

MATEMATIKAI KOMPETENCIATERÜLET „C”

Matematika

10. évfolyam

TANULÓI MUNKAFÜZET

A kiadvány az Educatio Kht.
Kompetenciafejlesztő oktatási program kerettanterve alapján készült.

A kiadvány a Nemzeti Fejlesztési terv Humánerőforrás-fejlesztési Operatív Program 3.1.1. központi program (Pedagógusok és oktatási szakértők felkészítése a kompetencia alapú képzés és oktatás feladataira) keretében készült, a sulinova oktatási programcsomag részeként létrejött tanulói információhordozó. A kiadvány sikeres használatához szükséges a teljes oktatási programcsomag ismerete és használata. A teljes programcsomag elérhető: www.educatio.hu címen.

Szakmai vezető: Oláh Vera

Szakmai tanácsadó: Széplaki Györgyné

Alkotószerkesztő: Nagyné Szokol Ágnes

Lektor: Lajos Józsefné

Felelős szerkesztő: Teszár Edit

H-CMAT1001

©

Szerzők:

Kovács Károlyné, Lénárt István

Educatio Kht. 2008.

TARTALOM

1. modul: Definiáljunk! (Kovács Károlyné)	5
2. modul: Hol a hiba? (Kovács Károlyné)	11
3. modul: Kinek higgyek? (Kovács Károlyné)	23
4. modul: A lehető legjobbat kérem (Kovács Károlyné)	29
5. modul: Kis karácsony... (Kovács Károlyné)	43
6. modul: Kódoltam (Kovács Károlyné)	47
7. modul: Utazás a Föld körül (Kovács Károlyné)	53
8. modul: Terv és valóság (Kovács Károlyné)	61
9. modul: Sorbanállás (Kovács Károlyné)	67
10. modul: Bolyai-geometria (Hiperbolikus geometria) (Lénárt István)	71

1. MODUL DEFINIÁLJUNK!

KÉSZÍTETTE: KOVÁCS KÁROLYNÉ

I. „MONDHATTA VOLNA SZEBBEN, KIS LOVAG”

A foglalkozás címe idézet egy műből. Edmond Rostand (1868–1918) több költői színjáték francia szerzője, akinek talán a legtöbbet játszott színdarabja a Cyrano de Bergerac. Cyrano csúnya külsejű lovag. Különösen jellegzetes a hatalmas orra. Egyszerre gögös és önzetlen, végtelenül komoly és korlátlanul játékos, komikus és tiszteletre méltó, kihívó és bajkeverő, miközben önfeláldozó és az igazi lovagi becsület példaképe. Nos, az ő híres orrmonológijából való az idézet.

CYRANO: Lássá,
Ez szimplán hangzik... Így nincsen hatása!
Mondhatta volna szebben, kis lovag,
Más-más hangnemből... Így ni, hallja csak:
Kihívón: „Én nem járnék ám veled!
Sebészt hívatnék, hogy metélje le!”
Barátilag: „Hisz fíndzsájába ér!
Igyék vederből, abba belefér!”
Leírón: „Csúcs, mely veri az eget!
Hegyfok! Mit hegyfok? Roppant félsziget!”
Kíváncsian: „Mit rejt e hosszú tok?
Tollszár van benne, vagy gyaníthatok
Papírvágó kést, ollót is talán?”
Kecsteljesen: „Ön nagy barátja, lám,
A madaraknak! Póznát tart nekik,
Hol magukat jól kipihenhetik!”
Kötődve: „Kérem, ha pipázik ön,
S a füst orrán át gomolyogva jön,
Kéménytűzet szomszédja nem jelez?”
Intón: „Vigyázzon túlsúlyára! Ez
Lehúzza önt s fejfel bukik előre!”
Gyöngéden: „Lássá, megfakul a bőre
Színét a napfény durván szívja ki
Egy kis napernyőt venne tán neki!”
Pedánsul: „Hallott az Arisztofánesz
Nagy állatjáról uraságod? Tán ez:
A Hippokampelefantokamelosz,
Hordott ilyen hús-díszet elől... e rossz
Hangzású lényen volt ily hosszú csont!”
Gavallér módon: „A manóba, mondd,
Ez a fogas jött most divatba? Ej,
Kalap számára pompás kicsi hely!”
Fellengzően: „Hatalmas, büszke orr,
Egy teljes náthát csak a bős, komor

Mistráltól kapsz! Más szél ott meg sem
érezik!”
Tragikusan: „Vörös tenger, ha vérzik!”
Bámulva: „Ó, eszembe jut, ha nézlek:
Micsoda cégér egy illatszerésznek!”
Lírailag: „Kagyló ez, s ön Triton?”
Naívu: „Mondja, mert én nem tudom,
Mikortájt nézik ezt a műemléket?”
Mély tisztelettel: „Gratulálunk néked
Tornyos házadhoz, nagyságos barátom!”
Parasztosan: „Hékás, a számat tátom!
Orr az? Fenét orr! Ördögadta dolga:
Kis dinnye jaz, vagy óriás iborka!”
Hadászilag: „Szuronyszegezve áll!
Lovas-roham ilyet készen talál!”
Üzletszerűn: „Tán lutrit rendez? Én
Sejtem, hogy ez lesz a főnyeremény!”
Végül, torzítva Pyramus kriáját:
”Ez dulta szét az arc harmóniáját,
E szörnyeteg!... Pirul az áruló!”
Így ömlött volna szájából a szó,
Ha volna önben szellem és tudás.
De szellemet, boldogtalan dudás,
Ön sose látott s tán azt tudja csak,
Hogy hülye fráter is lehet lovag!
De hogyha önben annyi lelemény
Lett volna mégis, hogy kivágja szépen
Mindazt, amit most összehordtam én
E díszes, úri hallgatók körében:
A kezdő mondat első negyedét
Éles kardommal vágtam volna szét!
Mert magamat kigúnyolom, ha kell,
De hogy más mondja, azt nem tűröm el!

Fordította: Ábrányi Emil

1. A hárombetűs játék leírása

A körben ülő játékosok egyike kigondol egy olyan hárombetűs magyar szót, amely nem tartalmaz kételemű mássalhangzót. Hangosan közli a többiekkel a nyitó szót, majd még ugyanez a játékos alkot e szóból egy új szót úgy, hogy abban pontosan egy betűt megváltoztat. Ezt a szót a játékos nem mondhatja ki. A cél az, hogy a következő, mellette ülő játékos rájöjjön, hogy milyen szót alkotott a kezdő játékos. Ezt a kezdő játékos úgy érheti el, hogy egy mondattal értelmezi, körülírja a kigondolt szót. A mondatban nem szerepelhet, még ragozott alakban sem a gondolt szó. Ha a következő játékos rájött a szóra (természetesen ő sem mondhatja ki hangosan a szót), akkor ő is megváltoztat benne egy betűt, s ezt az új szót most ő írja körül egy mondattal anélkül, hogy kimondaná azt. A következő játékosnak ennek alapján kell kitárlnia a szót, majd az eddigiekhez hasonlóan folytatnia a játékot.

Íme, egy példa: Az induló szó: KÁR.

A kezdő játékos ebből magában a BÁR szót alkotta, s ezt mondja: Ez egy kis, általában éjszaka nyitva tartó szórakozóhely.

2. játékos: (a BOR szót alkotta): A szőlő levéből készült, szénsavmentes, alkoholtartalmú ital.

3. játékos: (a BÉR szót alkotta): Az elvégzett munkáért kapott fizetés.

4. játékos: (a BÉL szót alkotta): Az ember emésztőrendszerének olyan része, amely felnőtt emberben kb. 10 m hosszú.

Ha valamelyik játékosban felmerül a gyanú, hogy az őt megelőző játékos nem a szólánca illő, tehát nem az adott szabály szerint képezett szót írta körül, visszakérdezheti a szót. Ekkor a csoport dönti el, az eddigi szavak felidézésével, hogy a szó beleillett-e vagy sem a szólánca. Ekkor a szólánc megszakadt. Akkor is megszakad a szólánc, ha valaki véletlenül kimondja a kapott vagy a megalkotott szót.

A szólánc megszakadása esetén a következő játékos egy új szóval indíthatja újra a játékot.

2. Definíciók

Húrtrapéz:

1. Húrtrapéznek nevezzük az olyan trapézokat, amelyeknek van szimmetriatengelye.
2. Húrtrapéz olyan trapéz, amelynek az oldalfelező merőlegeseinek van közös pontja.
3. Húrtrapéznek nevezzük azokat a trapézokat, amelyek párhuzamos oldalai egyikének felezőmerőlegese átmegy a trapéz átlóinak metszéspontján.
4. Az olyan négyszöget, amelynek van párhuzamos oldalpárja, és a másik két oldala egyenlő hosszú, húrtrapéznek nevezzük.

Négyzetgyök:

1. Nemnegatív szám négyzetgyöke az a valós szám, amelynek a négyzete a gyökjel alatti számmal egyenlő.
2. Ha az $x^2 = b$ egyenletnek van nemnegatív valós megoldása, akkor ezt a számot nevezzük a b szám négyzetgyökének.
3. A b területű négyzet oldalhosszának mértékszámát nevezzük a b szám négyzetgyökének.

II. FEKETE, FEHÉR, IGEN, NEM

Az asszociációs játék leírása:

A játékosok párokat alakítanak ki, s két párból létrehoznak egy csoportot. A párok egyik-egyik tagja (nevezzük őket Kérdezőknek) közösen megegyezik egy szóban. Legyen például ez a szó a KERÉK. Ennek a két játékosnak az a célja, hogy a párjuk kitalálja ezt a szót. A Kérdező játékosok felváltva mondhatnak egy-egy szót, s a partnerüknek azonnal válaszolni kell egy szóval. A Kérdező játékosok által mondott szó (vagy annak egy része) természetesen nem lehet a kitalálendő szó.

Például a KERÉK szót kell kitalálni.

Első Kérdező: autó

Párja: jármű

Második Kérdező: kormány

Párja: vezető

Első Kérdező: kerek

Párja: kerék

Ha az első Kérdező párjának sikerült kitalálni a szót, ők kapnak egy pontot. Most a játék folytatódik: ugyanaz a két játékos ismét kitalál egy szót, de most az előbbi második Kérdező kezdi a játékot. A következő menetben a párok másik két tagja talál ki egy szót, s ismét az első pár tagja kezdi a kérdezést. Fontos, hogy felváltva kezdjék a párok a játékot, mert az első kérdező nehéz helyzetben van.

1. A barkochba játék elnevezéséről

Bar Kochba vagy Bár Koziba. A név annyit jelent: „a csillag fia”. A zsidó nép forradalmi vezére volt. A római seregeket kiűzte Júdeából, s helyreállította a független zsidó államot. A következő legenda fűződik a nevéhez.

Egy napon, mikor Bar Kochba igazságot osztott, eléje hoztak egy embert, azaz egy emberi roncsot. Rettenetes állapotban volt, keze, lába hiányzott. A szemét kiszúrták, száját összemarta valami erős folyadék. Szinte eszméletlen volt. Bar Kochba úgy gondolta, a kegyetlen bűntett megtorlást követel. Ám az ismeretlen elkövetők semmi nyomot nem hagytak maguk után. Azt gondolta, hogy mindenképpen ki fogja hallgatni. És elkezdte. Az áldozatnak úgy tette fel a kérdéseket, hogy bólintással vagy tagadó intéssel tudjon válaszolni. A vezérnek ily módon sikerült kiderítenie, hogy mi történt. A bűnösöket kegyetlenül megbüntette. Majd őket is ugyanezzel a módszerrel hallgatta ki. A legenda szerint így alakult ki, hogy a játékban csak igennel és nemmel válaszolhatunk.

III. FELE SEM IGAZ

1. A próbajáték szömeghatározásai:

1. A szó: TIKMONY

- A) Szerintem ez a szó tájjellegű, és a jelentése nagyon egyszerű. A tyúktojást nevezik így bizonyos tájakon.
- B) (Abban egyetérttek, hogy ez egy tájjellegű szó, de) úgy tudom, hogy a szó a takony szóból ered. A kisgyerekeknek mondják becézve, hogy „Töröld meg az orrod, mert tikmonyos!”
- C) (Abban igaza van az előttem szólónak, hogy) ez a szó a tyúkokkal kapcsolatos, hiszen ismert, hogy egyes tájakon a tyúkot tiknak nevezik. Nem tudom, hogy láttátok-e, hogy a tyúkok az udvaron gyakran egymás közelében kapirgálnak, s idővel sikerül is egy kisebb területet jól látható módon lecsiszolniuk. Nos, ezeket az össze-visszakapirgált kis helyeket nevezik tikmonyoknak egyes tájakon.

2. A szó: SPENDÍROZ

- A) Ez a szó szerintem egy cselekvést fejez ki. Ha valaki valamilyen összeget (például 10 000 Ft-ot) ad, illetve adományoz valamilyen célra, akkor azt mondjuk, hogy az illető spendíroz 10 000 Ft-ot.
- B) (Nagyot téved az előttem szóló.) Mindenki tudja, hogy a gyümölcsöt szirupban megfőzve is szokták tartósítani, azaz kandírozni. A SPEND szó angol, jelentése TÖLTENI. Ebből ered ez a ma már ritkán használt szó, amelynek jelentése egy cselekvés, mégpedig a lekvár üvegbe töltése.
- C) (Szó sincs róla) ez a szó a pendlizik (azaz rövid időn belül több helyen is megfordul) és a fiksziroz (provokálóan bámul valakire) szavakból keletkezett, és azt jelenti, hogy valaki egy helyiségben felváltva két nőt (vagy férfit) is bámul.

2. MODUL

HOL A HIBA?

KÉSZÍTETTE: KOVÁCS KÁROLYNÉ

I. FORDÍTÁSI HIBA

1. Szöveges feladatok lefordítása az algebra nyelvére

1. – Hány óra van? – kérdezte valaki. – Ha az éjféltől eltelt idő feléhez hozzáadod az éjfélíg hátralévő idő negyedét, akkor a mostani időt kapod – volt a válasz.

Jelölje x a kérdéses pontos időt (órában mérve).

$$\text{A: } \frac{x-24}{2} + \frac{24-x}{4} = x \qquad \text{B: } \frac{x}{2} + \frac{24-x}{4} = x \qquad \text{C: } \frac{x}{2} + \frac{x-24}{4} = x$$

2. Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 5. Ha a két számjegy közé beírunk egy 1-et, és a kapott háromjegyű számot elosztjuk 8-cal, a hányados az eredeti kétjegyű szám lesz, a maradék pedig 2.

