III.

 15. Egy feladatban a következő szöveget látod: „Oldjuk meg az egyenletet a negatív számok halmazán!” Melyik egyenlőtlenséget fogod felírni, ha x jelöli az ismeretlent?

- I. $x > 0$; II. $x < 0$; III. $x \geq 0$; IV. $x \leq 0$.

Megoldás: II.

Módszertani megjegyzés: A következő feladatot kerekasztal vagy diákkvartett módszerrel oldjuk meg.

 **16.** Válaszd ki a kakukktojásokat!

	Ezt tudjuk...	1.	2.	3.	4.
a)	$x > 12$	12	12,5	11,5	10
b)	$a \leq -10$	-100	-10,5	-10	-5
c)	$x > 5$ és $x \leq 20$	5	10	15	20
d)	$x \in \{-2; 0; 10; 13\}$	$x < 14$	$x > -2$	$x \geq -5$	$-2 \leq x \leq 20$
e)	$y > -5$ és $y > 0$	-4	-1	0	2
f)	$-4,5 \leq x$	-3	0,5	-5,5	5,5
g)	$x \leq \frac{1}{2}$ vagy $x > \frac{15}{8}$	0	1	2	-3

Megoldás:

a) **2.**, mert arra igaz; b) **4.**, mert arra nem igaz; c) **1.**, mert arra nem igaz.; d) **2.**, mert arra nem igaz; e) **4.**, mert arra igaz; f) **3.**, mert arra nem igaz; g) **2.**, mert arra nem igaz.

 **17.** Alkoss párokat a következő szöveges megfogalmazásokból és egyenlőtlenségekből!

Minden betűhöz egy szám tartozik (például **A** – **6**).

A: Kettőnél nem nagyobb számok.

B: Nempozitív számok.

C: Kettő és hat közé eső számok.

D: -6-nál nagyobb nempozitív számok.

E: Negatív számok.

F: -2-nél és -6-nál kisebb számok.

G: Azok a számok, amelyek nem nagyobbak 2-nél, és nem kisebbek 6-nál.

H: 7-nél nem kisebb páratlan számok.

1: Nincs ilyen szám.

2: $x < -6$;

3: $-6 < a \leq 0$;

4: $x < 0$;

5: $x \leq 0$;


6: $2 \geq t$;

7: $2 < y < 6$;

8: $2n + 1 \geq 6$, n pozitív egész.

Megoldás: A-6; B-5; C-7; D-3; E-4; F-2; G-1; H-8.

Módszertani megjegyzés: A következő feladatot kerekasztal módszerrel oldjuk meg.

 **18.** Sorolj fel olyan legalább öt olyan számot, amelyek kielégítik a következő egyenlőtlenségeket!

a) $-1 < d \leq 1$;

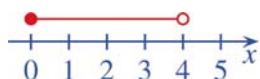
b) $x > -3$ és x nempozitív;

c) $-1 \geq y$ és $y \geq -3$;

d) e nemnegatív és $e < 1$.

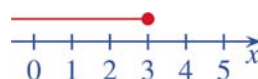
Intervallumok

Az egyenlőtlenségekkel megadott számhalmazokat a számegyenesen **intervallumokkal** jelöljük. A **zárt intervallum-végpont** beletartozik a számhalmazba, és ezt a számegyenesen **tömör karikával** jelöljük. A **nyílt intervallum-végpontnál** található szám már nem tartozik bele az intervallumba, és ezt a számegyenesen **üres karikával** jelöljük.



Balról zárt, jobbról nyílt intervallum.

Jelölése: $0 \leq x \leq 4$ vagy $[0; 4[$



Jobbról zárt, balról nyílt intervallum.

Jelölése: $x \leq 3$ vagy $]-\infty; 3]$

Mintapélda₁

Párosítsuk az egyenlőtlenségeket a megfelelő számegyenest, és adjuk meg intervallumjelöléssel is!

A.: $-3 \leq x$;

B.: $-3 < x \leq 0$;

C.: $x < -3$.



