

# ÉLETPÁLYA- ÉPÍTÉS

KOMPETENCIATERÜLET „B”

---

MATEMATIKA  
TANÁRI ÚTMUTATÓ



10. évfolyam

A kiadvány az Educatio Kht. kompetenciafejlesztő oktatási program kerettanterve alapján készült.

A kiadvány a Nemzeti Fejlesztési Terv Humánerőforrás-fejlesztési Operatív Program 3.1.1. központi program (Pedagógusok és oktatási szakértők felkészítése a kompetencia alapú képzés és oktatás feladataira) keretében készült, a sulINova oktatási programcsomag részeként létrejött tanulói információhordozó. A kiadvány sikeres használatához szükséges a teljes oktatási programcsomag ismerete és használata.

A teljes programcsomag elérhető: [www.educatio.hu](http://www.educatio.hu) címen.

Szakmai vezető: Farkas László

Szakmai bizottság: Dr. Klein Sándor elnök, Dr. Balogh Andrásné  
Dr. Krisztián Béla, Sum István, Dr. Szenes György

Szakmai lektor: Tamás Beáta

Alkotószerkesztő: Tóth Judit

Felelős szerkesztő: Burom Márton

©

Szerzők: Paróczay Eszter

**Educatio Kht. 2008**

# TARTALOM

X.B.2.1. ADÓ

X.B.2.2. BOJLER

X.B.2.3. EGYENLŐTLENSÉG

X.B.2.4. ÉVSZÁMOK

X.B.2.5. FADOBOZ

X.B.2.6. FÉNYMÁSOLÁS

X.B.2.7. GARDRÓB

X.B.2.8. GRAFOLOGIKA

X.B.2.9. HÁRMASÚT

X.B.2.10. JÁRÓLAP

X.B.2.11. KÖLCSÖN

X.B.2.12. LEGELŐ

X.B.2.13. METSZETEK

X.B.2.14. RIZS

X.B.2.15. SAKK

X.B.2.16. TELEFON

X.B.2.17. VARÁZSLÓ

X.B.2.18. VARRODA



ADÓ

## MODULLEÍRÁS

A modul célja	A számolási és logikai készség fejlesztése a mindennapi életből vett példán keresztül
Időkeret	15 perc
Ajánlott korosztály	10. osztály
Ajánlott megelőző és követő tananyag	Megelőző tananyag: Valós számok Követő tananyag: <i>Valós, racionális és irracionális számok</i>
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: A számfogalom bővítése Tágabb környezetben: Adózás, adórendszer
A képességfejlesztés fókuszja	Következtetési képesség fejlesztése Információkezelési képesség fejlesztése

## MÓDSZERTANI AJÁNLÁS

Frontális osztálymunkaként beszéljük meg, mit kell tudni az adózásról, illetve az adóbevallásról, a sávós adórendszerrel. Majd bontsuk az osztályt 3-4 fős homogén csoportokra számolási és logikai képességük szerint. A csoport tagjai dolgozzanak együtt, vitassák meg elképzeléseiket, és a közös megoldást, melyet mindannyian értenek és elfogadnak, rögzítsék saját füzetükbe.

# MODULVÁZLAT

<b>Tevékenység</b>	<b>Logikai következtetések, számolás</b>
<b>Tanári instrukciók</b>	A feladatot ismertetjük az alábbiak szerint: A: a), b) feladat B: a), b), c) C: a), b), c), d) Kövessük a logikai következtetések és a számolások helyességét.
<b>Kiemelt készségek, képességek</b>	Logika, számolás
<b>Célcsoport /A differenciálás lehetőségei</b>	A: könnyű B: közepes C: nehéz
<b>Munkaforma</b>	Homogén csoportmunka
<b>Módszerek</b>	Megbeszélés, magyarázat
<b>Eszközök</b>	Munkafüzet

## MUNKAFÜZET

### 1. FELADAT

Kovács Bence éves bruttó jövedelme 1 800 000 Ft. A fenti összegből vonja le az állam az adót, a maradék összeg a nettó kereset.

Az országban ún. sávós adórendszer működik. A 2004. évi adósávok a következők:

0 – 800 000 Ft-ig	18%
800 001 – 1 500 000 Ft-ig	26%
1 500 001-től	38%

**Válaszd meg a következő kérdéseket!**

- Mennyit adózott Bence 2004-ben? Fizetésének hány százaléka ment el így adóra?
- Ha adókedvezményt vehet igénybe, akkor az az adóját csökkenti.  
Mi a válasz az a) kérdésre, ha abban az évben 98 000 Ft adókedvezményt vehetett igénybe?
- Az oktatásra költött jövedelem adóalap-csökkentő. Mi az a) kérdésre adott válasz, ha 2004. évben 120 000 Ft-ot költött a jövedelméből oktatási célokra?
- Mennyi Bence bruttó keresete, ha havonta 130 000 Ft-ot kap kézhez? Nem vesz igénybe adóalap- és adócsökkentő tényezőket.