Jelölje x a szám legkisebb helyértékű számjegyét.

$$\text{A: } 100(5-x) + 10x + 1 = 8 \cdot [10(5-x) + x] + 2$$

$$\text{B: } 10(5-x) + 10 + x = 80(5-x) + x + 2$$

$$\text{C: } 100(5-x) + 10 + x = 8 \cdot [10(5-x) + x] + 2$$

$$\text{D: } \frac{100(5-x) + 10 + x}{8} = 10(5-x) + x + 2$$

3. Panni szeretné megvásárolni A logika nagy könyve című kiadványt. A könyv 5400 forintba kerül, de Panninak nincs elég pénze. Ha 20%-kal több pénze lenne, akkor 25%-kal kevesebb hiányozna a könyv árából, mint amennyi most hiányzik. Hány forintja van Panninak?

Jelölje x Panni pénzét forintban.

$$\text{A: } x + \frac{20}{100}x + \frac{1}{4}x = 5400$$

$$\text{B: } 5400 - 1,2x = 0,25 \cdot (5400 - x)$$

$$\text{C: } (5400 - 1,2x) - (5400 - x) = 0,25 \cdot (5400 - 1,2x)$$

$$\text{D: } (5400 - x) - 0,25 \cdot (5400 - x) = 5400 - 1,2x$$

További javasolt feladatok:

4. Egy motoros hazafelé menet útépitési munkálatok miatt kénytelen volt kerülő úton menni. Hogy a 8 km-es távolságnövekedést ellensúlyozza, átlagsebességét $2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -val megnövelte. Útja így is a megszokott 30 perc helyett 36 percig tartott.

Jelölje x a motoros sebességét az eredeti útvonalon $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ -ban mérve.

A: $8 = (x + 2) \cdot 0,1$

B: $30x + 8 = 36(x + 2)$

C: $\frac{x}{0,5} - \frac{x + 2}{0,6} = 8$

D: $0,6(x + 2) - 0,5x = 8$

5. András mesélte, hogy 3 év múlva félannyi idős lesz, mint amennyi Balázs 6 évvel ezelőtt volt, amikor András harmadannyi éves volt, mint amennyi Balázs most.

	András	Balázs
6 éve		
Most		
3 év múlva	$\frac{x}{2}$	

A: $\frac{x}{2} - 6 = \frac{1}{3}(x + 6)$

B: $\frac{x}{2} - 9 = \frac{1}{3}(x + 6)$

C: $\frac{x}{2} - 9 = \frac{1}{3} \cdot (x - 6)$

D: $\frac{x}{2} - 9 = 3 \cdot (x + 6)$

6. Egyszer egy ember azt állította, hogy a kezében lévő pénzt szét tudja osztani a szobában lévő emberek között úgy, hogy minden embernek ugyanannyi pénz jut, holott az első ember 20 Ft-ot kap és a maradék tizedrészét, a második ember 40 Ft-ot kap és a maradék pénz tizedrészét, a harmadik ember 60 Ft-ot és a maradék pénz tizedrészét, és így tovább. Valóban szét tudta osztani. Mennyi pénz volt a kezében? Hány ember között osztotta szét a pénzt?

Jelölje x a szétosztandó összeget forintban.

$$\mathbf{A:} \quad 20 + \frac{x-20}{10} = 40 + \frac{x - \left(20 + \frac{x-20}{10}\right)}{10}$$

$$\mathbf{B:} \quad \frac{x-20}{10} = 20 + \frac{x-40}{10}$$

$$\mathbf{C:} \quad 20 + \frac{x-20}{10} = 40 + \frac{x-40 - \left(20 + \frac{x-20}{10}\right)}{10}$$

$$\mathbf{D:} \quad 60 + \frac{x-60}{10} = 20 + \frac{x-20}{10}$$

II. HIBAKERESÉS

Keressük a választ!

1. – Mennyiért veszi ezt az uborkát? – kérdezte a kíváncsiskodó látogató.

– Nos, ugyanannyi drachmát fizetek hat tucatéért, amennyi uborkát kapok 32 drachmáért – hangzott a válasz.

Mennyi volt egy uborka ára?

2. Két barát találkozik, hogy megünnepeljék születésnapjukat, amely ugyanarra a napra esett.

– Ez nagyon különleges születésnap – jegyzi meg az egyik –, mivel most együtt 63 évesek vagyunk, és én most kétszer olyan idős vagyok, mint te voltál akkor, amikor én olyan idős voltam, mint te most.

Nos, hány évesek most?

3. Egy gyümölcsösben 5 év alatt összesen 223 t alma termett. Az egyes évek terméséről azt tudjuk, hogy az első és az ötödik évben ugyanannyi volt, a második évben negyedannyi, mint az elsőben. A harmadik évben kétszerannyi termett, mint a második évben, és a negyedik évben 50 t-val kevesebb, mint az előző évben. Mennyi gyümölcs termett az első évben?

1. Hol a hiba?

1. Jelöljön x az y -nál 3-mal nagyobb számot. Ekkor

$$x = y + 3$$

Szorozzuk meg mindkét oldalt $(x - y)$ -nal!

$$x(x - y) = (y + 3)(x - y)$$

$$x^2 - xy = yx + 3x - y^2 - 3y$$

Vonjunk ki mindkét oldalból $3x$ -et!

$$x^2 - xy - 3x = yx - y^2 - 3y$$

Emeljük ki a bal oldali kifejezésből x -et, a jobb oldaliból y -t!

$$x(x - y - 3) = y(x - y - 3)$$

(*)

Tehát $x = y$.

2. Egy négyjegyű szám számjegyeinek összege 20. A szám első két számjegye azonos, és a második két számjegye is egyenlő egymással. Ha a számot elosztjuk a legnagyobb helyértékű számjegyével, a hányados 1107, a maradék pedig az osztó harmadával egyenlő. Melyik ez a négyjegyű szám?

Jelöljük a négyjegyű számot \overline{xyxy} -nal. Az x csak egyjegyű pozitív, az y pedig egyjegyű nemnegatív szám lehet.

Mivel $2x + 2y = 20$, így $x + y = 10$.

A négyjegyű szám: $\overline{xyxy} = 1100x + 11y$

A feladat szerint: $\frac{1100x + 11y}{x} = 1107 + \frac{x}{3}$. (*)

Az y helyére $(10 - x)$ -et írva:

$$\frac{1100x + 11(10 - x)}{x} = 1107 + \frac{x}{3}$$

Azaz $\frac{1100x + 110 - 11x}{x} = 1107 + \frac{x}{3}$. x -szel szorozva mindkét oldalt:

$1089x + 110 = 1107x + \frac{x^2}{3}$. Mindkét oldalt 3-mal szorozva, majd az egyenletet nullára

redukálva:

$x^2 + 54x - 330 = 0$ másodfokú egyenlethez jutunk.

Ennek a diszkriminánsa: 4236.

Mivel ennek a négyzetgyöke nem egész szám, így x sem egész, tehát a feladatnak nincs megoldása.

3. Oldjuk meg az $\sqrt{3 + \sqrt{x-1}} = 1$ egyenletet a valós számok halmazán!

Csak olyan x valós szám lehet megoldás, amely legalább 1-gyel egyenlő.

Emeljük mindkét oldalt négyzetre!

$$3 + \sqrt{x-1} = 1$$

$$\sqrt{x-1} = -2$$

Emeljük ismét mindkét oldalt négyzetre!

$$x - 1 = 4$$

$$x = 5$$

Mivel az 5 nem kisebb, mint 1, így megoldása az eredeti egyenletnek.

4. Egy paralelogramma területe 96 cm^2 . Mekkora az ismeretlen magasságok, ha az oldalak hossza: $a = 18 \text{ cm}$, és $b = 5 \text{ cm}$?

Mivel a paralelogramma területe az oldal és a hozzá tartozó magasság szorzata, így

$$96 = 18 \cdot m_a, \text{ tehát } m_a = \frac{96}{18} = \frac{16}{3} (\text{cm}), \text{ és}$$

$$96 = 5 \cdot m_b, \text{ ezért } m_b = \frac{96}{5} (\text{cm}).$$

5. Három vendég egy éjszakára megszállt egy hotelben. A szobáért fejenként 10 tallért fizettek. Nem olyan sokkal később a hotel tulajdonosa rájött, hogy tévedett, mert a kiadott szoba ára csak 25 tallér. Ezért odaadott a szobapincérnek 5 tallért, hogy adja vissza a vendégeknek. A szobapincér viszont úgy gondolta, hogy a 3 vendég nehezen osztja meg az 5 talléron, ezért mindhárom vendégnek visszaadott 1-1 tallért, s a maradék 2 tallért megtartotta magának. Így tehát minden vendég 9 tallért fizetett, 2 tallér a szobapincérnél van, ez összesen 29 tallér. Hová lett 1 tallér?

