

# **Matematika C**

**10. osztály**

**9. modul**  
**Sorbanállás**

Készítette: Kovács Károlyné

<b>A modul célja</b>	A tanulók kombinatorikai ismereteinek kreatív alkalmazása, gondolkodási módjának fejlesztése.
<b>Időkeret</b>	2 foglalkozás
<b>Ajánlott korosztály</b>	15–16 évesek (10. osztály)
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Szűkebb környezetben: Bármelyik tantárgy, amelyik igényli a tanulók önálló problémafelvető képességét  Ajánlott megelőző tevékenységek: Tanórán a kombinatorikai alapismeretek megismerése tapasztalatgyűjtéssel
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Számolás, számlálás Mennyiségi következtetés, valószínűségi következtetés Szöveges feladat megoldása, probléma megoldás, metakogníció Rendszerezés, kombinativitás Valószínűség, statisztika

## AJÁNLÁS

Az oktatásunk egyik fő problémája, hogy a tanulók az ismereteket, a megoldandó problémákat készen kapják, ezért kevés mód nyílik arra, hogy a tanulók kapcsolatot találjanak az iskolában tanultak és a környezetükben tapasztaltak között. Erre – az eddigi modulok elkészítése során is – próbáltunk figyelni, és különböző javaslatok felkínálásával ezen segíteni.

Ennek a modulnak a témája a kombinatorika, célja a tanulók kombinatorikai gondolkodás módjának fejlesztése. A tanuló környezetével való kapcsolat kialakítása különösen kézenfekvő ebben a témakörben. Kiindulunk egy, a mindennapokban látott helyzetből, szituációból, és ebből kombinatorikai problémákat, kérdéseket fogalmazunk meg. Majd a tanulók gondolnak ki helyzeteket, fogalmazznak meg és oldanak meg feladatokat.

Ezt a modult a tanév utolsó moduljaként javasoljuk feldolgozni, mert ennek második foglalkozása a tanév befejezését egy jókedvű, felszabadult játékkal teszi lehetővé.

**MODULVÁZLAT**

	<b>Lépések, tevékenységek</b>	<b>Kiemelt készségek, képességek</b>	<b>Eszközök, mellékletek</b>
<b>I. Csak szép sorban!</b>			
1.	Egy sorbanállásból 4 feladat születik	Elemző képesség, kombinatorikus gondolkodás, számolási képesség, műveletvégzési sebesség, problémaérzékenység, rugalmas gondolkodás, problémamegoldás	Tanulói munkafüzet: Sorban állás
2.	Adott szituációra feladatok gyártása	Kreativitás, eredetiség, elemző képesség, kombinatorikus gondolkodás, számolási képesség, műveletvégzési sebesség, nyelvi fejlettség, problémaérzékenység, rugalmas gondolkodás, problémamegoldás	Tanulói munkafüzet: Sportpályán
3.	Szituációk kitalálása, feladatok gyártása	Kreativitás, eredetiség, elemző képesség, kombinatorikus gondolkodás, számolási képesség, műveletvégzési sebesség, nyelvi fejlettség, problémaérzékenység, rugalmas gondolkodás, problémamegoldás	

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, mellékletek
<b>II. Játék a betűkkel</b>			
	Próbajáték	Kreativitás, eredetiség, számolási képesség, műveletvégzési sebesség, nyelvi fejlettség, problémaérzékenység, ismeretek rendszerezése, metakogníció, rugalmas gondolkodás, problémamegoldás	Eszközök: Homokóra Melléklet a tanároknak: Kérdések a próbajátékhoz Tanulói munkafüzet: Játékleírás
	A játék	Kreativitás, eredetiség, számolási képesség, műveletvégzési sebesség, nyelvi fejlettség, problémaérzékenység, ismeretek rendszerezése, metakogníció, rugalmas gondolkodás, problémamegoldás	Melléklet a tanároknak: Néhány közismert, és kevésbé ismert közmondás Javasolt kérdések a játékhoz