## MEGOLDÁS

## 1. FELADAT

a)

Mivel a jövedelem 1 500 000 Ft felett van, ezért mindhárom adósávval számolnunk kell. Bence bruttó jövedelmének adóját a következőképp számolhatjuk:

0–800 000 Ft-ig 18%, tehát

$$800\,000 \cdot 0,18 = 144\,000 \text{ Ft}$$

800 001–1 500 000 Ft-ig 26%, tehát

$$(1\,500\,000 - 800\,000) \cdot 0,26 = 700\,000 \cdot 0,26 = 182\,000 \text{ Ft}$$

1 500 001–től 38%

$$(1\,800\,000 - 1\,500\,000) \cdot 0,38 = 300\,000 \cdot 0,38 = 114\,000 \text{ Ft}$$

Tehát az összes 2004-ben fizetett adó:

$$144\,000 \text{ Ft} + 182\,000 \text{ Ft} + 114\,000 \text{ Ft} = \underline{\underline{440\,000 \text{ Ft}}}$$

Ha nem sávós adózás lenne, akkor a feladatban szereplő kereset esetén a fenti adót:

$$\frac{440\,000}{1\,800\,000} = 0,2444 \quad 24,44\%-os \text{ adókulcs esetén fizetné ki.}$$

b)

98 000 Ft-os adókedvezmény csökkenti Bence adóját, tehát  $440\,000 - 98\,000 = \underline{\underline{342\,000 \text{ Ft}}}$  az adója.

Ha nem sávós adózás lenne, akkor a feladatban szereplő kereset esetén a fenti adót :

$$\frac{342\,000}{1\,800\,000} = 0,19 \quad 19\%-os \text{ adókulcs esetén fizetné ki.}$$

c)

A 120 000 Ft az adóalapunkat csökkenti, tehát ezt az összeget nem kell figyelembe venni az adó kiszámításánál, tehát ugyanolyan, mintha 1 680 000 Ft lenne a bruttó jövedelme. Ennek adója az a) feladatrészt megoldása alapján:

0–800 000 Ft-ig 18%, tehát

$$800\,000 \cdot 0,18 = 144\,000 \text{ Ft}$$

800 001–1 500 000 Ft-ig 26%, tehát

$$(1\,500\,000 - 800\,000) \cdot 0,26 = 700\,000 \cdot 0,26 = 182\,000 \text{ Ft}$$

1 500 001–től 38%

$$(1\,680\,000 - 1\,500\,000) \cdot 0,38 = 180\,000 \cdot 0,38 = 68\,400 \text{ Ft}$$

Tehát az összes 2004-ben fizetett adó:

$$144\,000 \text{ Ft} + 182\,000 \text{ Ft} + 68\,400 \text{ Ft} = \underline{\underline{394\,400 \text{ Ft}}}$$

Ha nem sávós adózás lenne, akkor a feladatban szereplő kereset esetén a fenti adót :

$$\frac{394\,400}{1\,800\,000} = 0,21911$$

21,91%-os adókulcs esetén fizetné ki.

d)

Ha havonta 130 000 Ft-ot kap kézhez (nettó jövedelem), akkor az éves adózott jövedelme:

$$12 \cdot 130\,000 = 1\,560\,000 \text{ Ft}$$

Ha az adózott jövedelme 1 560 000 Ft, akkor a bruttó éves jövedelme is biztosan 1 500 000 Ft felett van, tehát mindhárom adósávot igénybe kell vennie. Jelöljük az éves bruttó jövedelmét  $x$ -szel.

Az a) feladatrésztől alapján a 1 500 000 Ft adója  $144\,000 + 182\,000 = 326\,000$  Ft, Bence adójának többi része pedig:

$(x - 1\,500\,000) \cdot 0,38$ , így a teljes adó:

$$144\,000 + 182\,000 + (x - 1\,500\,000) \cdot 0,38$$

$$x - [144\,000 + 182\,000 + (x - 1\,500\,000) \cdot 0,38] = 1\,560\,000$$

$$x - [326\,000 + 0,38x - 570\,000] = 1\,560\,000$$

$$0,62x = 1\,316\,000$$

$$x = 2\,122\,580,65 \text{ Ft}$$

Tehát az éves keresete: **2 122 581 Ft**



BOJLER

## MODULLEÍRÁS

A modul célja	A helyes döntéshozatal matematikai alátámasztása a mindennapi életben
Időkeret	15 perc
Ajánlott korosztály	10. osztály
Ajánlott megelőző és követő tananyag	Megelőző tananyag: Szöveges feladatok értelmezése, lefordítása a matematika nyelvére Követő tananyag: <i>Valós számok, kerekítések</i>
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Szöveges feladat Tágabb környezetben: Fizika, építészet
A képességfejlesztés fókuszja	Információkezelési képesség fejlesztése

## MÓDSZERTANI AJÁNLÁS

A padtársak alkossanak párokat, olvassák végig, értelmezzék és osszák fel egymás közt a feladatot, majd dolgozzanak párhuzamosan egyéni munkában. Ha végeztek, hasonlítsák össze eredményeiket, és válaszolják meg közösen a feladat kérdéseit.

# MODULVÁZLAT

Tevékenység	Adatrendezés, egyenletfelírás, számolás
Tanári instrukciók	A feladat ismertetése után ellenőrizzük a párok munkáját, a feladat egymás közti felosztását A gyengébb tanulókkal segítségképp összeállíthatjuk a lenti táblázatot
Kiemelt készségek, képességek	Adatkezelés, összehasonlítás, számolás
Célcsoport/A differenciálás lehetőségei	
Munkaforma	Páros munka
Módszerek	Megbeszélés, magyarázat
Eszközök	Munkafüzet

## MUNKAFÜZET

### 2. FELADAT

Az alábbi adatok alapján dönts el a következő két bojlerrel, melyiket érdemes megvásárolnod épülő házádba, azaz:

- melyik éri meg jobban 5 évi használat alatt?
- melyik éri meg jobban 15 évi használat alatt?

A Dalabár bojler ára csak 50 000 Ft, míg a Falabár bojler 65 000 Ft-ba kerül.