2. Melyik egyenletnek nincs megoldása a valós számok halmazán?

a) $x + \frac{1}{x} = 2x + \frac{1}{x}$

b) $\frac{x^2 - 4}{(x-2)(x+1)} = 0$

c) $1 - \sqrt{x-1} = 2x$

d) $\sqrt{x-3} + \sqrt{3-x} = 0$

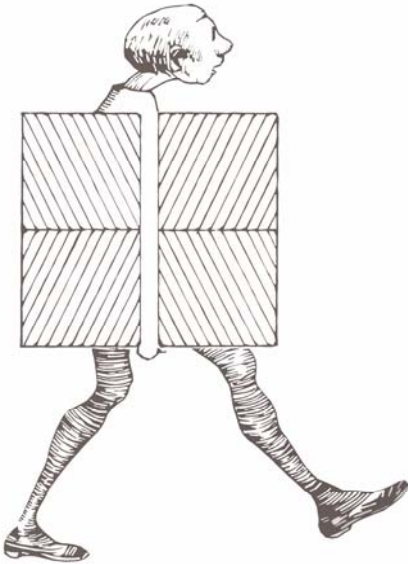
e) $\sqrt{4 - \sqrt{x-1}} = 3$

f) $\frac{(x-2) \cdot \sqrt{x-3}}{x^2 - 9} = 0$

g) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x-4} + \sqrt{x-5} = 2$

III. EZ LEHETETLEN

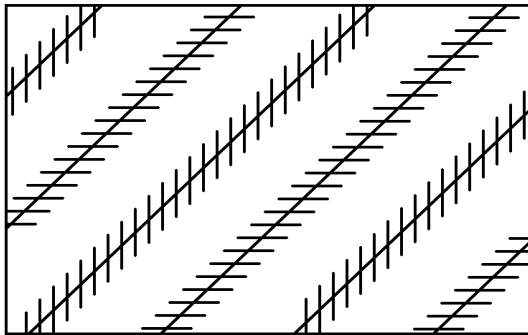
1. Síkban rajzoljuk, térben látjuk



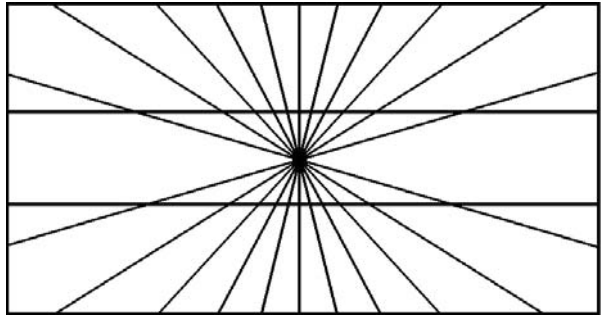
1. ábra



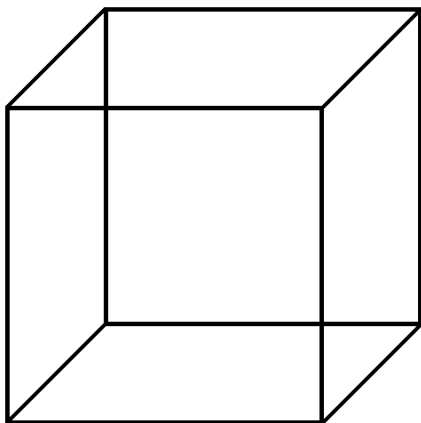
2. ábra



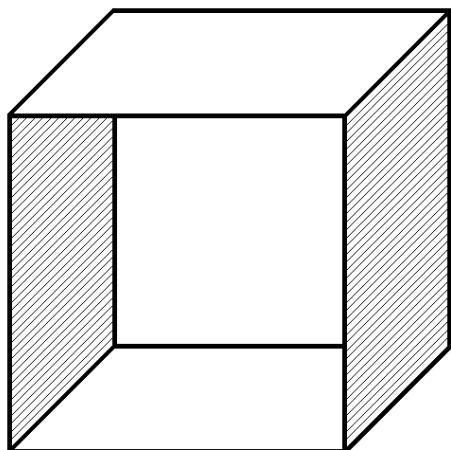
3. ábra



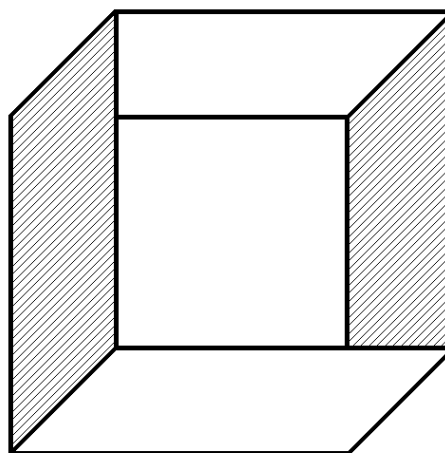
4. ábra



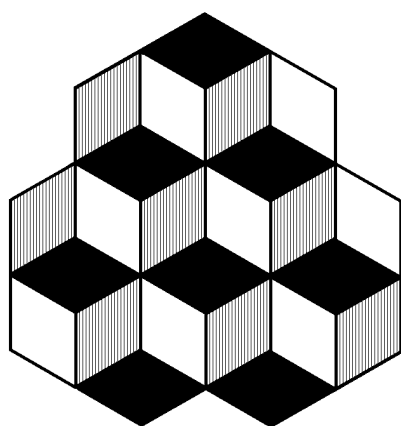
5. ábra



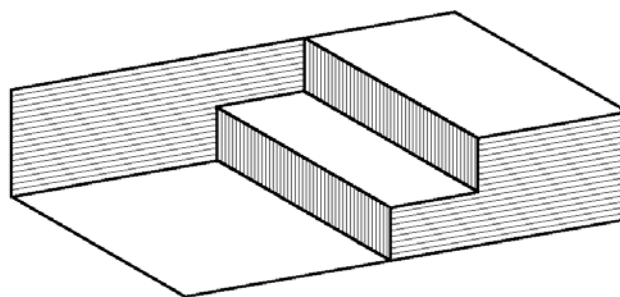
6. ábra



7. ábra



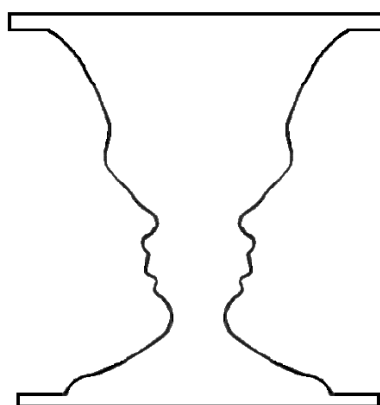
8. ábra



9. ábra

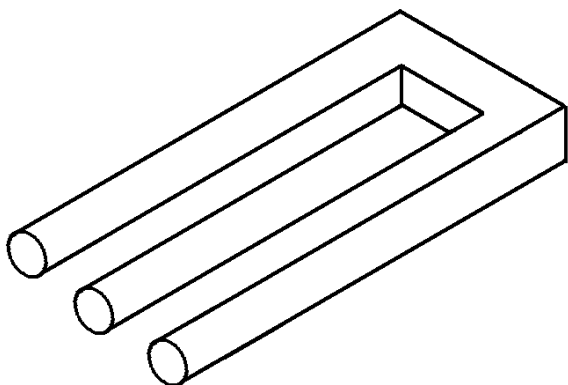


10. ábra

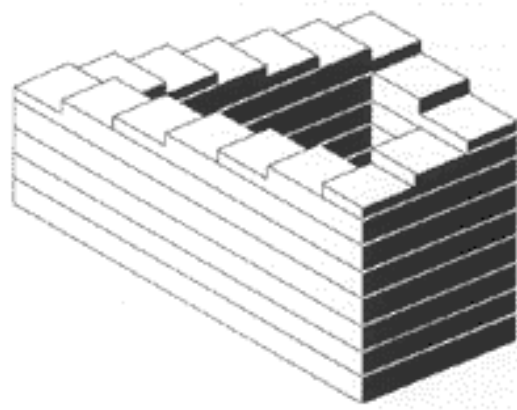


11. ábra

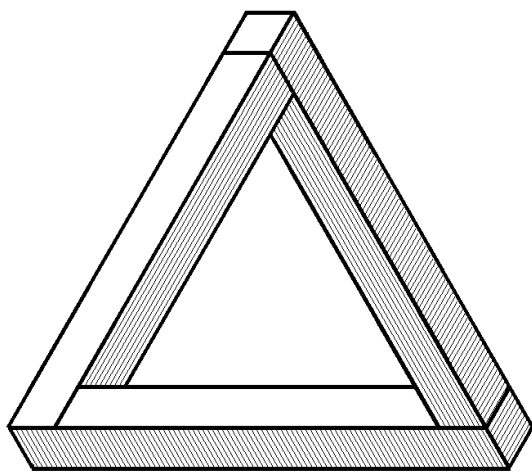
2. Síkban rajzolt, térben lehetetlen alakzatok



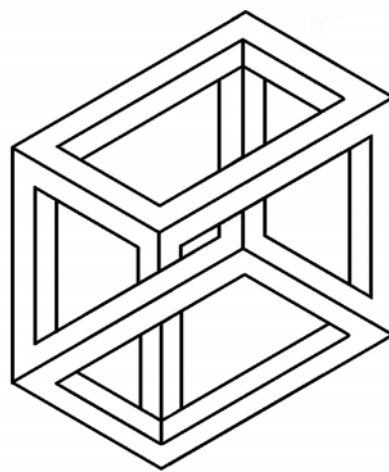
12. ábra



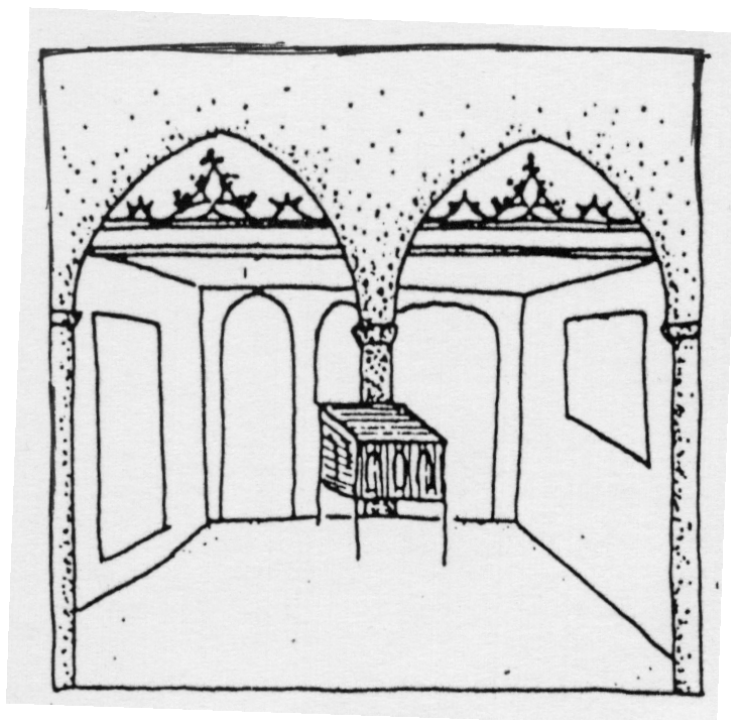
13. ábra



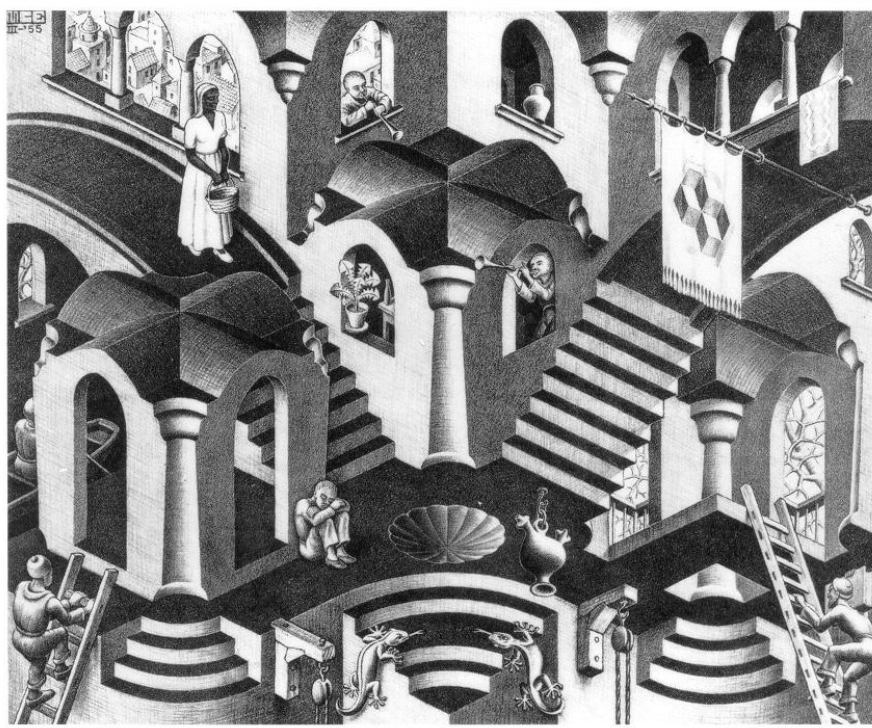
14. ábra



15. ábra



16. ábra



17. ábra

Escher: Konvex és konkáv, litográfia, 1955.

**18. ábra**

Escher: Belvedere, litográfia, 1958.

**19. ábra**

Escher: Möbius-szalag II., fametszet, 1963.

3. MODUL

KINEK HIGGYEK?

KÉSZÍTETTE: KOVÁCS KÁROLYNÉ

II. HITEL

1. Áruhitel, személyi kölcsön

Áruhitel:

Az áruhitel igénybevételét a bankok általában feltételekhez kötik.

A gyorskölcsönt az veheti igénybe, aki:

- 18. életévét betöltötte,
- természetes személy,
- legalább 3 hónapos, folyamatos munkaviszonya van,
- legalább havi 32 000 Ft igazolt nettó jövedelemmel rendelkezik.

JAVADRA SZOLGÁLUNK BANK (JSZB)	
Leírás:	Tartós fogyasztási cikkek, valamint szolgáltatások (pl. utazás) finanszírozására felvehető kölcsön
Hitelösszeg:	20 000 Ft–1 000 000 Ft
Éves kamatláb:	22%, 3 hónapos JSZB számlamúlttal 20%
Futamidő:	6 hónaptól 48 hónapig
Kezelési költség (évi):	havi 0,5%, az induló hitelösszegre vetítve
Kezelési költség (egyszeri, előre):	nincs
Előtörlesztési költség:	3000 Ft ügyintézési díj
Szerződésmódosítási díj:	3000 Ft ügyintézési díj
Ügyintézési díj:	3000 Ft
Hitelbírálati díj:	nincs
Biztosíték típusa:	Ön a havi fizetéséből törleszt
Rendszeres min. havi nettó jövedelem egyénileg:	32 000 Ft
Termék minimum vételára:	20 000 Ft
Saját erő minimális nagysága:	150 000 Ft-ig min. 10%, 3 hónapos JSZB számlamúlttal 300 000 Ft-ig 0%, egyéb esetben 20%

Egyéb megjegyzések:

Ha JSZ Banknál vezetett Lakossági Folyószámlával rendelkezik, amelyre legalább 3 hónapja jövedelem-átutalás érkezik, 300 000 Ft kölcsönösszegig nem szükséges saját erő, 300 000 Ft kölcsönösszeg felett 20% a saját erő aránya.

Minden más esetben 150 000 Ft kölcsönösszegig 10%, 150 000 Ft kölcsönösszeg felett 20% saját erő szükséges.

VELÜNK KÖNNYEBB BANK (VKB)	
Leírás:	VKB áruvásárlási hitel
Hitelösszeg:	25 000 Ft–1 000 000 Ft
Éves kamatláb:	31%
Futamidő:	6 hónaptól 48 hónapig
Kezelési költség (évi):	nincs
Kezelési költség (egyszeri, előre):	4%
Előtörlesztési költség:	nincs
Szerződésmódosítási díj:	nincs
Hitelbírálati díj:	nincs
Biztosíték típusa:	Ön a havi fizetéséből törleszt
Rendszeres min. havi nettó jövedelem egyénileg:	30 000 Ft
Termék minimum vételára:	25 000 Ft
Saját erő minimális nagysága:	nem szükséges saját erő

Egyéb megjegyzések:

36 hónapnál hosszabb futamidő csak 300 000 Ft feletti hitelösszeg esetén lehetséges.

A havi törlesztő részlet összege minimum 3000 Ft, maximum 37 000 Ft lehet.

Személyi kölcsön:

JAVADRA SZOLGÁLUNK BANK (JSZB)	
Leírás:	Forint Személyi kölcsön
Hitelösszeg:	100 000 Ft–5 000 000 Ft
Futamidő:	12 hónaptól 60 hónapig
Hitel kamat:	100 000–1 600 000 Ft: 21%
Hitel kamat:	1 600 001–3 000 000 Ft: 20%
Hitel kamat:	3 000 001–5 000 000 Ft: 19%
Kezelési költség (egyszeri, előre):	folyósítás JSZB folyószámlára: 1%, min. 4000 Ft más banknál vezetett számlára: 2%, min. 8000 Ft
Előtörlesztési költség:	részleges előtörlesztésre nincs lehetőség
Szerződésmódosítási díj:	átütemezés díja 7%
A törlesztő részlet maximális nagysága a nettó fizetéshez képest:	a törlesztő részlet állandó, a bank állapítja meg
Ügyintézési díj:	5000 Ft
Kezelési költség saját banknál vezetett számláról:	havi 0,19%, min. havi 600 Ft (évi 2,28%, min. évi 7200 Ft)
Kezelési költség idegen banknál vezetett számláról:	havi 0,29%, min. havi 700 Ft (évi 3,48%, min. évi 8400 Ft)
Hitelbírálati díj:	nincs
Biztosíték típusa:	Ön a havi fizetéséből törleszt
Rendszeres min. havi nettó jövedelem egyénileg:	minimálbér

Egyéb megjegyzések:

A JSZB Személyi kölcsön minimum összege 100 000 Ft, maximuma 5 000 000 Ft, de nem haladhatja meg az Ön jövedelmének tízszeresét. A kölcsön futamidejét Ön választhatja meg, 12 és 60 hónap között.

A törlesztés lakossági bank- vagy folyószámláról történik, beszedési megbízással, azaz az Ön által megadott számláról a JSZB minden hónapban automatikusan levonja a törlesztés összegét.

VELÜNK KÖNNYEBB BANK (VKB)	
Leírás:	Személyi kölcsön ingatlanfedezet és kezes nélkül
Hitelösszeg:	500 000 Ft–6 000 000 Ft
Futamidő:	12 hónaptól 72 hónapig
Hitel kamat:	12–59 hó, 500 000–1 000 000 Ft esetén 12%
Hitel kamat:	12–59 hó, 1 000 000 Ft–4 000 000 Ft között 12%
Hitel kamat:	12–59 hó, 4 000 000 Ft–6 000 000 Ft között 12%
Hitel kamat:	60 hó, 500 000–1 000 000 Ft között 12%
Hitel kamat:	60 hó, 1 000 000 Ft–3 000 000 Ft között 12%
Hitel kamat:	60 hó, 3 000 000 Ft–4 500 000 Ft között 12%
Hitel kamat:	72 hó, 500 000–1 000 000 Ft között 12%
Hitel kamat:	72 hó, 1 000 000–4 000 000 Ft között 12%
Hitel kamat:	72 hó, 4 000 000 Ft–6 000 000 Ft között 12%
Kezelési költség (évi):	12–59 hó: 3,48% / év (havi 0,29%) 12–59 hó: 8,28% / év (havi 0,69%) 12–59 hó: 9,48% évente (0,79% havonta) 60 hó, 1 000 000 Ft–4 000 000 Ft között 7,08% (havi 0,59%) 60 hó, 4 000 000 Ft–6 000 000 Ft között 3,48% (havi 0,29%) 60 hó, 500 000–1 000 000 Ft között 8,28% (havi 0,69%) 72 hó, 1 000 000 Ft–4 000 000 Ft: 7,08% (havi 0,59%) 72 hó, 4 000 000 Ft–6 000 000 Ft: 3,48% (havi 0,29%) 72 hó, 500 000–1 000 000 Ft között 8,28% (havi 0,69%)
Kezelési költség (egyszeri, előre):	1,5%
Előtörlesztési költség:	35 000 Ft
Szerződésmódosítási díj:	nincs
A törlesztő részlet maximális nagysága a nettó fizetéshez képest:	
Hitelbírálati díj:	nincs
Biztosíték típusa:	Ön a havi fizetéséből törleszt
Rendszeres min. havi nettó jövedelem egyénileg:	havi minimum nettó rendszeres jövedelem 65 000 Ft
Rendszeres min. havi nettó jövedelem társigénylés esetén:	90 000 Ft

III. SZEMÉLYI JÖVEDELEMADÓ

1. Kétkulcsos adó számítása

A személyi jövedelemadó mértéke:

A 2006-ban érvényes személyi jövedelemadóról szóló törvény szerint a személyi jövedelemadó mértéke:

Ha az éves jövedelem összege: 0 Ft–1 550 000 Ft, akkor 18%,

ha 1 550 000 Ft feletti, akkor 279 000 Ft és az 1 550 000 Ft feletti rész 36%-a.