## I. CSAK SZÉP SORBAN!

### Ráhangolódás (kb. 15 perc)

**Tanulói munkafüzet:** Sorban állás

Képzeld el a következő helyzetet: bemegyek egy élelmiszerüzletbe, telerakom a kosaramat, megyek az üzlet egyetlen pénztárához, beállok a sorba! Én vagyok a sorban az ötödik. Ekkor a pénztárosnő lezárja a pénztárgépet, s elmegy hátra a raktárba valamit elintézni. Közvetlenül előttem áll a sorban két ember egy-egy teli bevásárlókocsival. Az előttük álló két embernek kosár van a kezében, és nincs nagyon telerakva. Állunk és várunk. Már mindenki nagyon szeretne fizetni és távozni. Unalmamban elkezdek magamban feladatokat gyártani.

Hányféle sorrendben állhatna itt ez az 5 ember?

Hányféle olyan sorrend alakulhatna ki, amelyben én állnék a legkedvezőbb helyen?

Na jó, ha nem is a legkedvezőbb helyen, de legalább a két „kocsis” ember között? Hányféle ilyen sorrend lenne?

És vajon hányféle olyan sorrend alakítható ki, hogy én közvetlenül a két „kocsis” ember előtt álljak, de nem állok a legkedvezőbb helyen?

Az első két kérdést valószínűleg könnyedén megválaszolják. A harmadik kérdésre a válasz gyakran hibás. Mert ha rá is jönnek arra az ötletre, hogy a két „kocsis” ember meg én alkossunk egy „elemet”, s akkor a kérdés úgy szól, hogy ez az „elem” és a két másik ember hányféle sorrendben állhat a sorban, s ezt helyesen meg is válaszolják, elfelejtkeznek arról, hogy mind a hat esetben még egy-egy sorrenddel számolni kell. Ugyanis a két „kocsis” ember helycseréje egy-egy újabb sorrendet eredményez. Tehát összesen 12-féle sorrendben állhatunk a pénztár előtt ilyen feltételek mellett.

Ha ennek a feladatnak a megoldását részletesen megbeszéljük, már könnyebben megy az utolsó kérdés megválaszolása is. Érdemes ebben az esetben rajzzal is szemléltetni a különböző eseteket. (Az embereket különböző jelekkel jelölni.) A 8 eset nem olyan sok eset, hogy ne érné meg felrajzolni a jobb megérthetés kedvéért.

### 1. Adott szituációra feladatok gyártása

(Javasolt idő: 15 perc. Munkaforma: párban vagy 3 fős csoportban.)

Mondok egy másik szituációt, de most már ti találjatok ki feladatokat erre a helyzetre!

**Tanulói munkafüzet:** Sportpályán

Tegyük fel, hogy egy sporttáborban 12 fiú és 6 lány vesz részt. Egy alkalommal 4-4 fiú kispályás focit játszik, a 6 lány pedig a pálya szélén, padon ülve nézi a játékot.

Ti is a pálya szélén ültök, de ti nem a játékban gyönyörködtök, hanem feladatokat gyártotok – látva ezt a helyzetet.

Ha a tanulók számára még nehezen megy a kombinatorikus gondolkodási mód, tehetjük azt is, hogy mi gyártunk újból kérdéseket, és ekkor az ő feladatuk ismét a kérdések megválaszolása lesz.

Ha nem ezt az utat választjuk, azzal számolnunk kell, hogy a „Ráhangolódásban” megfogalmazott kérdések elsősorban kombinatorikai problémák kitalálására készíteti őket. Ne siessük el

a más témakörű kérdésekre való buzdítást! Hagyjuk, és örüljünk neki, ha eleinte nagyon hasonló kérdéseket tesznek is fel! Elképzelhető, hogy először a lányok ülési sorrendjének számára kérdeznek rá. Ekkor továbblendíthetjük őket egy újabb információval:

*Kati és Panni barátnők, szeretnek mindig együtt lenni, így ők a padon is egymás mellett kívánnak ülni.*

Soha ne hagyjuk, hogy egy kérdést pongyolán, helytelen magyarsággal megfogalmazva mondjanak el! Ilyenkor a többiekkel javíttassuk a mondatot addig, amíg az pontos, és helyesen megfogalmazott nem lesz! Így előbb-utóbb már tanári beavatkozás nélkül is javítják – nyelvhelyesség szempontból is – egymás kérdéseit.