Míg az olcsóbban 2 évente kell a fűtőszálat kicserélni (6000 Ft), addig a Falabár típusú bojlernél 5 évenként kerül csak sor fűtőszálcserére, ez azonban 10 000 Ft-ba kerül.

Az évi vízkötelenítésre 2000 Ft-ot költünk az olcsóbb bojlernél, míg a drágább típusnál ez csak 3 évenként esedékes.

Mindkét gép teljesítménye 3 kW, azonban a Falabár típusú bojler 85%-os, míg a Dalabár 75%-os hatásfokkal dolgozik, ami annyit jelent leegyszerűsítve, hogy a felhasznált energia ennyied részét fordítja vízmelegítésre, a többi elvész.

Számolj úgy, hogy átlagosan évi 3000 kWh energiára lesz szükséged tisztán csak a vízmelegítésre, és 1 kWh villamos energia 24 Ft-ba kerül!

Megjegyzés: Egy bojler átlagos élettartama 15 év.

Feltételezzük, hogy 15 év alatt az árak nem változnak.

## MEGOLDÁS

## 2. FELADAT

Foglaljuk össze egy táblázatba az adatokat!

	Dalabár	Falabár
Ár	50 000 Ft	65 000 Ft
Fűtőszálcseré	6 000 Ft/ 2 év	10 000 Ft/ 5 év
Vízkezelés	2 000 Ft/ év	2 000 Ft/ 3 év
Teljesítmény	3 kW	3 kW
Hatásfok	75%	85%

a) Vizsgáljuk meg, melyikre mennyit kell költenünk 5 év alatt?

$$\text{Dalabár: } 50\,000 + 12\,000 + 10\,000 + 5 \cdot 24 \cdot \frac{3000 \cdot 100}{75} = 552\,000 \text{ Ft}$$

$$\text{Falabár: } 65\,000 + 10\,000 + 2000 + 5 \cdot 24 \cdot \frac{3000 \cdot 100}{85} \approx 500\,530 \text{ Ft}$$

Az eredményt a végén felfele kerekítettük.

b) Vizsgáljuk meg, melyikre mennyit kell költenünk 15 év alatt?

Már az előző gondolatmenet is azt mutatja, hogy jobban jártunk a drágábbal, de nézzük meg, mennyit spórolhatunk 15 év alatt.

$$\text{Dalabár: } 50\,000 + 42\,000 + 30\,000 + 15 \cdot 24 \cdot \frac{3000 \cdot 100}{75} = 1\,562\,000 \text{ Ft}$$

$$\text{Falabár: } 65\,000 + 30\,000 + 10\,000 + 15 \cdot 24 \cdot \frac{3000 \cdot 100}{85} \approx 1\,375\,589 \text{ Ft}$$

Az eredményt a végén felfele kerekítettük.

Hosszú távon tehát 186 411 Ft-ot spórolhatunk a Falabár típusú bojlerrel.

## EGYENLŐTLENSÉG

## MODULLEÍRÁS

A modul célja	A másodfokú egyenlőtlenség megoldásának gyakorlása
Időkeret	15 perc
Ajánlott korosztály	10. osztály
Ajánlott megelőző és követő tananyag	Megelőző tananyag: Másodfokú egyenletek megoldása Követő tananyag: <i>Paraméteres másodfokú egyenletek</i>
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Másodfokú egyenlőtlenség megoldása Tágabb környezetben: Másodfokú egyenletek és egyenlőtlenségek, fizika
A képességfejlesztés fókuszja	Helyzetelemzési képesség fejlesztése

## MÓDSZERTANI AJÁNLÁS

A gyerekek dolgozzanak egyedül, majd frontális osztálymunkaként ellenőrizzék megoldásaikat. Óra eleji/végi bevezető/levezető feladat.

## MODULVÁZLAT

Tevékenység	A helyes lépések kiválasztása, indoklása
Tanári instrukciók	A feladatot ismertetjük. Az ellenőrzés során beszéljük meg a hibalehetőségeket
Kiemelt készségek, képességek	Számolás
Célcsoport/A differenciálás lehetőségei	
Munkaforma	Egyéni munka frontális osztálymunkaként ellenőrizve
Módszerek	
Eszközök	Munkafüzet

## MUNKAFÜZET

### 3. FELADAT

Válaszd ki a másodfokú egyenlőtlenség megoldásának helyes lépéseit! Minden sorból egyet válassz!

Jelöld a sorok végén, milyen lépéseket hajtottunk végre!

$$\frac{4(x^2 - 14x + 49)}{-2} \leq 2 \quad x \in \mathfrak{R}$$

$$-8(x^2 - 14x + 49) \leq -4 \quad \text{vagy} \quad 4(x^2 - 14x + 49) \leq -4 \quad \text{vagy} \quad 4(x^2 - 14x + 49) \geq -4$$

$$\text{vagy} \quad -8(x^2 - 14x + 49) \geq -4$$

$$-8(x+7)^2 \leq -4 \quad \text{vagy} \quad 4(x+7)^2 \leq -4 \quad \text{vagy} \quad -8(x-7)^2 \geq -4 \quad \text{vagy} \quad 4(x-7)^2 \geq -4$$

$$(x-7)^2 \geq -1 \quad \text{vagy} \quad (x+7)^2 \leq -1 \quad \text{vagy} \quad (x-7)^2 \geq \frac{1}{2} \quad \text{vagy} \quad (x+7)^2 \leq \frac{1}{2}$$