Adójóváírás:

Ha az éves összjövedelem nem haladja meg az 1 500 000 Ft-ot (ezt nevezik jogosultsági határnak), akkor az adójóváírás az adóévben megszerzett bér 18%-a, maximum hónaponta 9000 Ft.

Ha az éves jövedelem meghaladja az 1 500 000 Ft-ot, de legfeljebb 2 100 000 Ft, akkor kevesebb adót írhat jóvá a munkavállaló. Az 1 500 000 Ft-ig jóváírt adót csökkentenie kell az 1 500 000 Ft-ot meghaladó jövedelem 18%-ával.

2. Kiegészítő adójóváírás

A kiegészítő adójóváírás:

Ha az adóalany az éves jövedelme nem haladja meg az 1 millió forintot (kiegészítő jogosultsági határ), akkor az adójóváírás összege a bér 18%-a, de maximum havi 11 340 Ft.

Ha az éves jövedelem meghaladja az 1 millió forintot, de nem több 1 550 000 Ft-nál, akkor a kiegészítő adójóváírás összegét csökkenteni kell az 1 millió forint feletti jövedelem 5%-ával.

Ha a jövedelem meghaladja az 1 550 000 Ft-ot, a jogosultság csak a kiegészítő adójóváírásra szűnik meg, tehát adójóváírásra 2 000 100 Ft-ig jogosult.

3. Reklámügynökség

Információk a reklámszövegek megírásához

Felkereste az ügynökséget a VELÜNK KÖNNYEBB BANK munkatársa azzal a megbízással, hogy készítsenek reklámot az új betéti konstrukciójukról és az új hitelkonstrukciójukról. A reklámokat napilapban kívánják megjelentetni. Az új betéti konstrukció neve: Párna Helyetti Betétszámla. Az új hitelkonstrukció neve: Villámkölcsön.

A Párna Helyetti Betétszámla nyitó összege és minimumegyenlege 17 éves korig 6000 Ft, 17 éven felülieknek 20 000 Ft. Nincs bank által meghatározott futamidő. A bank a betéti kamatot naponta számolja el, és havonta írja jóvá. A számlán elhelyezett összeg az elhelyezés napjától a felvétel napját megelőző napig kamatozik. Az éves kamatláb 4,5%.

A Villámkölcsön 75 000 Ft–500 000 Ft-ig vehető igénybe. Az éves kamatláb: 17,99%. Futamidő: 1–5 év. Ha például 500 000 Ft hitelt vesz föl valaki 5 éves futamidőre, akkor a havi törlesztő részlete: 14 361 Ft, a THM: 24,92%.

4. MODUL

A LEHETŐ LEGJOBBAT KÉREM

KÉSZÍTETTE: KOVÁCS KÁROLYNÉ

I. KI A JOBB?

1. játék:

Ezt a játékot ketten játsszák. A párok rajzoljanak a négyzethálós lapra egy 20 egymáshoz csatlakozó négyzetből álló ösvényt. Az ösvény két végén két különböző színű bábu áll. A játékosok felváltva előre vagy hátra mozgatják bábuikat, legfeljebb 4 mezővel, de nem ugorhatják át ellenfelük bábuját, és természetesen nem léphetnek le az ösvényről.

Az győz, aki az utolsót lépi, azaz ellenfelét a játéktábla egyik végébe szorítja.

2. játék:

Minden pár kap egy doboz korongot. Számoljatok le 30 darab korongot, és ezeket rakjátok szét 5 halomba! A halmokban bármennyi korong lehet. Ketten felváltva lépnek, és mindegyik lépésben a soron következő játékos tetszése szerint két kisebb halomra oszt egy általa választott, legalább két korongból álló halmot. Az veszít, aki már nem tud lépni, azaz ellenfele lépése után minden halom egyelemű.

3. játék:

Ebben a játékban is minden pár kap egy doboz korongot. A játék elején valamennyi korongot (pl. 41 darabot) halomba rakunk. Minden lépésben a soron következő játékos legalább 1, de legfeljebb 4 tárgyat vesz el a halomból tetszése szerint.

Az veszít, aki kénytelen a halomból az utolsó elemet elvenni.

II. IDEÁLIS LAKÁS?

1. Információk a családról. A ház tervrajzának elkészítése. Látványterv megrajzolása.

Információk a család életviteléről:

A család 120 000 m²-es egyszintes lakást szeretne a házban, garázzsal. A lakásba majd négyen költöznek: két szülő és 2 gyerek (a fiú 10 éves, a lány 16 éves középiskolás). Az apa programozó-matematikus. A munkahelyén általában 9 órától du. 5-ig dolgozik, de gyakran visz haza munkát, és esténként is dolgozik a számítógépen. Az anya banki dolgozó, 8 órakor kezdődik a munkaideje, s általában ő is 5 órakor végez. A gyerekek otthon ebédelnek, az anya minden este megfőzi a másnapi ebédjüket. Vacsora után az anya szeret tv-t nézni, olvasni vagy zenét hallgatni. A gyerekek általában 5-6 óra fele érnek haza, és akkor tanulnak (a fiúnak minden délután edzése van, a lány zeneiskolába jár – csellózni tanul –, és német külön-órái is vannak). Vacsora után a nagylány még általában tanul tovább. Utána zenét hallgat vagy olvas. Rossz alvó, 11 óra előtt nem szokott elaludni, s reggel 6-kor kel. A fiú szeret internetezni, ha az apja engedi, és általában 9 óra körül álmosodik el, és fél 10-kor már alszik is.

A szülők reggel szoktak zuhanyozni, a gyerekek este fürödnek.

Szeretik a természetet, hétvégén gyakran kirándulnak. A családnak van egy kutyája, a gyerekek két kismacskát is szeretnének.

A családnak kiterjedt baráti köre van. Mind a szülők, mind a gyerekek hétvégén szeretnék gyakran elhívni barátaikat.

III. MI MENNYI?

Elkezdjük a ház építését. Milyen anyagokra van szükség egy szerkezetkész ház felépítéséhez?

A teljesség igénye nélkül:

Beton az alaphoz, az aljzathoz, födémhez, koszorúhoz, áthidalókhöz a nyílászárók fölé.

Tégla a falakhoz, a kéményhez.

Habarcs a falazáshoz.

Fagerendák a tetőszerkezethez.

Cseréplécek a cserepek alá.

Cserép.

Vakolat, külső és belső.

Nyílászárók

1. A legfontosabb építőanyagok mennyiségének és árának kiszámítása

Kezdjük a betonnal. Építsünk sávalapot, ami azt jelenti, hogy a ház tartófalai alatt kb. 50 cm széles és 80 cm mélységű „árkot” ásunk, és ezt betonnal töltik meg. Ha majd megkötött a beton, akkor erre húzzák fel a ház külső falait.

Tehát, először számítsátok ki, hogy a házatok külső sávalapjához mennyi beton kell!

Jegyezzétek fel a számítással kapott mennyiséget!

Ezt a betont a helyszínre kell szállíttatni. Az alaphoz jó szilárdságú beton szükséges. Ilyen az úgynevezett C16-16KK típusú. Tegyük fel, hogy az interneten két, az építkezéstől nem túl messze lévő céget találtatok.

Beton:**1. sz. cég:**

Tegyük fel, hogy a telephely az építkezéstől 12 km-re van.

ÁRJEGYZÉK: Érvényes: 2005. 03.01.-től visszavonásig
MSZ 4719, illetve MSZ N206 szerint. Az árak 1 m³ betonra vonatkoznak.

Áraink az általános forgalmi adót nem tartalmazzák!

Minőség:	Ft/m ³	Minőség:	Ft/m ³	Minőség:	Ft/m ³
....		
C12-32 FN	9 800	C 12-24 FN	10 000	C 12-16 FN	10 300
C12-32 KK	10 800	C 12-24 KK	11 000	C 12-16 KK	11 300
C12-32 K	11 300	C 12-24 K	11 500	C 12-16 K	11 800
C16-32 FN	10 800	C 16-24 FN	11 000	C 16-16 FN	11 300
C16-32 KK	12 100	C 16-24 KK	12 400	C 16-16 KK	12 800
C16-32 K	12 600	C 16-24 K	12 800	C 16-16 K	13 100
C 20-32 FN	12 100	C 20-24 FN	12 300	C 20-16 FN	12 600
C 20-32 KK	13 200	C 20-24 KK	13 600	C 20-16 KK	14 000
C 20-32 K	13 700	C 20-24 K	13 900	C 20-16 K	14 200
.....		

Távolság (km)	Transzportbeton szállítási díjak (Ft/m ³)	
	Billenős tgg.	Mixer
0–5	1000	1800
6–10	1300	2100
11–15	1600	2400
16–20	1900	2700
21–25	2200	3000
26–30	2500	3300
31–35	2800	3600
36–40	3100	3900
41–45	3400	4200
46–50	3700	4500
További 5 km-ként	300	300
Minimálisan számlázott szállítási díj:	3 m ³	4 m ³

2. sz. cég:

Tegyük fel, hogy a telephely az építkezéstől 22 km-re van.

ÁRJEGYZÉK: Érvényes: 2005. 04.01.-től visszavonásig

MSZ 471984, illetve MÉASZ ME-04. 19. 1995. szerint

Az árak 1 m³ betonra vonatkoznak.

Áraink az általános forgalmi adót nem tartalmazzák!

Minőség:	Ft/m ³	Minőség:	Ft/m ³	Minőség:	Ft/m ³
		C 12-32 FN	8 580	C 25-16 FN	10 986
		C 12-32 KK	9 306	C 25-16 KK	12 204
C 6-24 FN	7064			C 25-16 KK 42,5	11 619
C 6-24 KK	8195	C 16-16 FN	9 851	C 25-16 KK VZ4	12 751
C 6-24 K	8603	C 16-16 KK	10 704	C 25-16 KK VZ4 F50 42,5	12 990
		C 16-16 K	11 435	C 25-16 K 42,5	13 909
C 6-32 FN	6993	C 16-16 F	12 513	C 25-16 KK PUMP	12 165
C 6-32 KK	8120	C 16-16 KK VZ2	11 300	C 25-16 KK PUMP 42,5	11 681
		C 16-16 KK PUMP	10 830		
		C 16-24 FN	9 759		

FUWARDÍJAK		Mixer gk. (Ft/m ³)	Billenős gk. (t/m ³)
0–5 km		2200	1800
5–10 km		2600	2100
10–15 km		2900	2500
15–20 km		3300	2900
20–25 km		3700	3300
Minimálisan számlázott mennyiség/forduló		4 m³	3 m³

Hova kell még majd beton? Az aljzathoz, a téglafal fölé a koszorúhoz és a földémhez.

Aljzat: Ha már felhúzták a falakat, akkor a ház egyes helyiségeinek burkolata alá kb. 10 cm-es betont öntenek.

Koszorú: A ház külső fala és a belső tartófalak fölé kb. 20 cm magas vasbeton réteget készítenek. Ez egyrészt meggátolja, hogy a külső falak kifele dőljenek, másrészt szétosztja a terhet a falon.

Földém: A koszorú fölött helyezkedik el, ez alkotja a földszint „plafonját”, illetve a padlástér „padlóját”.

Milyen fajta földémet lehet készíttetni? Monolit földémet vagy gerendás földémet. Az utóbbi esetben előregyártott földémgrendákat raknak le, egymástól kb. 1m távolságra, és közéjük béléstesteket (betonból készült téglatest alakú, belül üreges idomokat) helyeznek el. A monolit földémhez el kell készíttetni a zsaluzást (a földémet szoroson elhelyezett deszkákkal fedik be), és a földémet „be kell vasaltatni” (kb. ujjnyi vastag vasrudakat rögzítenek a zsaludeszkák fölé), majd ráönteni, beledolgoztatni a betont. Ezt nevezik vasbetonnak.

A gerendás földémhez szükséges anyagok: földémgrendák, béléstestek.

Legfeljebb 8 m hosszú gerenda kapható. A gerenda két végének falra kell támaszkodnia. Arra a falra, amelyre gerenda támaszkodik, vasbeton koszorút kell készíttetni. A ház külső falára azért kell építtetni a koszorút, hogy a falak ne dőljenek kifele, míg a ház belsejében lévő falra,

ha gerenda támaszkodik rá, azért kell a koszorú, hogy megosztódjon a teher. (Ezt nevezik tartófalnak.) Két szomszédos gerenda távolságát a béléstestek szélessége szabja meg.