Nehezebb a kérdés megválaszolása, ha a fiúk csapatkialakítására kérdeznek rá. Ilyenkor előfordulhat, hogy a szokásosnál több segítséget kell adnunk a feladat megoldásához. Először csak azt a kérdést válaszoltassuk meg, hogy pl.

*Az edző hányféleképpen állíthatott volna össze egy négyfős csapatot?*

Itt részletezni kell a gondolatmenetet! Mutassuk meg egy példán, hogy négy fiú ( $A, B, C, D$ ), mint csapat hányszor szerepel a  $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9$  kiválasztás között. Ezután már könnyen jutnak a helyes eredményhez, hogy egy csapat  $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$ , azaz 495-féleképpen állítható elő.

**Ne vezessük még be a  $\binom{12}{4}$  jelölést!** A gondolatmenet fontosabb. Egyébként is az a tapasztalat, hogy a gyerekek ekkor még úgy érzik, egy kombinatorikai kérdésre a válasz akkor „végeredmény”, ha az tízes számrendszerben megadott szám.

Visszatérve a kérdésre: folytassuk a probléma megoldását úgy, hogy megnevezzük egy lehetséges első csapat tagjait. Ide kapcsolódhat az újabb kérdés:

*Egy, már előállított négyfős csapathoz hányféle másik 4 fős csapatot állíthat össze az edző a maradék 8 tanuló közül válogatva?*

*És egy másik, már előállított csapathoz hányféle másik csapat állítható fel? És egy harmadikhoz?*

Így eljuthatnak a tanulók ahhoz a felismeréshez, hogy mivel minden először előállított csapathoz a másik csapat  $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$ -féleképpen állítható elő, így a két csapat

$\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$ , azaz 34 650-féleképpen állítható össze.

Ekkor kíváncsian várjuk, hogy rájön-e valamelyik tanuló, hogy **a végeredményünk hibás.**

A feladat szerint nincs a két csapat megkülönböztetve.

Ha ők nem jönnek rá, nekünk kell őket provokálnunk. Tegyük fel, hogy az először kiválasztott csapat tagjai  $A, B, C, D$ , a másiké pedig:  $E, F, G$  és  $H$ . Ez szerepel 34 650-féle csapatösszeállításban. Van a 34 650-féle csapatösszeállítás között még két ugyanilyen két

csapat? Még pontosan egy van: az először kiválasztottban  $E, F, G$  és  $H$ , utána az  $A, B, C, D$  személyekből álló csapat.

Ha tehát nem különböztetjük meg a csapatokat semmilyen módon – se sorszámmal, se mezzel – akkor, mivel minden 4-es csapatpárt kétszer számoltunk össze, ebben az esetben a lehetséges különböző csapatösszeállítások száma a 34 650 fele, azaz **17 325**.

Nagyon sokféle szituációt kitalálhatunk. Néhány mutatóban:

1. Villamoson utazunk. Minden hely foglalt, és öten állnak a vagonban. Az egyik megállóban két utas feláll, és leszáll, de ebben a megállóban nem száll fel senki ebbe a kocsiba.
2. Lakásunk bejáratához hat lépcsőfok vezet fel az utcáról. Barátaim egyik látogatásuk alkalmával nevetve mesélték, hogy mindenki más-más lépéssorozattal jött fel a lépcsőn. Barátaimat ismerve, tudom, hogy mindegyik egy lépésben egy vagy két lépcsőfokot tud megtenni.
3. Hosszabb időre elutazom, és a csomagjaimat le kell cipelnem a kocsinhoz. Van három különböző bőröndöm, és 5-féle táskám.
4. Kovács bácsinak naponta 5 különböző gyógyszert kell bevennie. Az orvos csak annyit mondott, hogy ezt a két gyógyszert egyszerre, étkezés közben kell beszednie, emezt a kettőt pedig este vegye be.
5. Értekezlet alatt szórakozottan firkálgattam a füzetembe. Sormintákat rajzoltam. Egy kis háromszöget, két kört, két négyzetet, és három szívet rajzoltam egy-egy sorba.