„az állítás minden valós számra igaz” vagy „nincs ilyen valós szám” vagy

$$x+7 \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{vagy} \quad x-7 \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x \leq \frac{1}{\sqrt{2}} - 7 \quad \text{vagy} \quad x \geq 7 + \frac{1}{\sqrt{2}}$$

**MEGOLDÁS****3. FELADAT**

A helyes lépések az alábbiak:

$$\frac{4(x^2 - 14x + 49)}{-2} \leq 2 \quad x \in \mathfrak{R} \quad / \cdot (-2)$$

$$4(x^2 - 14x + 49) \geq -4 \quad / \text{teljes négyzetté alakítás}$$

$$4(x-7)^2 \geq -4 \quad / \div 4$$

$$(x-7)^2 \geq -1$$

az állítás minden valós számra igaz

## ÉVSZÁMOK

## MODULLEÍRÁS

A modul célja	A logikai készség fejlesztése
Időkeret	15 perc
Ajánlott korosztály	10. osztály
Ajánlott megelőző és követő tananyag	Megelőző tananyag: A matematikai gondolkodás fejlesztése Követő tananyag: <i>Szöveges feladatok</i>
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Logikai fejtörők Tágabb környezetben: IQ-tesztek
A képességfejlesztés fókuszja	Kreativitási képesség fejlesztése Transzformációs képesség fejlesztése

## MÓDSZERTANI AJÁNLÁS

Bontsuk az osztályt 3-4 fős heterogén csoportokra logikai képességeik szerint. A csoport tagjai dolgozzanak együtt, vitassák meg elképzeléseiket, és találjanak rá a megoldásra. Ha a csoport minden tagja érti a felírás menetét, végezzék a c) és d) feladatot egyéni munkában.

## MODULVÁZLAT

### Tevékenység

### Logikai következtetések, számolás

### Tanári instrukciók

A feladat bemelegítő, ráhangoló, szorgalmi feladat is lehet  
Szükség esetén ismétljük át a számrendszerről tanultakat  
Az első feladat a legnehezebb, annak megoldásával a többi már csak jó számolási készség kérdése

A: a) és b) feladat

B: a), b). és c) feladat

C: a), b), c) és d) feladat

Az ügyesebbek végiggondolhatják, mi történik akkor, ha a kettes számrendszer helyett a hármassal dolgozunk.

### Kiemelt készségek, képességek

Logika, számolás

### Célcsoport /A differenciálás lehetőségei

A: könnyű

B: közepes

C: nehéz

### Munkaforma

Homogén csoportmunka

### Módszerek

Kísérlet, megbeszélés

### Eszközök

Munkafüzet

## MUNKAFÜZET

### 4. FELADAT

a) Találd ki, milyen gondolatmenet szerint írtuk fel az alábbi születési éveket!

Szabó Lőrinc (1900)            !!! - !! - !! - -

Goethe (1749)                !! - !! - ! - ! - !

IV. Béla (1206)               ! - - ! - ! - ! - ! -

b) Fejtsd meg, melyik évben született e sorok írója!

!!!! - !!!! - - !

c) Írd fel saját és édesanyád születési évét a fenti módszer alapján 11 darab „!” vagy „-” jellel!

d) Minimum hány jel szükséges ahhoz, hogy felírd születési évedet?

## MEGOLDÁS

### 4. FELADAT

- a) Vegyük észre, hogy a kettes számrendszer felhasználásával 11 darab „!” vagy „-” jellel mindhárom alábbi születési dátum felírható. A „!” jel az 1-es, a „-” jel a 0-s számokat helyettesíti.

Szabó Lőrinc (1900)	!!!-!!-!!--
Goethe (1749)	!!-!!-!-!-!
IV. Béla (1206)	!--!-!!-!!-

A helyi értékek balról jobbra haladva:

1024, 512, 256, 128, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1

- b) 1977-ben született e sorok írója.
- c) -
- d) 11 jellel mindenképp fel lehet írni, hiszen így megadhatunk minden 210 és 211 , azaz 1024 és 2048 közé eső számot.

X.B.2.5.

FADOBOZ

## MODULLEÍRÁS

A modul célja	A geometriai ismeretek alkalmazása, a biztos számolási készség fejlesztése
Időkeret	15 perc
Ajánlott korosztály	10. osztály
Ajánlott megelőző és követő tananyag	Megelőző tananyag: Testek felszíne, térfogata Követő tananyag: <i>Testek felszíne, térfogata, bizonyítások</i>
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Síkbeli és térbeli számítások Tágabb környezetben: Térgeometria
A képességfejlesztés fókusza	Érvek alátámasztásának és rögzítésének képességfejlesztése

## MÓDSZERTANI AJÁNLÁS

Bontsuk az osztályt 3 fős heterogén csoportokra geometriai jártasságuk és számolási készségük szerint. A csoport tagjai értelmezzék a feladatot, majd osszák fel egymás között a részfeladatokat, és dolgozzanak párhuzamosan egyénileg. Végül beszéljék meg, ki milyen feladatot kapott, és hogyan oldotta meg. Igyekezzenek úgy elmagyarázni egymásnak a megoldásokat, hogy a csapat bármelyik tagja ismertethesse azt a táblánál a többieknek.