Előregyártott könnyűfödém-gerenda:



Megnevezés	Méret (cm)		Max. fesztáv (cm)	Súly (kg/db)	Ár (Ft/db)	
	hosszúság	sz/m			Nettó	Bruttó
Gerenda	100	12/15	76	13	1 400	1 680
Gerenda	120	12/15	96	16	1 600	1 920
Gerenda	140	12/15	116	18	1 800	2 160
Gerenda	160	12/15	136	21	2 100	2 520
Gerenda	180	12/15	156	23	2 300	2 760
Gerenda	200	12/15	176	26	2 400	2 880
Gerenda	220	12/15	196	28	2 500	3 000
Gerenda	240	12/15	216	31	2 700	3 240
Gerenda	260	12/15	236	33	3 000	3 600
Gerenda	280	12/15	256	36	3 200	3 840
Gerenda	300	12/15	276	39	3 800	4 560
Gerenda	320	12/15	296	42	4 100	4 920
Gerenda	340	12/15	316	45	4 400	5 280
Gerenda	360	12/15	336	48	4 700	5 640
Gerenda	380	12/15	356	51	5 000	6 000
Gerenda	400	12/15	376	54	5 600	6 720
Gerenda	420	12/15	396	57	5 900	7 080
Gerenda	440	12/15	416	60	6 400	7 680
Gerenda	460	12/15	436	65	6 800	8 160
Gerenda	480	12/15	456	69	7 700	9 240
Gerenda	500	12/15	476	72	8 000	9 600
Gerenda	520	12/15	496	76	8 500	10 200
Gerenda	540	12/15	516	80	9 000	10 800
Gerenda	560	12/15	536	83	9 500	11 400
Gerenda	580	12/15	556	88	9 900	11 880
Gerenda	600	12/15	576	92	11 000	13 200
Gerenda	620	12/15	596	95	11 400	13 680
Gerenda	640	12/15	616	101	12 000	14 400
Gerenda	660	12/15	636	107	12 700	15 240
Gerenda	680	12/15	656	114	13 400	16 080
Gerenda	700	12/19	676	120	15 800	18 960
Gerenda	720	12/19	696	125	16 600	19 920
Gerenda	740	12/19	716	130	17 400	20 880
Gerenda	760	12/19	736	132	18 000	21 600
Gerenda	780	12/19	756	135	19 000	22 800
Gerenda	800	12/19	776	138	20 000	24 000

Előregyártott földem-béléstest:

Rövidítés	Méret(cm) sz/h/m	Db/fm	Súly (kg/db)	Db/raklap	Tengelytáv	Anyag	Nettó		Bruttó	
							Ft/db	Ft/fm	Ft/db	Ft/fm
EBF 19	60/25/19	4 db/fm	21	F 50	60	beton	220	880	264	1056
EBKF 19	60/25/19	4 db/fm	16	F 50	60	liapor	330	1320	396	1584

A belső tartófalak alá is szükség van sávalapra (a falak alatt húzódó, téglatest alakú, betonból készült „fal”). Tehát most, a gerendák elhelyezésekor látjuk, hogy melyik belső falak lesznek tartófalak, s ezek alá szükséges sávalapot építeni. Számítsátok ki az ehhez szükséges beton mennyiségét, és adjátok hozzá a már kiszámított betonmennyiséghez!

Az aljzat a terv szerint legyen 10 cm, a koszorú 20 cm vastag. Számítsátok ki, hogy ezekhez mennyi betonra van szükség!

Ne felejtsetek el, hogy a belső tartófalakra is kell koszorú! Mivel az aljzat és a koszorúk nem egyszerre készülnek, sajnos a szállítás költségét mindkét esetben hozzá kell adni.

Szükség van ún. koszorútéglára is. Ez a hőszigetelést segíti elő. A beton rossz hővezető, ezért kívülről ilyen koszorútéglát célszerű rakatni a koszorúra. Nézzük meg, mennyit kell venni, és ez mennyibe kerülne!

Koszorútégla:

Rövidítés	Méret(cm) sz/h/m	Db/fm	Súly kg/db	Db/raklap fbh raklap	Anyag	Nettó		Bruttó	
						Ft/db	Ft/fm	Ft/db	Ft/fm
ÜB 7	7/50/22	2	11	120	beton	130	260	156	312
KÜB 7	7/50/22	2	10	120	liapor	220	440	264	528

A ház falának építése: A külső fal vastagsága általában 36 cm–40 cm, a belső fal (ha nem tartófal) vékonyabb (10 cm). Ezeket a vékonyabb falakat nevezik válaszfalnak.

Nézzétek meg, hogy a külső falon mekkora ablakokat, ajtókat terveztek! Az ajtók és az ablakok fölé áthidalót kell rakni, hogy a nyílászárókat ne nyomja a fal. Figyeljete rá, hogy az áthidalók hossza nagyobb legyen, mint a nyílászáró szélessége! Az áthidalók a falra támaszkodnak. Ezek figyelembevételével számítsátok ki, hogy hány négyzetméter tartófalat kell felhúzni! A belső tartófalakon lévő ajtókról se felejtkeztek el!

Majd a válaszfalak területét is számítsátok ki! Azért elegendő csak a falak területét kiszámítani, mert a szükséges téglamennyiségét, árát négyzetméterre adják meg a gyárak. Ha kiszámítottátok a kétféle mennyiséget, nézzétek meg a munkafüzetben, hogy mennyibe kerülne a falakhoz szükséges téglamennyiség! Kétféle téglából választhattok (tartófalak esetében). Számítsátok ki, hogy melyikből mennyibe kerülne a falakhoz szükséges anyag mennyisége!

Előregyártott áthidaló:

Megnevezés	Méret (cm)		Max. fesztáv (cm)	Súly (kg/db)	Ár (ft/db)	
	hosszúság	sz/m			Nettó	Bruttó
AH 100	100	12/6,5	75	15	1400	1680
AH 125	125	12/6,5	100	18	1700	2040
AH 150	150	12/6,5	125	22	1900	2280
AH 175	175	12/6,5	150	25	2400	2880
AH 200	200	12/6,5	175	29	2800	3360
AH 225	225	12/6,5	200	33	3100	3720
AH 250	250	12/6,5	225	36	3500	4200
AH 275	275	12/6,5	250	40	3900	4680
AH 300	300	12/6,5	275	44	4900	5880

Falazó anyagok (tégla):**Teherhordó (tartó-) falhoz:**Ytong 9 db/m² 637 Ft/dbPorotherm 16 db/m² 350 Ft/db**Válaszfalhoz:**Ytong 9 db/m² 300 Ft/db

IV. TETŐFEDÉS

1. A tetőtér megépítéséhez szükséges anyagok mennyiségének és árának kiszámítása

Ha a tetőtér később be szeretnénk építeni, akkor legalább 130-150 cm magas falat kell építeni. Erre a falra is kell koszorút tenni, hogy ne nyomják szét a szarufák (a tetőszerkezet fából készült tartógerendái) a falat. Tehát ennek a költségével is kell számolnunk. A ház hossztengegyével párhuzamosan tervezzünk egy főgerendát (taréjszelemen). Erre, és a koszorúra támaszkodnak majd a szarufák (gerendák).

Milyen legyen a tető lejtésszöge? Egy szobának az elfogadható belmagassága 230 cm.

A szarufák 25 cm-30 cm-rel nyúlnak túl a koszorún. A szarufákra, ha cseréppel fedik a tetőt, először fóliát tesznek, majd erre cserépléceket szögelnek fel, s ezekre illesztik a cserepeket. A cseréplécek távolságát a cserepek hossza határozza meg. Általában 30 cm ez a távolság. A szarufák távolsága 80 cm vagy 100 cm.

Fűrészáru:

4–5–6 m	méret: 5×10, 5×12, 5×15, 5×20, 10×10, 15×15, 10×12, 12×12, 7,5×15, 10×15	41 500 + áfa/m³
7–8 m	méret: 5×15, 7,5×15, 10×15, 12×15, 15×15	47 500 + áfa/m³
további választható luc	5×25, 7,5×18, 7,5×20, 10×18, 10×20, 15×20, 18×20, 20×20, 20×25, 25×25	
fűrészáru méretek:		
A fent felsorolt keresztmetszetek esetén fafajától (borovi fenyő), ill. hosszúságtól függően a listaárra 5-25%, 8-12 m hosszúságú anyagok megrendelése esetén méterenként 3500 + Áfa/m ³ felárat számítunk fel!		
<i>tetőléc, luc</i>		
<i>normál léc</i> 2,5 × 5 cm	3–6 m 58 + áfa/fm	<i>rövid léc</i> (normál, bramac)
<i>Bramac léc</i> 3 × 5 cm	3–6 m 68 + áfa/fm	<i>staflí 5×5 cm</i> 4–6 m 120 + áfa/fm
tetőfóliák		
<i>cserépfólia</i>	50 m ² / tekercs	1,3 m × 38,5 m 96 + áfa/ m ²
hőtükros fólia	65 m ² / tekercs	1,3 m × 50 m 116 + áfa/ m ²
Bramac fólia – akciós !	75 m ² / tekercs	1,5 m × 50 m 135 + áfa/ m²
Dörken Dragofol – akciós !	75 m ² / tekercs	1,5 m × 50 m 168 + áfa/ m²
Solflex Tél fólia	50 m ² / tekercs	1 m × 50 m 146 + áfa/ m ²
Solflex Nyár fólia	50 m ² / tekercs	1 m × 50 m 200 + áfa/ m ²
Takarófólia	100 m ² / tekercs	4 m × 25 m 38 + áfa/ m ²

Cserép:

Nehéz cseréphez szükséges tetőléc mérete:

Szarufaköz (cm)	Léckeresztmetszet (mm)
80 cm-ig	24/48
80–100 cm között	30/50

A kínálat:

Alpesi Protector tetőcserép: 10 db/ m² 230 Ft/db.
Hódfarkú tetőcserép 35,7×17,5 cm 34-36 db/ m² 80 Ft/db.

2. A nyílászárók kiválasztása. A ház makettjének elkészítése.

Ahhoz, hogy a házunk szerkezetkész állapotú legyen, a nyílászárókat kell még elhelyeztetnünk. Gondoljátok végig, hogy a nap melyik szakában hol fog a lakásba besütni a nap! Jó helyre terveztétek-e az ablakokat? Megfelelő-e az ablakok padlótól való távolsága? Célszerűen be lehet-e majd rendezni a helyiségeket?

Nyílászárók:

Középen felnyíló bukó-nyíló ablak		
Szélesség (cm)	Magasság (cm)	Alapkezelt nyílászáró
120	120	52 500
150		59 600
180		66 700
120	150	57 700
150		65 400
180		73 000
120	180	63 000
150		71 200
180		79 400

Oldalt nyíló ablak		Listaár
Szélesség (cm)	Magasság (cm)	Alapkezelt nyílászáró
60	60	19 300
	90	23 000
	120	27 300
90	150	31 500
	60	23 500
	90	28 000
120	120	32 700
	150	37 300
	120	31 800
150	150	36 900
	120	42 600
	150	48 300

Fix ablakok		Listaár
Szélesség (cm)	Magasság (cm)	Alapkezelt nyílászáró
60	60	9 500
90		11 900
120		14 300
150		17 000
60	90	11 900
90		14 900
120		17 900
150		20 700
180		23 500
60	120	14 300
90		24 400
120		21 300
150		24 400
180		27 900
60	150	17 000
90		20 700
120		24 400
150		28 400
180		32 300
60	180	19 400
90		23 500
120		27 900
150		32 300
180		36 600

Középen felnyíló erkélyajtó		Listaár
Szélesség (cm)	Magasság (cm)	Alapkezelt nyílászáró
150	210	90 900
180		91 700
150	240	91 700
180		99 700

Bukó-nyíló erkélyajtó		Listaár
Szélesség (cm)	Magasság (cm)	Alapkezelt nyílászáró
90	210	55 300
100		57 600
90	240	60 300
100		62 600

Középen felnyíló bukó-nyíló erkélyajtó		Listaár
Szélesség (cm)	Magasság (cm)	Alapkezelt nyílászáró
150	210	96 900
180		97 700
150	240	97 700
180		105 700

Bejárati ajtó	Listaár
Szélesség (cm) × magasság(cm)	Alapkezelt nyílászáró
100 × 210	136 800
	141 100
	144 300
	153 600
	156 900
	135 800
	140 500

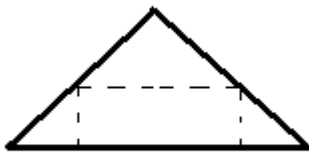
Beltéri ajtó (Falvastagság 80 vagy 100 mm)				
	Szélesség (mm)			
Felület	610	735	860	985
	Listaár			
Bükk	72 300	73 600	75 000	90 000
Tölgy	72 000	73 400	74 800	78 800
Fehérre lakkozott	63 000	64 000	65 000	68 000
Üvegezhető	78 000	80 000	81 200	86 000

V. SZÉLSŐSÉGES ESETEK

1. Geometriai szélsőérték-feladatok megoldása

1. A kertben egy 2 m sugarú, kör alakú ágyást alakítottunk ki, s azt egy téglalaptól különböző szimmetrikus trapéz alakú szegéllyel szeretnénk körbevenni úgy, hogy a kertből a lehető legkisebb területű részt foglaljuk el. Hogyan válasszuk meg a trapéz oldalait?

2. A családnak, aki építette a házat, van egy kutyája is. A nagylány nekiállt tervezni egy kutyaházat, mégpedig alpesi típusút, azaz olyan házat, amelynek a teteje a földig ér. Arra gondolt, hogy a kutyaház keresztmetszete egyenlőszárú háromszög lesz, és annak a bejárata egy téglalap alakú nyílás. A ház alapját 120 cm-re, a magasságát 60 cm-re tervezte. Íme a kutyaház homlokzatának vázlata:



Milyen méretű legyen a bejárat, hogy az a lehető legnagyobb területű nyílás legyen?

3. Ha a kutyaházra kör alakú nyílást vágott volna ki a nagylány, akkor mekkora lett volna a legnagyobb területű nyílás?

5. MODUL

KIS KARÁCSONY...

KÉSZÍTETTE: KOVÁCS KÁROLYNÉ

I. KIS KARÁCSONY...

Shakespeare: Vízkereszt, vagy amit akartok

Shakespeare: Vízkereszt, vagy amit akartok vígjátékában Sebastian és ikerhúga, Viola hajótörést szenved, melynek során Viola megmenekül, de a parton nem találja bátyját. Viola megtudja, hogy Orsino herceg az uralkodó abban az országban, ahol partot ért. Orsino szerelmes egy gróf gyönyörű lányába, Olivíába, aki bátyja elvesztése miatti bánatában nem enged egyetlen férfit sem a közelébe. Viola szeretne bejutni Olivia udvarába, de ez nem sikerül. Ekkor Viola más tervet eszel ki, férfiruhába öltözve, mint apród szolgálja Orsinót. Amikor azután felveszi férfiöltözetét, hajszálra olyan, mint a bátyja, aminek következtében furcsa tévedések erednek abból, hogy felcserélik őket egymással, mert, mint kitalálható, Sebastian is megmenekült a hajótörés során. Viola Cesario álnéven lesz Orsino szolgálja, aki nagyon megkedveli az ifjút. Viola is őt, olyannyira, hogy szerelmes lesz a hercegbe. Orsino a szolgáját, Cesariót (Violát) küldi Olivíához, hogy lágýítsa meg a szép hölgy szívét irányába. Olivia első látásra beleszeret a finom arcú és gyöngéd szavú apródba, Violába.

Itt kapcsolódunk be a vígjátékba:

Viola: Csodálatos és páratlan hölgy, harmatozzon rád illatot az ég.