## 2. Szituációk kitalálása, feladatok gyártása

(Javasolt idő: 15 perc. Munkaforma: párban vagy 3 fős csoportban.)

Minden pár (csoport) találjon ki egy szituációt, írja le egy papírra, és adja tovább a papírt a következő párnak (csoportnak)! Ők a kapott szituációk alapján készítsenek egy feladatot, és adják tovább egy következő párnak (csoportnak) – a feladatot ők fogják megoldani!

Ha elkészültek a megoldással, írják rá a papírra, és adják vissza a feladatot készítő párnak (csoportnak)! Ez a pár (csoport) ellenőrizze, hogy helyes-e a feladatuk megoldása! Pipával jelezzék, ha helyes, ha viszont hibásnak vélik, adják vissza újbóli meggondolásra a megoldást elkészítő párnak (csoportnak)! Ha egy feladat megoldását már le is ellenőrizte a megfelelő pár (csoport), és úgy látja helyes a megoldás, akkor a papírt adjátok ide nekem!

Forgószínpadszerűen mennek körbe a feladatok. Így minden pár illetve csoport folyamatosan tud dolgozni. Amikor eljutott hozzánk a leellenőrzött megoldás, nézzük át, hogy milyen szituációból milyen feladatot gyártottak a tanulók, és hogyan oldották meg, illetve hogyan írták le a megoldásukat!

**Tanulói munkafüzet:****I. CSAK SZÉP SORBAN!****Sorban állás:**

Képzeld el a következő helyzetet: bemegyek egy élelmiszerüzletbe, telerakom a kosaramat, megyek az üzlet egyetlen pénztárához, beállok a sorba. Én vagyok a sorban az ötödik. Ekkor a pénztárosnő lezárja a pénztárgépet, s elmegy hátra a raktárba valamit elintézni. Közvetlenül előttem áll a sorban két ember egy-egy teli bevásárlókocsival. Az előttük álló két embernek kosár van a kezében, és nincs nagyon telerakva. Állunk és várunk. Már mindenki nagyon szeretne fizetni és távozni. Unalmamban elkezdek magamban feladatokat gyártani.

Hányféle sorrendben állhatna itt ez az 5 ember?

Hányféle olyan sorrend alakulhatna ki, amelyben én állnék a legkedvezőbb helyen?

Na jó, ha nem is a legkedvezőbb helyen, de legalább a két „kocsis” ember között? Hányféle ilyen sorrend lenne?

És vajon hányféle olyan sorrend alakítható ki, hogy én közvetlenül a két „kocsis” ember előtt állok, de nem állok a legkedvezőbb helyen?

**1. Sportpályán**

Mondok egy másik szituációt, de most már ti találjatok ki feladatokat erre a helyzetre!

Tegyük fel, hogy egy sporttáborban 12 fiú és 6 lány vesz részt. Egy alkalommal 4-4 fiú kispályás focit játszik, a 6 lány pedig a pálya szélén, padon ülve nézi a játékot.

Ti is a pálya szélén ültök, de ti nem a játékban gyönyörködtök, hanem feladatokat gyártotok – látva ezt a helyzetet.