Ajánlat:

könnyű: a)

közepes: b) és c)

nehéz d)

## MODULVÁZLAT

Tevékenység	Felszín- és térfogatszámítás, az általánosítás bizonyítása
Tanári instrukciók	A feladat ismertetése A feladat egymás közti felosztásának koordinálása A számolások és a bizonyítás figyelemmel kísérése Ellenőrzés
Kiemelt készségek, képességek	Számolás
Célcsoport/A differenciálás lehetőségei	
Munkaforma	Heterogén csoportmunka
Módszerek	Megbeszélés, magyarázat
Eszközök	Munkafüzet

## MUNKAFÜZET

### 5. FELADAT

Fadobozt készítettünk, melyért felületének négyzetmétere után kell fizetni. Neked egy  $108 \text{ dm}^2$ -esre való pénzed van.

- Mennyit kell érte fizetned, ha a doboz ára négyzetméterenként 4200 Ft?
- Add meg öt, különböző méretű, de megegyező felszínű ( $108 \text{ dm}^2$ ), téglatest alakú doboz élhosszúságait!
- Melyiknek lett a legnagyobb a térfogata?
- Egyenlő felszínű téglatestek közül melyiknek maximális a térfogata?

## MEGOLDÁS

## 5. FELADAT

a) Ha  $100 \text{ dm}^2$  ára 4200 Ft, akkor:

Ft, ahol az  $x$  a  $108 \text{ dm}^2$ -es doboz árát jelöli.

b) Az alábbi táblázat az  $a$ ,  $b$ , és  $c$  oldalak lehetséges 5 értékhármását és az azok alapján kiszámolható térfogatot tartalmazza.

a	3 dm	3 dm	9 dm	$\sqrt{18}$ dm	1 dm
b	3 dm	2 dm	3 dm	$\sqrt{18}$ dm	1 dm
c	6 dm	9,6 dm	9/4 dm	$\sqrt{18}$ dm	26 dm
V	$54 \text{ dm}^3$	$57,6 \text{ dm}^3$	$60,75 \text{ dm}^3$	$76,37 \text{ dm}^3$	$26 \text{ dm}^3$

c) A kocka alakúnak, melynek oldalai  $\sqrt{18}$  dm hosszúságúak.

d) Legyenek a vizsgált test élei:  $a$ ,  $b$  és  $c$ .

A felszín:  $A = 2(ab + ac + bc)$

A felszín, jelen esetben állandó:  $108 \text{ dm}^2$ .

Ekkor  $ab + ac + bc = A/2$  is állandó:  $54$ .

Felírva a számtani-mértani közepek közti egyenlőtlenséget:

$$\frac{A}{6} = \sqrt[3]{(ab)(ac)(bc)} = \sqrt[3]{V^2} \text{ azaz } V \leq \sqrt[3]{\left(\frac{A}{6}\right)^3}$$

A közepek között az egyenlőség akkor teljesül ha a vizsgált mennyiségek egyenlők, azaz ha  $a = b = c$ .

Visszahelyettesítve, ha:

$$108 = 3\sqrt{a^6}$$

$$18 = a^2$$

$$a = b = c = \sqrt{18} \text{ dm}$$

Megjegyzés: az egyenlő felszínű téglatestek közül a kocka térfogata maximális.

# FÉNYMÁSOLÁS

## MODULLEÍRÁS

A modul célja	A matematikai ismeretek alkalmazása a gyakorlati életben, a logikai készség fejlesztése
Időkeret	15 perc
Ajánlott korosztály	10. osztály
Ajánlott megelőző és követő tananyag	Megelőző tananyag: Különböző típusú, egyszerű szöveges feladatok Követő tananyag: <i>Nehezebb szöveges feladatok</i>
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Szöveges feladatok Tágabb környezetben: Hétköznapi problémamegoldás
A képességfejlesztés fókuszja	Következtetési képesség fejlesztése Helyzetelemzési képesség fejlesztése

## MÓDSZERTANI AJÁNLÁS

Egyéni munkával megoldható feladat, akár házi feladatnak is adható.

# MODULVÁZLAT

Tevékenység	Logikai következtetések, egyenletfelírás és -megoldás
Tanári instrukciók	A feladatot a következő bontásban ismertetjük: A: a) B: a) és b)
Kiemelt készségek, képességek	Logika, számolás
Célcsoport /A differenciálás lehetőségei	A: könnyebb B: nehezebb
Munkaforma	Homogén felbontású egyéni munka
Módszerek	Megbeszélés, magyarázat
Eszközök	Munkafüzet

## MUNKAFÜZET

### 6. FELADAT

Egy 163 oldalas beadványt kell lemásolnod, melyből 42 oldal A3-as, a többi A4-es. Két fénymásolón dolgozhatsz, az egyikben csak A4-est, a másikban mindkettőt másolhatod. Egy A4-es oldal másolási ideje 20 másodperc, az A3-asé 45 másodperc.

- Melyik fénymásolóba hány lapot kell tenned, hogy a lehető legrövidebb idő alatt végezz?
- 164 lapból hány volt A3-as, ha Levente a lehető leggyorsabban, 29 perc alatt végzett? (Segítségképp eláruljuk, hogy pont annyi idő alatt, míg az A3-asokat másolta, le tudott egy adag A4-est is fénymásolni.)

**MEGOLDÁS****6. FELADAT**

a) Ha 163 lap volt összesen, és abból 42 A3-as, akkor a maradék 121 A4-es.  
Az A3-as lapokat  $45 \cdot 42 = 1890$  másodperc alatt lefénymásolhatjuk.

Ennyi idő alatt ( $1890 : 20 = 94 \cdot 20 + 10$ ) 94 A3-as lapot tudunk lefénymásolni a másik gépen.

Maradt tehát  $121 - 94 = 27$  darab A4-es lapunk, aminek a felét (13 darabot) a nagyobb, a másik felét (14 darabot) a kisebb fénymásolón másolhatjuk le.