András: Jól kurizál a fiú. „Harmatozzon rád illatot!” Ez aztán szép.

Viola: Az én küldetésem néma, úrnőm; nincs szava másnak, egyedül csak a te nyájas és kegyes fülednek.

András: Illat! Nyájas! Kegyes! Ezt mind a hármat megjegyzem magamnak.

Olivia: Csukjátok be a kertajtót, és hagyjatok magunkra, hadd hallgassam meg.
(*Tóbiás, András és Mária el.*)

Olivia: Nyújtsd a karod, uram.

Viola: Parancsolj velem, úrnőm.

Olivia: Mi a neved?

Viola: Szépséges grófkisasszony,
Cesariónak hívják a te szolgád.

Olivia: Az én szolgám? Rút a világ, mióta
Az illem hízelgéssé aljasult.
Te Orsino herceg szolgája vagy.

Viola: S ő a tiéd; szolgád szolgája hát.
A te szolgád is egyben, édes úrnőm.

Olivia: Ő nem érdekel. Volna lelke inkább
Üres lap, mintsem vélem teleírva.

Viola: Pedig miatta jöttem, hogy a lelked
Felé hajlítsam.

Olivia: Hagyd el ezt, hiszen
Még kértelek, többé ne emlegesd.
De talán van más kívánságod is?
Csak add elő, s én inkább hallgatom,
Mint szférák zenéjét.

József Attila: A számokról

Tanultátok-e a számokat?

Bizony számok az emberek is,
mintha sok 1-es volna az irkában.
Hanem ezek maguk számolódnak
és csudálkozik mód fölött az irka,
hogy mindegyik csak magára gondol,
különb akar lenni a többinél
s oktalanul külön hatványozódik,
pedig csinálhatja a végtelenségig,
az 1 ilyenformán mindig 1 marad
és nem szoroz az 1 és nem is oszt.

Vegyetek erőt magatokon
és legelőször is
a legegyszerűbb dologhoz lássatok –
adóztatok össze,
hogy roppant módon felnövekedvén,
az istent is, aki végtelenség
valahogyan megközelítsétek.

Johann Wolfgang Goethe:

Te félted a szívbeli békédet?
Én inkább várom az orkánt!
Hol nem viharozhat a kétség,
Ott nincs boldog bizonyosság.

(Fordította: Mészöly Dezső)

Bolyai János: Geometriák

Adatott nekünk e sík-terű Föld,
hol egyenesen nő a fű, a búza
– egyenesen-e? –
hol egyenesen emeljük gerincünk
– egyenesen-e? –
hol egyenesek gondolataink
– egyenesek-e? –
Adatott nekünk e domború Föld,
hol egyetlen fűszálhoz sem vonható párhuzamos
– ha egyenes,
hol egyetlen gerinchez sem vonható párhuzamos
– ha egyenes,
hol egyetlen gondolathoz sem vonható párhuzamos
–ha egyenes.
Én mit adhatok?
Egy létező (nemlétező) teret (esetleg),
hol fűhöz, gerinchez, gondolathoz
végtelen sok párhuzamost vonhattok –
de majd dideregték.

(1833. június 21-én, egy Bécsből Vásárhely felé tartó postakocsin)

6. MODUL KÓDOLTAM

KÉSZÍTETTE: KOVÁCS KÁROLYNÉ

I. KRIPTOGRÁFIA

Az adatok továbbításának három fő problémája van: a biztonság, a titkosság és a tömörség. A biztonság kérdésével a kódelmélet, a titkosságéval a kriptográfia, a tömörséggel az információelmélet foglalkozik.

Mi két fő kérdéssel foglalkozunk: a titkossággal és a biztonsággal.

1. Átrendezéses és behelyettesítéses kódolás

Ha üzenetet szeretnénk valakinek küldeni, és nincs lehetőségünk a közvetlen átadásra (hanggal, képpel stb.), de számunkra nagyon fontos, hogy az üzenet tartalmát más ne értse meg, akkor „kénytelenek vagyunk” titkosítani, rejtjelezni, kódolni az üzenetet. Ha ez csak egy-két ember magánügye lenne, nem lenne érdemes vele foglalkozni.

Manapság az információ egyre értékesebb árucikk. Már telefonhívásaink is műholdakról verődnek vissza, e-mailjeink számos komputeren haladnak keresztül, és így mindkettő könnyűszerrel lehallgatható, elfogható, és ezzel a közölt információt „bárki” megismerheti. A szerzett információval való visszaélés komoly károkat okozhat embereknek, cégeknek, országoknak.

Az üzenetek, adatok titkosságának biztosításával a kriptográfia foglalkozik, és a rejtjelezéssel, illetve a rejtjelek megfejtésével foglalkozó embereket kriptográfusoknak nevezik. Aki többet is szeretne tudni a rejtjelezés és rejtjelfejtés történetéről, ajánlom Simon Singh: *Kódkönyv* című könyvét. Rendkívül olvasmányos és szórakoztató mű.

**Ábécé a behelyettesítéses
kódrendszer kialakításához:**

Karakter	Kód
A	
Á	
B	
C	
D	
E	
É	
F	
G	
H	
I	
J	
K	
L	
M	
N	
O	
P	
Q	
R	
S	
T	
U	
Ü	
V	
W	
X	
Y	
Z	

Karakter	Kód
A	
Á	
B	
C	
D	
E	
É	
F	
G	
H	
I	
J	
K	
L	
M	
N	
O	
P	
Q	
R	
S	
T	
U	
Ü	
V	
W	
X	
Y	
Z	

II. VONALKÓD

1. A morzeábécé

Morzeábécével írtam le az alábbi üzenetet.

-. - / - - - / - . . / - - - / . - . . / - / . - / - - /

Ahhoz, hogy az üzenetet meg tudjátok fejteni, szükségetek van a morzeábécére. Ez persze nem titkosírás, hiszen aki ismeri a morzeábécét, könnyen elolvashatja az üzenetet. A morzeábécét elég sokáig használták üzenetek továbbítására. Két betűt biztos ismertek: az S-et és az O-t.

(S.O.S. a vészjel, állítólag a Save Our Souls! (Mentsétek meg lelkünket!) rövidítése. Van olyan vélemény, hogy a vészjel nem S.O.S., hanem S.O. Ez ismétlődik sokszor egymás után. A morzeábécében ezek válnak el egymástól a legélesebben, és legjobban megkülönböztethetők a többi betűtől: ...---, tititi-tátátá és így tovább a végtelenségig.)

A nemzetközi morzeábécé:

Karakter	Kód	Karakter	Kód	Karakter	Kód
A	. -	P	. - - .	5
B	- . . .	Q	- - . -	6	-
C	- . . .	R	. - .	7	- - . . .
D	- . .	S	. . .	8	- - - . .
E	.	T	-	9	- - - - .
F	. . - .	U	. . -	0	- - - - -
G	- - .	V	. . . -	pont	. - . - . -
H	W	. - -	vessző	- - . . - -
I	. .	X	- . . -	kérdőjel	. . - - . .
J	. - - -	Y	- . - -	kettőspont	- - - . . .
K	- . -	Z	- - . .	pontosvessző	- . - . - .
L	. - . .	1	. - - - -	kötőjel	- . . . -
M	- -	2	. . - - -	ferde törtvonal	- . . - .
N	- .	3	. . . - -	idézőjel	. - . . - .
O	- - -	4	. . . -		

2. Vonalkód

Foglalkozzunk egy keveset a kódolás biztonságának kérdésével is!

A kódolások során legtöbb esetben egy üzenetből számsorozatot készítenek. Nagyon gyakran előfordul, hogy a kódolt üzenetek számsorozatát a 0 és 1 számjegyekből alkotjuk, hiszen ezt elektromos berendezéssel könnyű megvalósítani (folyik az áram – nem folyik az áram). Az üzenet hossza gyakran rögzített.

Kódokkal a mindennapi életben is gyakran találkozunk. Ha bemegyünk egy bevásárló központba, a megvásárolt árucikket a pénztárnál vonalkód segítségével azonosítják.

Vegyétek kézbe a kikészített könyveket!

Vizsgáljátok meg a könyvek vonalkódját! Mit láttok?

A vonalkód felett egy ISBN számot, alatta különböző vastagságú sötét és fehér vonalakat, és ez alatt egy 13 számjegyből álló számot láthatunk. A vonalkód ebből a 13 jegyből álló számból készül. Ez a 13 számjegy az „üzenet”. A 13 számjegy mindegyikét 0-ból és 1-esből álló 7-tagú számsorozattal kódolják. Egy-egy számjegy kódja háromféle lehet: A vagy B vagy C típusú.

A vonalkódban használt háromféle kód:

Az „A” jelkészlettel	A „B” jelkészlettel	A „C” jelkészlettel
0 : 0001101	0 : 0100111	0 : 1110010
1-es: 0011001	1-es: 0110011	1-es: 1100110
2-es: 0010011	2-es: 0011011	2-es: 1101100
3-as: 0111101	3-as: 0100001	3-as: 1000010
4-es: 0100011	4-es: 0011101	4-es: 1011100
5-ös: 0110001	5-ös: 0111001	5-ös: 1001110
6-os: 0101111	6-os: 0000101	6-os: 1010000
7-es: 0111011	7-es: 0010001	7-es: 1000100
8-as: 0110111	8-as: 0001001	8-as: 1001000
9-es: 0001011	9-es: 0010111	9-es: 1110100

A vonalkódban a 0-kat fehér, az 1-eseket sötét vonal jelöli. Eszerint két egymás utáni 1-est dupla vastagságú sötét vonal, három 0-t három egység szélességű fehér vonal jelöl. Ezen kívül vannak a széljelek (a kódjuk: 101, tehát sötét – fehér – sötét vonalak jelzik), és középen az elválasztójel (kódja: 01010, tehát fehér – sötét – fehér – sötét – fehér vonalak jelzik).

A vonalkód egy leolvasó készülékkel olvasható el: A fekete és a fehér csíkok eltérő mértékben verik vissza a fényt, amit a leolvasó készülék érzékel és értelmez (dekódol), majd az adatokat továbbítja a számítógépnek.

Ez a fajta vonalkód 13 számjegyből áll. Ezt úgy nevezik, hogy EAN-13 rendszerű vonalkód (European Article Numbering System). Nézzétek csak meg, hogy a könyvek vonalkódján milyen szám áll balról számolva az első három helyen?

978. Ez a három számjegy arra utal, hogy ez egy könyv vonalkódja. Minden, ezt a rendszert használó gyártónak van ún. országcódja, ami jelzi, hogy melyik országban gyártott termékről van szó, és ez a három szám a kód első három számjegye. Magyarországé 599.

Ha könyv a termék, akkor 978 az első három számjegy.

Az első három számot követő számok „üzenete” a következő: 4–7.-ig a terméket gyártó vállalat azonosítója, 8–12. pedig a termék azonosítója, a 13. szám ún. ellenőrző szám (erről később még lesz szó).

Vegyétek alaposabban szemügyre a könyv vonalkódját! A középső elválasztójeltől balra, illetve jobbra lévő 6-6 számról próbáljátok kideríteni, hogy melyik szám melyik jelkészlettel lett kódolva!

Az első szám a 7-es. Nézzétek meg figyelmesen, hogy a három jelkészlet milyen kódot ad a 7-esnek, majd vegyétek szemügyre a sötét és fehér vonalakat! A-val, B-vel vagy C-vel lett kódolva?

7. MODUL

UTAZÁS A FÖLD KÖRÜL

KÉSZÍTETTE: KOVÁCS KÁROLYNÉ

I. ABLAKOK

A most következő három foglalkozáson sajátos utazást teszünk a Föld körül. Megnézünk városokat, épületeket. De „utazásunknak” az esztétikai élményen túl egyéb célja is van. Nézzünk körül egy matematikában jártas ember szemével! Vajon egy város, egy-egy épület látványa milyen matematikai problémát kínál? Kezdjük hát az utunkat! Első állomásunk: a fővárosunk.

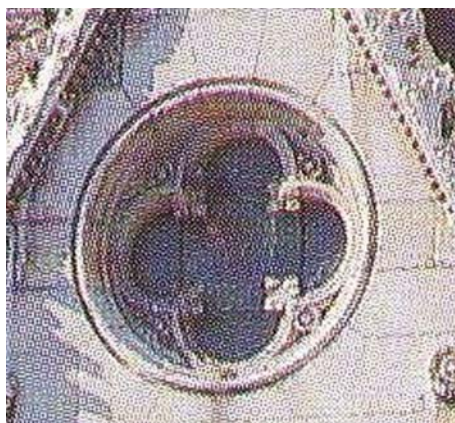
1. A Parlament rózsablaka



Budapest egyik legjelentősebb épülete a törvényhozás otthona, az Országház. Steindl Imre építész tervei alapján 1885-ben kezdődött el a neogótikus stílusú épület építése. 18 év telt el a Parlament megnyitásáig. A következő képen az Országház hármas ívezetű főbejáratát látjátok. Vegyük szemügyre a homlokzat felső peremét!

A középső bejárat fölötti háromszög alakú peremre szimmetrikusan két rózsablak fedezhető fel.

Nézzük meg egy közelebbről készült képen is!



Szeretnénk lerajzolni a rózsablak egy lehetséges matematikai modelljét! Az könnyen felismerhető, hogy a nagy körben négy kis egybevágó körív helyezkedik el. Hány szimmetriatengelye van a rózsablaknak?

Vajon a kis körök milyen viszonyban vannak egymással: metszik vagy érintik egymást? Félkörívnek vagy annál nagyobb ívnek látjátok a kis köríveket?

Készítsetek kétféle vázlatot! Az egyik szerint tegyük fel, hogy a kis körívek éppen félkörök, a másik szerint tételezzük fel, hogy az egybevágó kis körök mindegyike érint két másikat! Mindkét modellben persze a kis körívek érintik a nagy kört! A díszítőelemeket ne vegyük figyelembe!

2. A székesfehérvári Szent Anna templom rózsablaka

Innen az utunk délnyugat fele visz tovább. Útközben megállunk egy rövid időre a királyok városában, Székesfehérváron. Városnéző sétánk közben megakad a szemünk a Szent Anna templomon. A gótikus stílusban, 1470-ben épült kis templom közvetlen a székesegyház mellett áll. Figyeljétek meg a főbejárat felől készült képet!



Min akad meg a matematikában jártas szemünk? Figyeljétek meg figyelmesen a rózsablakot! Hány körív látható az ablakon?

Keressétek meg ismét először az ablak szimmetriatengelyeit!