## II. JÁTÉK A BETŰKKEL

### Ráhangolódás (kb. 5 perc)

#### Tanulói munkafüzet: Játékleírás

Bizonyára ismeritek azt a televízióban is játszott játékot, amelyben a játékosoknak az a célja, hogy betűnként találjanak ki egy közmondást. A játék menete a következő volt:

A kezdő játékos mondott egy betűt. Ha az előfordult a közmondásban, akkor a mondott betű minden előfordulási helyen megjelent a kijelző táblán. Ezután a játékos újabb betűt mondhatott, s ha ez is szerepelt a közmondásban, akkor minden ilyen helyen megjelent ez a betű is. A játékos folytathatta mindaddig, míg egy olyan betűt nem mondott, amelyik nem szerepelt a közmondás betűi között. Ekkor a kérdezést a másik játékos folytathatta. Az a játékos nyert, aki először mondta ki helyesen a közmondást.

Próbáljuk ki ezt a játékot! Először azonban egy kicsit szeretném módosítani a játékszabályt:

Egyrészt nem egy-egy játékos, hanem csapatok versenyeznenek egymással, mégpedig három csapat.

Másik változtatás: ha a csapat által mondott betű szerepel a közmondásban, a betű előfordulási helyét (helyeit) csak akkor mutatom meg, ha a csapat egy kérdésre helyesen válaszol. A kérdés minden esetben olyan, hogy a helyes válasz egy szám. A kérdés elhangzásakor elindítjuk ezt a homokórát. Ez mutatja, hogy mennyi ideje van a csapatnak a kérdés megválaszolására. Ha a csapat az adott idő alatt nem tudja a kérdést megválaszolni, vagy helytelen választ ad, a válaszadás joga a sorrendben következő csapatra száll, s ha ők helyes választ adnak, a betű a közmondásban szereplő helyeken megjelenik.

Az újabb betűt az a csapat mondhatja, amelyik a kérdésre helyes választ adott.

Az a csapat nyer, amelyik először mondja ki pontosan a közmondást. Ha valamelyik csapat úgy érzi, hogy tudja, melyik közmondás a feladvány, akkor kézfeltartással jelezze, hogy a megfejtést kívánja mondani. Ha nem sikerül kitalálni, vagy pontatlan a közmondás megfogalmazása, a csapat kiesik abból a játékból. Természetesen a következő közmondás kitalálásában már részt vesz ez a csapat is.

Három csoportnál többet ne alakítsunk ki, akkor inkább növeljük a csapatok létszámát!

Jól elkülönülve ültessük a csapatokat, hogy a kérdés megoldása közben ne zavarják egymást! Nyilván minden csapatnak érdekében áll, hogy gondolkozzon a feladott probléma megoldásán, hiszen lehet, hogy nekik kell válaszolniuk a kérdésre.

### 1. Próbajáték

(Javasolt idő: 10 perc. Eszközigény: homokóra. Munkaforma: csoportban.)

Először egy próbajátékot játszunk. Sorsoljuk ki a kérdezés sorrendjét! Első, második, harmadik csapat.

Mindig megmondom, hogy hány betűből áll a közmondás.

A táblán jelöljük ki a betűk helyét, például téglalapokkal, s majd ebbe írjuk bele a már kitalált betűket.

Ez a közmondás 9 betűből áll. (AZ IDŐ PÉNZ.)

**Melléklet a tanároknak:** Kérdések a próbajátékhoz

A kérdéseket természetesen a csoport kombinatorikai ismereteinek megfelelően válasszuk! A tanári mellékletben egy egyszerű, kis számolással megválaszolható 9 kérdésből álló kérdéssort állítottunk össze. Ajánlott, hogy a próbajáték során, más feladatválasztás esetén is, a kérdések lehetőleg ilyen egyszerűek (vagy ennél is könnyebbek) legyenek!

Ne engedjük, hogy egy másik, a kérdés megválaszolására nem jogosult csapat tagjai bekiabálják a választ! Ha mégis előfordul, érdemes egy körből kihagyni ezt a csapatot, tehát a következő betűt a harmadik csapat mondja.

Természetesen előfordulhat, – és ez a gyakoribb – hogy nem kell minden betű helyét megtalálni a közmondás felismeréséhez. A tanulók hamar rájöhetnek, hogy először a magánhangzók helyét érdemes megkeresni. Az így megmaradó kérdéseket természetesen felhasználhatjuk a következő közmondás kitalálásához is.