Összesen 2160 másodperc, azaz 36 perc alatt végezhetünk.

b) Tegyük fel, hogy  $x$  db A3-ast és ugyanennyi idő alatt  $y$  db A4-est másolt. Felírható tehát:

$$45x = 20y$$

Ekkor  $164 - x - y$  darab A4-es papírja maradt, amit a két gépen:

$$\frac{164 - x - y}{2} \cdot 20 \text{ másodperc alatt lemásolhatott.}$$

A fentiekből adódik a következő egyenlet:

$$1740 = 45x + \frac{164 - x - y}{2} \cdot 20, \text{ mely a } 45x = 20y \text{ egyenlettel egyenletrendszerként megoldható.}$$

Megoldásként  $x = 8$ ,  $y = 18$  kapunk.

Tehát 8 darab A3-as papírt kellett Leventének fénymásolnia.

## GARDRÓB

## MODULLEÍRÁS

A modul célja	A matematikai ismeretek alkalmazása a gyakorlati életben
Időkeret	15 perc
Ajánlott korosztály	10. osztály
Ajánlott megelőző és követő tananyag	Megelőző tananyag: Különböző típusú, egyszerű szöveges feladatok Követő tananyag: <i>Nehezebb szöveges feladatok</i>
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Szöveges feladatok Tágabb környezetben: Építészet, lakberendezés
A képességfejlesztés fókuszja	Spontán véleményalkotási képesség fejlesztése Stratégiaalkotási képesség fejlesztése Kreativitási képesség fejlesztése

## MÓDSZERTANI AJÁNLÁS

Óra végi levezető feladat, házi munkaként befejezhető. Jó alkalom megfigyelni a gyerekek kreativitását és a gyakorlati életben való jártasságukat.

# MODULVÁZLAT

<b>Tevékenység</b>	<b>Tervezés, vázlatkészítés, számolás</b>
<b>Tanári instrukciók</b>	Ismertessük a feladatot. Szükség esetén a gyerekek le is rajzolhatják elképzeléseiket. Figyeljünk arra, hogy vázlataik méretarányosak legyenek. A feladat alkalmas lehet egy órai utolsó feladatnak, otthoni befejezéssel
<b>Kiemelt készségek, képességek</b>	Tervezés, önmegvalósítás, számolás
<b>Célcsoport /A differenciálás lehetőségei</b>	
<b>Munkaforma</b>	Egyéni munka
<b>Módszerek</b>	Kísérlet, házi feladat
<b>Eszközök</b>	Munkafüzet, vonalzó

## MUNKAFÜZET

### 7. FELADAT

Állítsd össze saját gardrószeekrényedet az alábbi adatok alapján!

A mérete maximum 2,5 m hosszú és 2,4 m magas lehet, ajtaja mindenképp legyen.  
A szekrénybe bele kell hogy férjen minden ruhád, a kabátjaidtól eltekintve.

- Találd ki szekrényedet úgy, hogy 130 000 Ft-od van rá!
- Mennyi pénzre van szükséged ahhoz, hogy álmaid szekrényét megvehesd?

Típusok	Ajtók (50x200)	Ajtók (50x235)	Polcok (50x58)	Polcok (100x58)	Fiókok (50x58x20)	Fiókok (100x58x20)	Ruhasín (50)	Ruhasín (100)
Fenyő	29 500 Ft	38 500 Ft	3000 Ft	5500 Ft	3600 Ft	6800 Ft	1000 Ft	1500 Ft
Tölgy	33 250 Ft	42 250 Ft	3200 Ft	6000 Ft	4000 Ft	7000 Ft	1200 Ft	1800 Ft
Bükk	26 400 Ft	35 000 Ft	2600 Ft	4800 Ft	3400 Ft	6500 Ft	800 Ft	1300 Ft
Fehér	16 600 Ft	22 400 Ft	1800 Ft	3200 Ft	2000 Ft	3000 Ft	400 Ft	700 Ft
Alumínium	28 000 Ft	35 700 Ft	2700 Ft	4500 Ft	3500 Ft	6000 Ft	700 Ft	1200 Ft
Tükrös	29 300 Ft	37 500 Ft	-	-	-	-	-	-

A méreteket cm-ben adtuk meg.

**MEGOLDÁS****7. FELADAT**

A legolcsóbb, a fehér színű bútorból kell bevásárolnunk a 200 cm magas ajtókat és a hozzávalókat.

- a) A lehetőségek kimeríthetetlen tárházat kínálnak, ennyi pénzért már szépen berendezkedhetünk.
- b) -

# GRAFILOGIKA

## MODULLEÍRÁS

A modul célja	A logikai készség és a szövegértési képesség fejlesztése
Időkeret	15 perc
Ajánlott korosztály	10. osztály
Ajánlott megelőző és követő tananyag	Megelőző tananyag: Bemelegítő geometriafeladat Követő tananyag: <i>Geometria</i>
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Síkgeometria Tágabb környezetben: Grafilogika és egyéb logikai rejtvények
A képességfejlesztés fókuszja	Vizuális információelemzési képesség fejlesztése Következtetési képesség fejlesztése

## MÓDSZERTANI AJÁNLÁS

Bontsuk az osztályt 3-4 fős heterogén csoportokra logikai készségük szerint. Osszuk szét a lenti három feladatot vegyesen, mindegyik csapatnak egyet. Verseny indul, a leggyorsabban és hibátlanul dolgozó csapat a nyertes. Az azonos rajzot kapott csoportok ellenőrizhetik egymás munkáját.