Mekkora szöget zárnak be a „szomszédos” szimmetriatengelyek?

Rajzoljátok meg körzővel az ablak modelljét! A kis köröket még ne rajzoljátok bele!
Ha a nagy kör sugarát R -rel jelöljük, mekkora a négy egybevágó körív sugara?

Most már csak a kis köröket kellene berajzolni. Rajzoljátok be egyet szabadkézzel!
Szeretnénk kiszámolni, hogy mekkora a sugara! Ismét célszerű megkeresni, hogy a kis kör melyik köröket érinti. Miért fontos ezt megfigyelni?

Kössük össze e kis kör középpontját azoknak a köröknek a középpontjával, amelyeket érint!
Jelöljük x -szel a kis kör sugarát. Ismét keressetek olyan háromszöget a rajzon, amelynek az oldalhosszai x -től és R -től függenek!

II. GÖRÖGORSZÁG – AZ ÓGÖRÖG MATEMATIKA

Dél felé folytatjuk utunkat. A következő állomásunk Görögország. Matematika órán gyakran hallhatjuk: „Már a görögök is ismerték...” Ha az ókori görög matematika eredményeiről szeretnénk tájékozódni, akkor dióhéjban az előzményekről is kell beszélnünk.

Az Égei-tenger partvidékét és szigeteit benépesítő görög népnek merőben más földrajzi adottságokhoz kellett alkalmazkodnia, mint például az egyiptomi vagy mezopotámiai embereknek. A zömében terméketlen területen nem lehetett földművelésre alapozni az életet. A tenger közelsége a kereskedelem fejlődését tette lehetővé. Az első ismert görög tudósok között több kereskedő volt. Az egyiptomi matematikatudomány felelni tudott a mindennapi élet „Hogyan?” kérdéseire, és a gyakorlatban jól használható recepteket adott. A tanulékony görögök sok ilyen receptet átvettek, de ők már feltették a „Miért?” kérdést is. A görög matematikára már a bizonyítási igény és igényesség a jellemző.

1. Kutatómunka

A kérdések:

1. A tudomány fejlődésének első jelentősebb lépései a kisázsiai Milétosz városában működő filozófiai iskola tagjaihoz fűződnek. Milétosz a korai görög demokrácia korának legjelentősebb városa. Ebben a városban született Thalész, az első ismert görög tudós. Thalész kereskedő volt, így beutazta az akkor ismert művelt világot Mezopotámiától Egyiptomig. Hogyan mérte meg a legenda szerint Thalész az egyiptomi piramis magasságát?
2. Szintén egy legenda szerint a Parnasszosz hegy lábánál fekvő delphoi jósa jósnőjének egyik jóslata vezetett egy híres, sokáig megoldatlan matematikai problémához. Kinek szólt és mi volt a jóslat, és mi volt ez a matematikai probléma?
3. Az ókori görögök az irracionális számot „arrhéton” számnak, „kimondhatatlan” számnak nevezték. Egy számnak és a szám kétszeresének a mértani közepe „arrhéton”, kimondhatatlan szám, de mégis megszerkeszthető (a számegyenesen). Hogyan?
4. Milyen számokat nevezünk háromszögszámoknak?
5. Mit nevezünk aranymetszésnek? Hogyan szerkeszthető meg egy szakasz aranymetszete?
6. Az építészetben gyakran előfordul az aranymetszés alkalmazása. Athén melyik nevezetes épületének homlokzatán fedezhető fel az aranymetszés alkalmazása?
7. Az állatvilágban hol fedezhető fel az aranymetszés törvényszerűsége?
8. Mi volt a püthagoreusok jelképe?
9. A szabályos ötszög szerkesztésének felfedezése Kr.e. V. század elején Hipaszosz nevéhez fűződik. Ő a feladatot területillesztéssel oldotta meg. Hogyan?
10. Gyűjtsétek össze és írjátok le a Pitagorasz-tételnek minél többféle bizonyítását!

III. KÖNIGSBERG

Utazzunk tovább! Görögországból észak felé visz az utunk. Oroszországba megyünk, a Balti-tenger partjára, Kalinyingrádba. Roppant viharos e város történelme. A balti-tengerparti várost a Pregolja folyó torkolatánál 1255-ben a német lovagrend tagjai alapították. A város neve Königsberg lett. A német lovagrend nagymesterének rezidenciája, később a porosz hercegek székhelye, majd egy ideig a porosz királyok koronázóvárosa volt. Gazdasági és stratégiai helyzete miatt sokszor cserélt gazdát. Volt lengyel kézben, később a szabad porosz állam központja, majd az egységes Német Császárság tagja lett. 1757-ben az orosz hadak győzelmet arattak a poroszok felett, és a következő évben Königsberg is az oroszok kezébe került. 1807-ben Napóleon is elfoglalta a porosz koronázóvárost, de a napóleoni háborúk lezárultával ismét visszakerült Poroszországhoz, 1871-ben pedig a Német Császárság része lett.

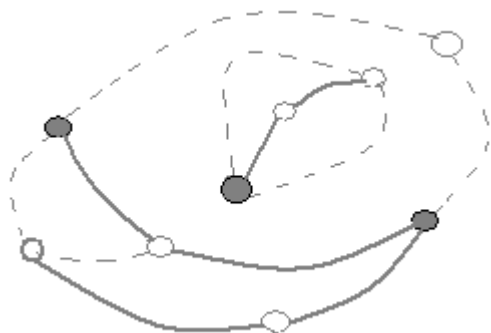
A II. világháború idején szinte teljesen elpusztították, s a műemlékek közül is csak egy-kettő maradt épen. 1945. április 9-én a szovjet csapatok kegyetlen, öldökléstől sem mentes harcok során foglalták el, majd a potsdami szerződés értelmében a Szovjetunió területéhez csatolták. Nevét 1946-ban M. I. Kalinyinról kapta, s mind a mai napig a Kalinyingrád nevet viseli. A königsbergi hidakról később lesz szó.

1. Játék utazás közben

A „palánta” játék szabálya:

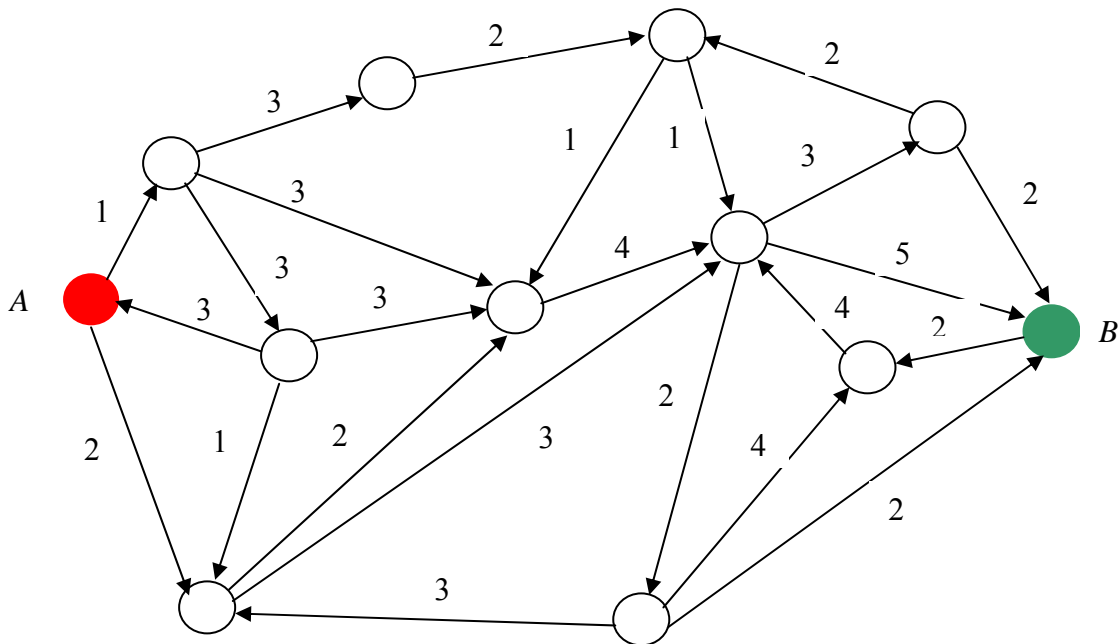
Egy papírlapra néhány pontot rajzolunk, ezek lesznek a palánták. A két játékos felváltva húz valamelyik pontból egy vonalat (a palánta egy rügyet hajt) vagy egy másik pontig, vagy pedig egy zárt hurkot, amely a kiindulási pontban végződik. A húzott vonalon a játékos egy újabb pontot rajzol (egy újabb palántát ültet). Mindegyik vonal alakja tetszőleges lehet, de nem metszheti önmagát, nem metszhet korábban megrajzolt vonalat sem, nem mehet át korábbi ponton, ami nem kezdő- vagy végpontja. Továbbá egyetlen pontból sem indulhat ki háromnál több vonal. Az veszít, aki már nem tud húzni egy vonalat sem.

Ábra:



2. Irányított gráf – optimális útvonal keresése

Úthálózat az egyirányú utak bejelölésével:



8. MODUL

TERV ÉS VALÓSÁG

KÉSZÍTETTE: KOVÁCS KÁROLYNÉ

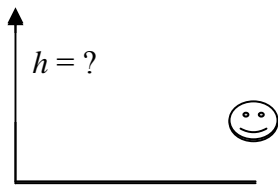
I-II. MÉRÜNK ÉS SZÁMOLUNK

Mérések:

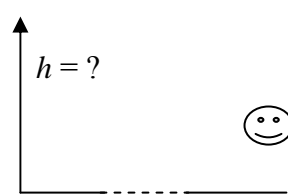
- Egy épület (fa) magasságának kiszámítása, feltéve, hogy az épület (fa) megközelíthető.
- Egy olyan épület (ablak vagy fa) magasságának kiszámítása, amelyik nem közelíthető meg.
- Két tárgy (épület, fa) távolságának kiszámítása, ha a tárgyak távolsága közvetlenül nem mérhető meg.

Vázlatok:

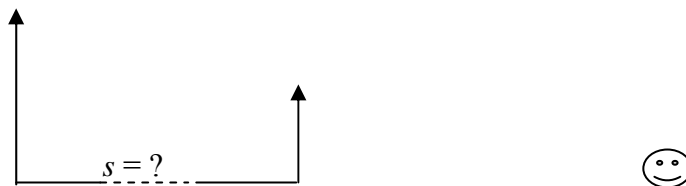
a)



b)



c)



Szükséges eszközök:

- szögmérő
- mérőszalag (legalább 30 m-es)
- vékony, egyenes lécz
- rajzszög és vékony, erős cérnára kötött nehezék
- talajba leszúrható egyenes bot

Szögmérés (talajra merőleges síkban):

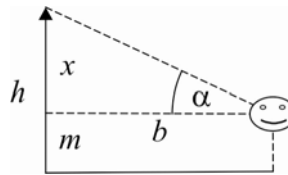
Egy lécz oldalára erősítünk egy szögmérőt, annak közepére egy függőönt (cérnából és a végén nehezékből készíthető). A léczet állítsuk be úgy, mintha egy távcső csöve lenne. A függőön és a lécz által bezárt tompaszögből a derékszöveget visszaszámolva az emelkedési szöghöz jutnak.

Egy-egy lehetséges mérési mód:

a) Egy épület (fa) magasságának kiszámítása, feltéve, hogy az épület (fa) megközelíthető.

Mérendő adatok: m , α , b .

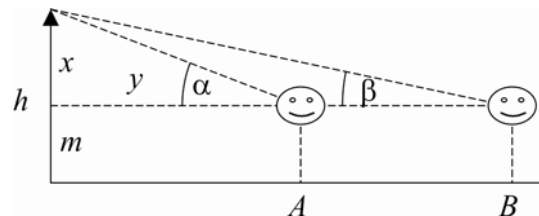
Kiszámítandó: $h = x + m$.



b) Egy olyan épület (ablak vagy fa) magasságának kiszámítása, amelyik nem közelíthető meg.

Mérendő adatok: AB , α , β , m .

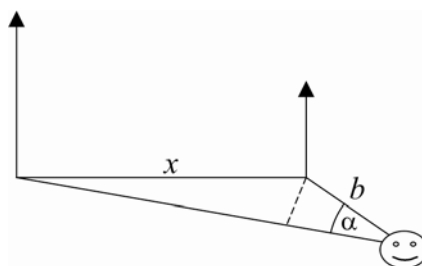
Kiszámítandó: x és y .



c) Két tárgy (épület, fa) távolságának kiszámítása, ha a tárgyak távolsága közvetlenül nem mérhető meg.

Mérendő adatok: α , β , b .

Kiszámítandó: y és x (ahol β az x és b oldalak hajlásszöge, és y a β szög csúcsából húzott magasság hossza).



III. KÖZELÍTŐ SZÁMÍTÁSOK

Szerintetek mennyi lehetett Magyarország lakossága a ti születési évetekben?

Az 1990-ben mért adatok szerint akkor a népesség száma: 10 375 323 fő volt.

Hogyan értelmezzük ezt az adatot?

Mi lehet az első kérdés egy ilyen adat láttán?

Ez az adat egy meghatározott napra (pl. január 1-én éjfélre) vonatkozó adat. 1990-es év folyamán a népesség száma nagy valószínűséggel milyen értékek között lehetett?

Sok esetben nem ismerjük a pontos értéket. Ekkor közelítő értékkel számolunk. Pl. a π leggyakrabban használt közelítő értéke 3,14, pedig használhatnánk a 3,142-t vagy a 3,1416 közelítő értéket is, sőt ha akarnánk, felírhatnánk tíz, húsz, 600 tizedesre is, ha szükségünk lenne rá, hiszen ezek mind a π -nek közelítő értékei, hiszen π irracionális szám. (Mit is jelent ez az utóbbi megállapítás?)

1. Számolás közelítő értékekkel

Egy derékszögű háromszögben az 55° -os szög melletti befogó cm pontossággal mérve, 24,56 m hosszú. Mekkora a másik befogó?

Nem ismerjük $\text{tg}55^\circ$ pontos értékét. Próbáljuk ennek a számnak egyre jobb közelítése mellett kiszámítani, hogy a másik befogó hossza milyen értékek között lehet!

Ha $1,4 < \text{tg}55^\circ < 1,5$ mit mondhatunk a kérdéses b befogó hosszáról?

Számoljunk pontosabb közelítő értékkel!

2. A kör kerülete

Hogyan számítanánk ki a 3 cm oldalhosszú négyzet köré írt kör kerületét? Tételezzük fel, hogy a 3 cm pontos érték.

Hogyan jelölnétek a kerület pontos értékét?