## 2. A játék

(Javasolt idő: 30 perc. Eszközigény: homokóra. Munkaforma: csoportban.)

Az első kérdezés jogát mindig eggyel továbbadjuk, tehát az első játékban az első csapat adja meg az első betűt, a következő közmondásnál már a második, majd azután a harmadik csapat kezdi a játékot. Nézzük a következő közmondást!

**Melléklet a tanároknak:** Néhány közismert és kevésbé ismert közmondás

Ne kérjünk indoklást a kérdések megválaszolása után! Ez nagyon lelassítaná a játék menetét, és most a bementett szám kicsit arról is árulkodik, hogy helyes-e a gondolatmenetük. Ha egy kérdésre egyik csapat sem ad helyes választ, akkor azt a feladatot jelöljük meg, és egy másik alkalommal beszéljük meg annak megoldását. Ettől természetesen térjünk el akkor, ha a csapatok kifejezett kívánsága a megoldás megbeszélése. A tanári mellékletben 20 feladat adott, de célszerű tartalékfeladatokat készíteni. A feladatok nehézségi szintjét megszabja a csoport kombinatorikai ismereteinek mélysége, így „látatlanban” nehéz kimerítő kínálatot nyújtani.

Célszerű a feladatok közé skatulyaelv alkalmazását igénylő problémákat is tenni. Ha úgy ítéljük meg, hogy hasznos lehet több olyan kérdés kitűzése is, amelyek ugyanazt a megoldási módot igénylik, de más a szövegkörnyezetük, bővítsük a feladatsort ilyenekkel. Ilyen például a próbajáték 4. és a játék 1. feladata.

**Melléklet a tanároknak:** Javasolt kérdések a játékhoz

## MELLÉKLET A TANÁROKNAK

### 1. Próbajáték

#### Kérdések a próbajátékhoz:

1. Egy ló, egy tehén, egy cica, egy nyúl és egy kakas megkéri a révést, hogy vigye át őket a túlsó partra. Hányféle sorrendben szállíthatja át őket a révész, ha egyszerre vagy egy nagytestű állatot, vagy 3 kicsi állatot tud átvinni? (Válasz: 6)
2. Egy baráti társaság (3 fiú és 4 lány) „Amerikából jöttünk...” játékot szeretne játszani. A játék kezdetekor egy lányt és egy fiút kiválasztanak, akik kimennek a szobából. Hányféle kimenetele lehet a választásnak? (Válasz: 12)
3. Kovács Kata és négy barátja egymás mellé kaptak jegyet a moziba. Hányféle sorrendben ülhetnek egymás mellé, ha Kovács Kata középen ül? (Válasz: 24)
4. Nagy Anna és Kis Bea három társukkal egymás melletti helyekre kaptak jegyet a moziban. Hányféle sorrendben ülhetnek, hogy a két barátnő egymás mellé kerüljön? (Válasz: 48)
5. Hány ötjegyű szám készíthető az 1-es és a 2-es számjegyek felhasználásával? Az ötjegyű számban mind a kétféle számjegynek szerepelnie kell! (Válasz: 30)
6. Hány olyan négyjegyű szám van, amelynek minden számjegye 7-nél nagyobb? (Válasz: 16)
7. A 9-re végződő háromjegyű számok közül hány osztható 9-cel? (Válasz: 10)
8. Egy szekrényben 10 fehér, 20 fekete és 30 zöld, egyforma méretű zokni van. Hány darabot kell véletlenszerűen kivenni ahhoz, hogy biztosan legyen 1 pár fehér, 2 pár fekete és 3 pár zöld zoknik? (Válasz: 52)
9. Flóra és 5 barátja egymás mellé kaptak jegyet egy kis moziba, ahol minden sorban 6 ülés van. Hányféleképpen foglalhatnak helyet, ha Ákos és Flóra egymás mellett, és a sor valamelyik szélén szeretne ülni? (Válasz: 96)

### 2. A játék

#### Néhány közismert, és kevésbé ismert közmondás

AKI MER, AZ NYER.  
HA AZ OKOS NEM ÉRTI A JÁTÉKOT, NÉZI.  
NEM JÓ A TŰZZEL JÁTSZANI.  
NYITOTT KÁRTYÁVAL JÁTSZIK.  
NEM AKARÁSNAK NYÖGÉS A VÉGE.  
MÁS KÁRÁN TANUL AZ OKOS.  
OKOS ENGED, SZAMÁR SZENVED.