## HÁRMASÚT

## MODULLEÍRÁS

A modul célja	Szöveges feladatok értelmezése, a megoldási terv elkészítése és a szöveg alapján történő ellenőrzése
Időkeret	15 perc
Ajánlott korosztály	10. osztály
Ajánlott megelőző és követő tananyag	Megelőző tananyag: Különböző típusú, egyszerű szöveges feladatok Követő tananyag: <i>Egyenlettel megoldható szöveges feladatok</i>
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Szöveges feladatok Tágabb környezetben: Fizika, Geometria
A képességfejlesztés fókuszja	Szövegértési képesség fejlesztése Következtetési képesség fejlesztése

## MÓDSZERTANI AJÁNLÁS

Bontsuk az osztályt 3 fős heterogén csoportokra logikai képességeik szerint. A csoport tagjai értelmezik a feladatot, majd osszák fel egymás között a részfeladatokat, és dolgozzanak párhuzamosan egyénileg; könnyű: a), közepes: b), nehéz: c). Végül beszéljék meg, ki milyen feladatot kapott, és hogyan oldotta meg. Igyekezzenek úgy elmagyarázni egymásnak a megoldásokat, hogy a csapat bármelyik tagja ismertethesse azt a táblánál a többieknek. Válaszoljanak a kérdésre.

# MODULVÁZLAT

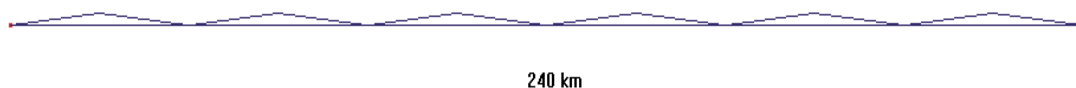
Tevékenység	A Pitagorasz-tétel alkalmazása, számolás
Tanári instrukciók	A feladat ismertetését követően ellenőrizzük a csoportok munkáját, a feladat egymás közti felosztását Kísérjük figyelemmel a kerekítéseket. (Vajon 12 óra gyaloglásnál érdemes-e a másodpercekkel foglalkozni? Te melyik utat választanád?)
Kiemelt készségek, képességek	Logika
Célcsoport/A differenciálás lehetőségei	
Munkaforma	Heterogén pár- vagy csoportmunka (3 fő)
Módszerek	Megbeszélés, magyarázat
Eszközök	Munkafüzet

## MUNKAFÜZET

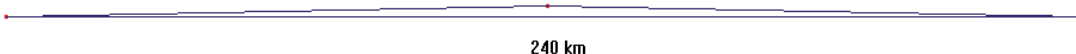
### 9. FELADAT

Egy nagyvárosba három út vezet.

- 240 km hosszú, egyenes út, melyen járgányunkkal 20 km/h sebességgel haladhatunk.
- Egy dimbes-dombos út, melyen hat 1000 m magas domb van. A dombok oldalnézetben egybevágóak, felfelé és lefelé vezető útjaik hossza megegyezik. A felfelé vezető utat kétszer olyan lassan, míg a lefelé vezetőt háromszor olyan gyorsan tudjuk megtenni, mintha vízszintesen haladnánk. Oldalnézetből:



- Egydombos út, melyen egy 1000 m magas domb van. A felfelé vezető utat 1,5-szer olyan lassan, míg a lefelé vezetőt háromszor olyan gyorsan tesszük meg, mintha vízszintesen haladnánk.



Melyik utat válasszuk, hogy a leghamarabb odaérjünk?

## MEGOLDÁS

## 9. FELADAT

a) A vízszintes úton megtehető átlagsebesség: 20 km/h, így 12 óra alatt odaérünk.

b) Az emelkedők és lejtők hosszát Pitagorasz-tétellel számolhatjuk ki:

$$\sqrt{20^2 + 1^2} = \sqrt{401} \text{ km}$$

Ennyi km-t egyenes úton:  $\frac{\sqrt{401}}{20}$  óra alatt tehetünk meg.

A felfele vezető utat, 6 emelkedővel számolva:  $6 \cdot \frac{\sqrt{401}}{20} \cdot 2 \approx 12$  óra alatt tehetjük meg.

A lefele vezető utat, 6 lejtővel számolva:  $6 \cdot \frac{\sqrt{401}}{20 \cdot 3} \approx 2$  óra alatt tehetjük meg.

Összesen kb.  $12+2=14$  óra alatt érünk ezen az úton a városba.

c) Az emelkedők és lejtők hosszát Pitagorasz-tétellel számolhatjuk ki:

$$\sqrt{120^2 + 1^2} = \sqrt{14401} \text{ km}$$

Ennyi km-t egyenes úton:  $\frac{\sqrt{14401}}{20}$  óra alatt tehetünk meg.

A felfele vezető utat:  $\frac{\sqrt{14401}}{20} \cdot 1,5 \approx 9$  óra alatt tehetjük meg.

A lefele vezető utat:  $\frac{\sqrt{14401}}{20 \cdot 2} \approx 3$  óra alatt tehetjük meg.

Összesen kb. 12 óra alatt tesszük meg ezt az utat.

Tehát az első utat tehetjük meg a legrövidebb idő alatt, a harmadik csak néhány másodperccel lehet hosszabb, kerekítésekkel ugyanannyi.