Tudjuk, hogy $3,14 < \pi < 3,15$. Ha a kalkulátorral kiíratjátok $\sqrt{18}$ közelítő értékét, kiderül, hogy $4,24 < \sqrt{18} < 4,25$. Számítsátok ki, hogy ilyen közelítéssel számolva, mit állíthatunk a kör kerületéről!

Számoljuk ki jobb közelítéssel is!

3. Idézetek dolgozatokból

Részletek egy tanuló dolgozatából:

1. feladat:

A dombra egyenes út (ösvény) visz föl, amelynek hossza 152 m. Az ösvény emelkedési szöge 42° . Milyen magas a domb?

A tanuló megoldása:

Jelöljük h -val a domb magasságát. Ekkor $\sin 42^\circ = \frac{h}{152}$, ebből

$h = 152 \cdot \sin 42^\circ = 101,70785$. Tehát a domb 101,70785 m magas.

Mi a véleményetek a tanuló munkájáról?

2. feladat:

Egy körhenger alakú fazék alapkörének sugara 1,2 dm, magassága 3,6 dm. Határozza meg a fazék térfogatát dm^3 pontossággal!

A tanuló megoldása:

Az r sugarú, m magasságú henger térfogata: $V = r^2 \cdot \pi \cdot m$. Így a fazék térfogata:

$V = 1,2^2 \pi \cdot 3,6 \approx 16,27776$. A fazék térfogata kb. $16,3 \text{ dm}^3$.

Mi a véleményetek erről a megoldásról?

Mire kell vigyáznunk a valóság-hű feladatok megoldása során?

9. MODUL

SORBANÁLLÁS

KÉSZÍTETTE: KOVÁCS KÁROLYNÉ

I. CSAK SZÉP SORBAN!

Sorbanállás:

Képzeld el a következő helyzetet: bemegyek egy élelmiszerüzletbe, telerakom a kosaramat, megyek az üzlet egyetlen pénztárához, beállok a sorba. Én vagyok a sorban az ötödik. Ekkor a pénztárosnő lezárja a pénztárgépet, s elmegy hátra a raktárba valamit elintézni. Közvetlenül előttem áll a sorban két ember egy-egy teli bevásárlókocsival. Az előttük álló két embernek kosár van a kezében, és nincs nagyon telerakva. Állunk és várunk. Már mindenki nagyon szeretne fizetni és távozni. Unalmamban elkezdek magamban feladatokat gyártani.

Hányféle sorrendben állhatna itt ez az 5 ember?

Hányféle olyan sorrend alakulhatna ki, amelyben én állnék a legkedvezőbb helyen?

Na jó, ha nem is a legkedvezőbb helyen, de legalább a két „kocsis” ember között? Hányféle ilyen sorrend lenne?

És vajon hányféle olyan sorrend alakítható ki, hogy én közvetlenül a két „kocsis” ember előtt állok, de nem állok a legkedvezőbb helyen?

1. Sportpályán

Mondok egy másik szituációt, de most már ti találjatok ki feladatokat erre a helyzetre!

Tegyük fel, hogy egy sporttáborban 12 fiú és 6 lány vesz részt. Egy alkalommal 4-4 fiú kispályás focit játszik, a 6 lány pedig a pálya szélén, padon ülve nézi a játékot.

Ti is a pálya szélén ültök, de ti nem a játékban gyönyörködtek, hanem feladatokat gyártotok – látva ezt a helyzetet.

II. JÁTÉK A BETŰKKEL

Játékleírás:

Bizonyára ismeritek azt a televízióban is játszott játékot, amelyben a játékosoknak az a célja, hogy betűnként találjanak ki egy közmondást. A játék menete a következő volt:

A kezdő játékos mondott egy betűt. Ha az előfordult a közmondásban, akkor a mondott betű minden előfordulási helyen megjelent a kijelző táblán. Ezután a játékos újabb betűt mondhatott, s ha ez is szerepelt a közmondásban, akkor minden ilyen helyen megjelent ez a betű is. A játékos folytathatta mindaddig, míg egy olyan betűt nem mondott, amelyik nem szerepelt a közmondás betűi között. Ekkor a kérdezést a másik játékos folytathatta. Az a játékos nyert, aki először mondta ki helyesen a közmondást.

Próbáljuk ki ezt a játékot! Először azonban egy kicsit szeretném módosítani a játékszabályt:

Egyrészt nem egy-egy játékos, hanem csapatok versenyeznének egymással, mégpedig három csapat.

Másik változtatás: ha a csapat által mondott betű szerepel a közmondásban, a betű előfordulási helyét (helyeit) csak akkor mutatom meg, ha a csapat egy kérdésre helyesen válaszol. A kérdés minden esetben olyan, hogy a helyes válasz egy szám. A kérdés elhangzásakor elindítjuk ezt a homokórát. Ez mutatja, hogy mennyi ideje van a csapatnak a kérdés megválaszolására. Ha a csapat az adott idő alatt nem tudja a kérdést megválaszolni, vagy helytelen választ ad, a válaszadás joga a sorrendben következő csapatra száll, s ha ők helyes választ adnak, a betű a közmondásban szereplő helyeken megjelenik.

Az újabb betűt az a csapat mondhatja, amelyik a kérdésre helyes választ adott.

Természetesen az a csapat nyer, amelyik először mondja ki pontosan a közmondást. Ha valamelyik csapat úgy érzi, hogy tudja, melyik közmondás a feladvány, akkor kézfeltartással jelezze, hogy a megfejtést kívánja mondani. Ha nem sikerül kitalálni, vagy pontatlan a közmondás megfogalmazása, a csapat kiesik abból a játékból. Természetesen a következő közmondás kitalálásában már részt vesz ez a csapat is.

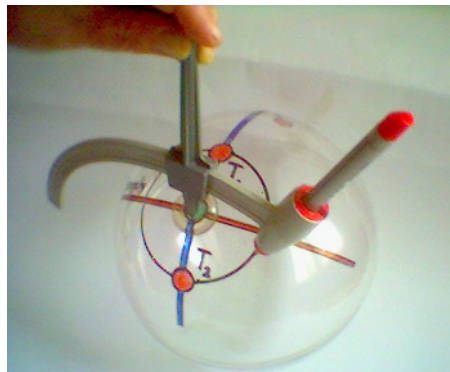
10. MODUL
BOLYAI-GEOMETRIA
(HIPERBOLIKUS
GEOMETRIA)

KÉSZÍTETTE: LÉNÁRT ISTVÁN

IV. PÁRHUZAMOK A HÁROM GEOMETRIA KÖZÖTT

1. Egyenesek és szakaszok

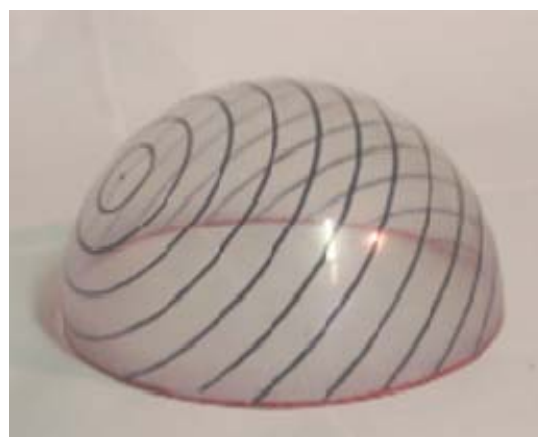
1. A képen látható vonalak közül melyek
- teljes gömbi egyenesek, vagyis főkörök,
 - gömbi szakaszok, vagyis két gömbi pontot összekötő legrövidebb gömbi egyenesdarabok,
 - teljes gömbi körök?



2. A képen látható vonalak közül melyek
- teljes gömbi egyenesek, vagyis főkörök,
 - gömbi szakaszok, vagyis két gömbi pontot összekötő legrövidebb gömbi egyenesdarabok,
 - teljes gömbi körök?

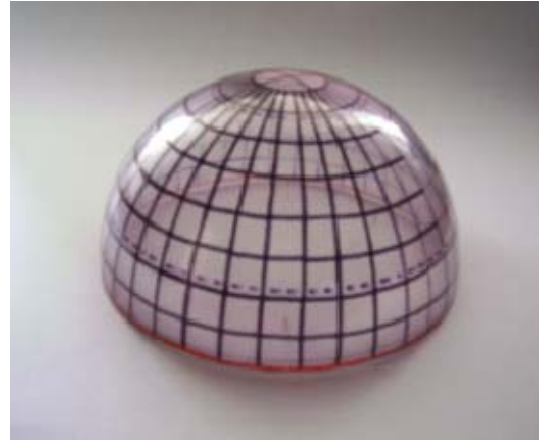


3. A piros határvonal pontjai a félgömb alján már nem tartoznak a félgömbmodellünkhöz. A fekete vonalak közül melyek
- teljes Bolyai-egyenesek,
 - Bolyai-egyenes-darabok, vagyis Bolyai-szakaszok?



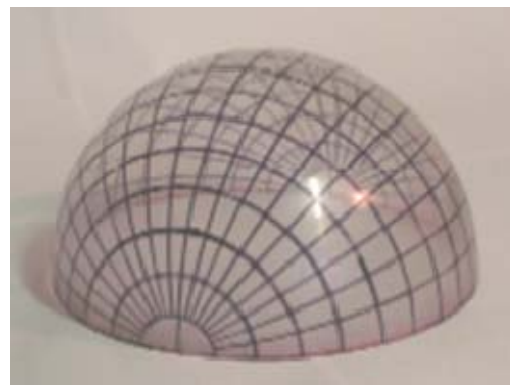
4. A piros határvonal pontjai a félgömb alján már nem tartoznak a félgömb-modellünkhöz. A fekete vonalak közül melyek

- teljes Bolyai-egyenesek,
- Bolyai-egyenes-darabok, vagyis Bolyai-szakaszok?



5. A piros határvonal pontjai a félgömb alján már nem tartoznak a félgömb-modellünkhöz. A fekete vonalak közül melyek

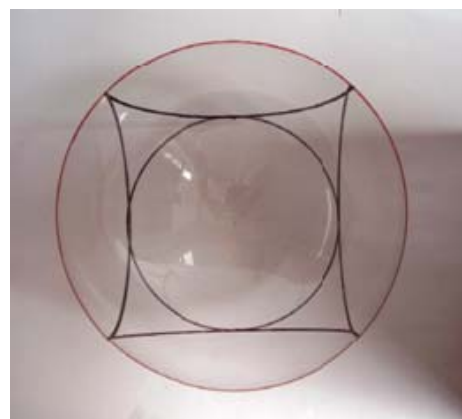
- teljes Bolyai-egyenesek,
- Bolyai-egyenes-darabok, vagyis Bolyai-szakaszok?



2. Egyenesek és körök

1. A piros határvonal pontjai már nem tartoznak a félgömb-modellünkhöz. A félgömböt most felülnézetben látjuk. A fekete vonalak közül melyek

- teljes Bolyai-egyenesek,
- Bolyai-körök?

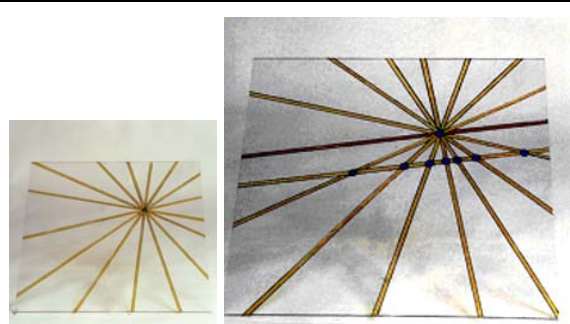


2. A piros határvonal pontjai már nem tartoznak a félgömb-modellünkhöz. A félgömböt most felülnézetben látjuk. A fekete vonalak közül melyek
- teljes Bolyai-egyenesek,
 - Bolyai-körök?



3. Közös pontok

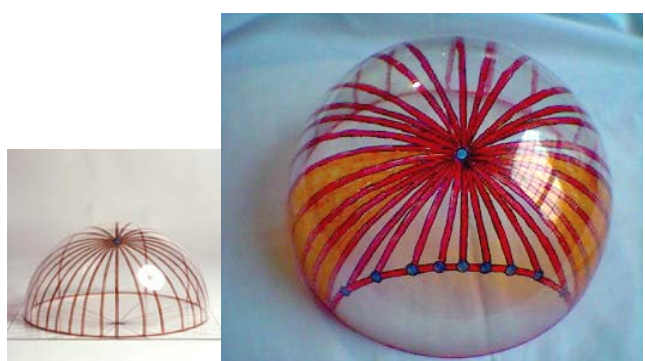
1. A kisebb képen a sík egyik pontján átmenő egyeneseket, más néven síkbeli sugársort látunk. A nagyobb képen a sugársoron kívül még egy, külső egyenes is szerepel. Kérdés: A sugársor egyenesei közül hány egyenes nem metszi a külső egyenest?



2. A kisebb képen a gömb két áttelnes pontján átmenő gömbi egyeneseket, más néven gömbi sugársort látunk. A nagyobb képen a sugársoron kívül még egy, külső gömbi egyenes is szerepel. Kérdés: A gömbi sugársor egyenesei közül hány gömbi egyenes nem metszi a külső gömbi egyenest?

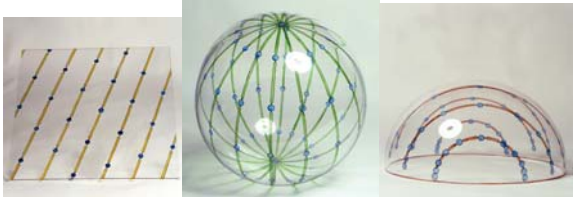




3. A kisebb képen a félgömb egyik pontján átmenő hiperbolikus (Bolyai-féle) egyeneseket, más néven hiperbolikus sugársort látunk. A nagyobb képen a sugársoron kívül még egy, külső hiperbolikus egyenes is szerepel. Kérdés: A hiperbolikus sugársor egyenesei közül hány nem metszi a külső hiperbolikus egyenest?



4. Párhuzamos-e egy egyenes önmagával – akár síkon, akár gömbön, akár félgömbön?

4. Félegyenesek és sokszögek

<p>1. Síkon, gömbön, félgömbön – melyiken találhatunk félegyeneset?</p>	
<p>2. Milyen határok között változhat a háromszög belső szögeinek összege – síkon, gömbön, félgömbön?</p>	
<p>3. Milyen határok között változhat a négyszög belső szögeinek összege – síkon, gömbön, félgömbön?</p>	
<p>4. Melyik geometria használható a három közül?</p>	