**Javasolt kérdések a játékhoz:**

1. Egy zenekarnak 6 számát vették fel CD-re. Ezek közül 4-ben énekel a szólóénekes, 2-ben nem. Hányféle sorrendben hallgathatom végig a hat számot úgy, hogy a 2 szólóénektől mentes zenekari szám egymás után hangozzon el valamilyen sorrendben? (Válasz: 240)
2. Hány 5-tel osztható, ötjegyű, különböző számjegyekből álló szám képezhető a 0, 1, 3, 5, 7 számjegyek felhasználásával? (Válasz: 42)
3. Egy ló, egy tehén, egy cica, egy nyúl és egy kakas megkéri a révést, hogy vigye át őket a túlsó partra. Hányféle sorrendben szállíthatja át őket a révész, ha egyszerre vagy egy nagytestű állatot, vagy legfeljebb 2 kicsi állatot tud átvinni, és négy fordulóval átszállítja az állatokat? (Válasz: 72)
4. Hány átlója van egy konvex nyolcszögnek? (Válasz: 20)
5. Egy dobozba piros, fehér és zöld játékkockát helyeztünk el. Egyet kiveszünk, és dobunk vele. Hányféle kimenetele lehet a kísérletnek? (Válasz: 18)
6. Egy társaság minden tagjának egy játékban egy-egy olyan háromjegyű számra kellett gondolnia, amelynek minden számjegye 2-nél nagyobb és 5-nél kisebb. Amikor sorra megmondták a gondolt számot, kiderült, hogy nincs a mondott számok között azonos. Legfeljebb hány tagú volt a társaság? (Válasz: 8)
7. Egy négyoldalú gúla minden oldallapját befestjük (az alaplapot nem.). A lapok között nincs kettő azonos színű. Hányféle különbözőképpen kifestett gúlát kaphatunk, ha a forgatással fedésbe hozható festett gúlákat azonosan lefestettnek tekintjük? (Válasz:6)
8. Egy cukorkatartóban négyfajta cukorka van, mindegyik fajtából ugyanannyi, összesen 80 darab. Hány cukorkát kell véletlenszerűen kivenni ahhoz, hogy valamelyik fajtából biztosan legyen 10? (Válasz: 37)
9. Hányféleképpen foglalhat helyet egy padon 3 férfi és 2 nő úgy, hogy a férfiak és nők felváltva következzenek egymás után? (Válasz: 12)
10. Hány olyan sík van, amely egy téglatest csúcsai közül pontosan hármát tartalmaz? (Válasz: 8)
11. Az első 14 pozitív egész számot összeszoroztam. A 2-nek legfeljebb hányadik hatványával osztható ez a szorzat? (Válasz: 10)
12. Hány olyan háromjegyű szám van, amelynek minden jegye páros? (Válasz: 100)
13. Egy konferencia részvevői közül néhányan kézfogással köszöntik egymást. Mi a legkisebb létszám, amelynél megtörténhet, hogy 26 kézfogás történik? (Válasz: 8)
14. Egy tanár minden tanórán 2 tanulót feleltet, s a felelőket a következőképpen választja ki: az óra előtt hat diák nevét felírja egy-egy cédulára, s az óra kezdetekor egy diák kihúz két cédulát egymás után. Akiknek a nevét kihúzta, azok lesznek az aznapi felelők. Hányféle kimenetele lehet egy adott napon a húzásnak? (Válasz: 15)