Megoldás:

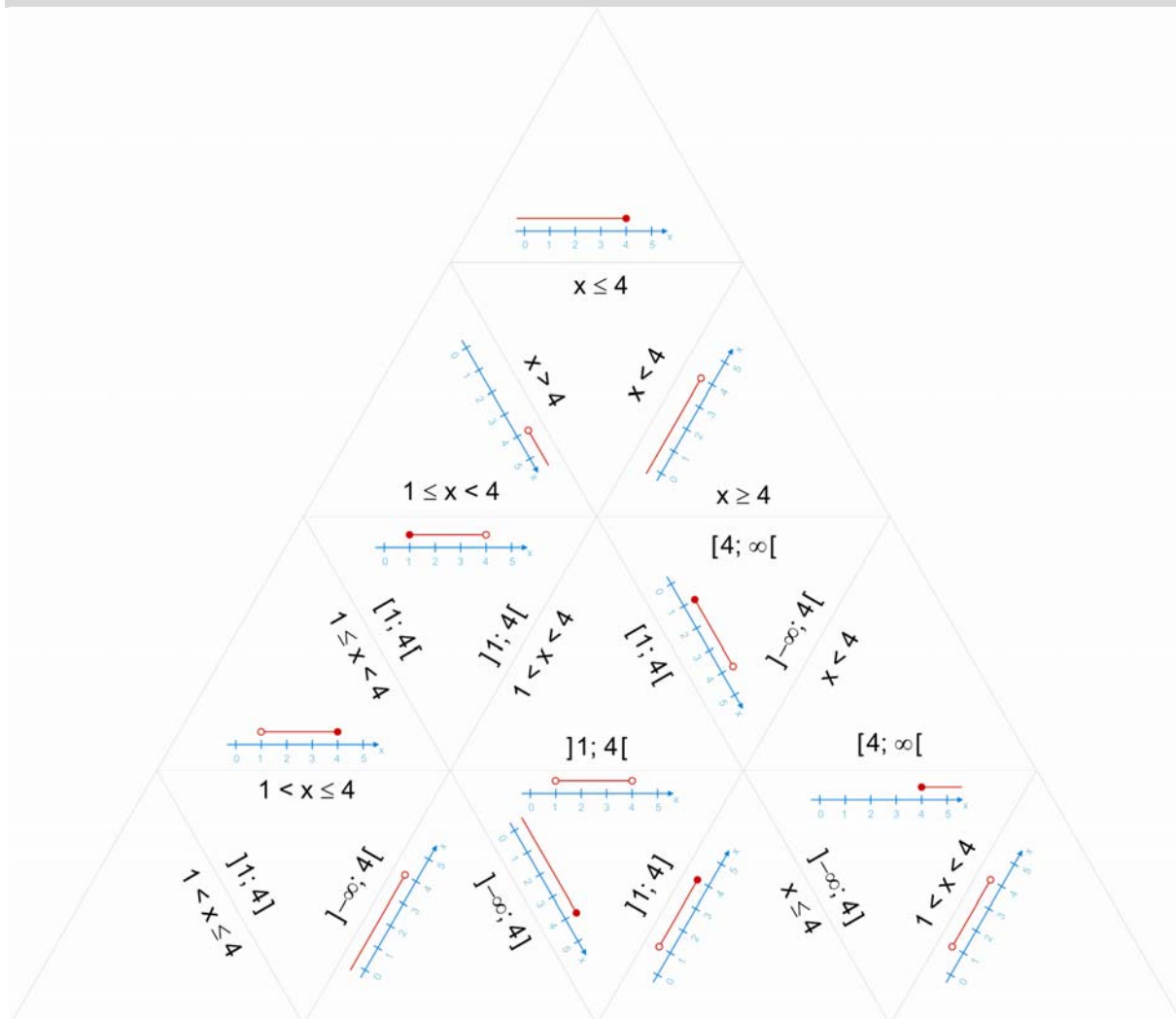
A következő párok és jelölések képezhetők:

A-hoz a 2. ábra, jelöléssel: $[-3; \infty[$; B-hez az 1. ábra, jelöléssel: $]-3; 0]$;

C-hez a 3. ábra, jelöléssel: $]-\infty; -3[$.

Módszertani megjegyzés: Gyakoroljuk az intervallumok használatát **9.2 triminó** segítségével is!

A cél: a kis háromszögekből a megfelelő élek összeillesztésével nagy szabályos háromszög kirakása. A feladatok az intervallum – egyenlőtlenség – számegyenes jelöléseket gyakoroltatják. A triminó mellékletként is megtalálható!



 19. Netuddmegholvan országban egy ács fizetésére igaz, hogy:

$$12500 \text{ (rúpia)} < \text{fizetés} < 13000 \text{ (rúpia)}.$$

A kormány új rendelete szerint egy ács fizetése csak 38-cal osztható szám lehet. Hány rúpia lehet az ácsok fizetése?

Megoldás: 12502, 12540, ..., 12996 rúpia.

 20. Add meg azokat a számokat, amelyekre teljesülnek a következő egyenlőtlenségek!

a) x negatív egész szám, $x > -10$ és $x < -3$.

b) $3,5 \leq a \leq 11,5$ és a egy 3-mal osztható szám fele.

Megoldás: a) $-9, -8, -7, -6, -5, -4$; b) $4,5; 6; 7,5; 9; 10,5$.