- 15.** Hányféle értelmes szó állítható elő a következőképpen: az R, T, K, A, É betűk közül kiválasztunk hármat, s azokat megfelelő sorrendbe rakjuk. (Válasz: 7)
- 16.** Egy csoport mindegyik tagja – a lehetséges 6 fajta fagyalaltból – kétgombócosat kér. Legalább hányan vannak, ha biztosan lesz köztük két olyan, aki a sorrendtől eltekintve ugyanolyan fagyit kap? (Válasz: 22)
- 17.** Azok a pozitív egész számok, amelyek számjegyeinek összege 13, a „szerencsétlen számok”, amelyeknek 21, azok a „szerencsés számok”. Hány olyan háromjegyű szerencsés szám van, amelynél az 1-gyel nagyobb szerencsétlen szám? (Válasz: 6)
- 18.** Kétjegyű lottószámaimat egy piros és egy fehér kocka feldobásával határozom meg: a pirossal dobott az első, a fehérrel a második számjegy. Az így kapható számok hányadrésze lesz kilencel osztható? (Válasz:  $\frac{1}{9}$ )
- 19.** Hány oldalú az a konvex sokszög, amelynek az oldalai számának és az összes átlói számának összege 45? (Válasz: 10)
- 20.** Írjuk egy-egy cédulára rendre a 0, 1, 2 számokat! A cédulákat tegyük egy dobozba! Húzzunk ki egy cédulát, és jegyezzük föl a kihúzott számot, majd tegyük vissza a cédulát a dobozba! Ismételjük meg az eljárást még négyszer. Hány esetben lehet az ötödik húzás után a kihúzott számok összege éppen 5? (Válasz: 31)

**Tanulói munkafüzet:****II. JÁTÉK A BETŰKKEL****Játékleírás:**

Bizonyára ismeritek azt a televízióban is játszott játékot, amelyben a játékosoknak az a célja, hogy betűnként találjanak ki egy közmondást. A játék menete a következő volt:

A kezdő játékos mondott egy betűt. Ha az előfordult a közmondásban, akkor a mondott betű minden előfordulási helyen megjelent a kijelző táblán. Ezután a játékos újabb betűt mondhatott, s ha ez is szerepelt a közmondásban, akkor minden ilyen helyen megjelent ez a betű is. A játékos folytathatta mindaddig, míg egy olyan betűt nem mondott, amelyik nem szerepelt a közmondás betűi között. Ekkor a kérdezést a másik játékos folytathatta. Az a játékos nyert, aki először mondta ki helyesen a közmondást.

Próbáljuk ki ezt a játékot! Először azonban egy kicsit szeretném módosítani a játékszabályt: Egyrészt nem egy-egy játékos, hanem csapatok versenyeznének egymással, mégpedig három csapat.

Másik változtatás: ha a csapat által mondott betű szerepel a közmondásban, a betű előfordulási helyét (helyeit) csak akkor mutatom meg, ha a csapat egy kérdésre helyesen válaszol. A kérdés minden esetben olyan, hogy a helyes válasz egy szám. A kérdés elhangzásakor elindítjuk ezt a homokórát. Ez mutatja, hogy mennyi ideje van a csapatnak a kérdés megválaszolására. Ha a csapat az adott idő alatt nem tudja a kérdést megválaszolni, vagy helytelen választ ad, a válaszadás joga a sorrendben következő csapatra száll, s ha ők helyes választ adnak, a betű a közmondásban szereplő helyeken megjelenik.

Az újabb betűt az a csapat mondhatja, amelyik a kérdésre helyes választ adott.

Természetesen az a csapat nyer, amelyik először mondja ki pontosan a közmondást. Ha valamelyik csapat úgy érzi, hogy tudja, melyik közmondás a feladvány, akkor kézfeltartással jelezze, hogy a megfejtést kívánja mondani. Ha nem sikerül kitalálni, vagy pontatlan a közmondás megfogalmazása, a csapat kiesik abból a játékból. Természetesen a következő közmondás kitalálásában már részt vesz ez a csapat is.