# JÁRÓLAP

## MODULLEÍRÁS

A modul célja	A matematikai ismeretek alkalmazása a gyakorlati életben
Időkeret	15 perc
Ajánlott korosztály	10. osztály
Ajánlott megelőző és követő tananyag	Megelőző tananyag: Különböző típusú, egyszerű szöveges feladatok Követő tananyag: <i>Másodfokú egyenletre visszavezethető szöveges feladatok</i>
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Szöveges feladatok Tágabb környezetben: Építészet
A képességfejlesztés fókusza	Vizuális információelemzési képesség fejlesztése

## MÓDSZERTANI AJÁNLÁS

Bontsuk az osztályt 3-4 fős homogén csoportokra geometriai jártasságuk szerint. A lent ajánlottak alapján osszuk ki közöttük a feladatokat. A csoport tagjai dolgozzanak együtt, adjanak közös megoldást, melyet mindannyian értenek, és elfogadnak.

# MODULVÁZLAT

Tevékenység

A lakásrészlet „burkolása”, számolás, területszámítás

Tanári instrukciók

A feladatot az alábbiak szerint ismertessük:

A: 10. feladat a), b) és c)

B: 10. feladat a), b) és c), 11. feladat a)

C: 10. feladat a), b) és c), 11. feladat a), b) és c)

Kísérjük figyelemmel a „csempelerakást”, szükség esetén rajzoljuk be a lakásalaprajzba szemléltetésként

A kérdésekre adott válaszokat mindig indoklással együtt fogadjuk csak el

Kiemelt készségek, képességek

Számolás, következtetés

Célcsoport/A differenciálás lehetőségei

Munkaforma

Heterogén pár vagy csoportmunka (3 fő)

Módszerek

Megbeszélés, magyarázat

Eszközök

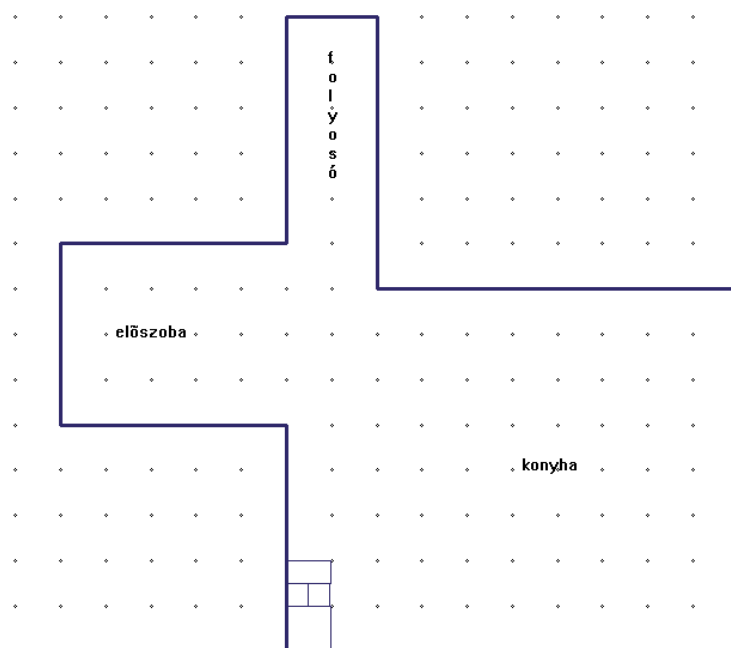
Munkafüzet

## MUNKAFÜZET

### 10. FELADAT

Borítsd be az alábbi ábrán látható lakásrészletet járólappal a megadott minta alapján! A járólapok  $30 \times 30$  cm,  $30 \times 15$  cm és  $15 \times 15$  cm nagyságúak.

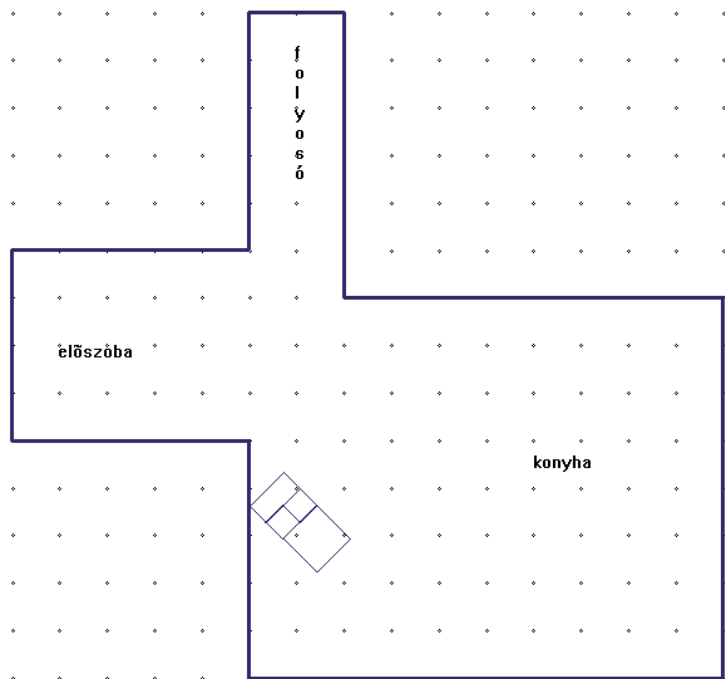
- Melyik csempéből, hány darabot kell rendelned? Mit gondolsz, a  $30 \times 30$  cm-es vagy a  $30 \times 15$  cm-es csempéből fogy több?
- Hány négyzetméteres a burkolásra váró terület?
- Melyik csempéből hány négyzetméternyit használtál fel?



**11. FELADAT**

Változtassunk most a lerakás módján az alábbiak szerint!

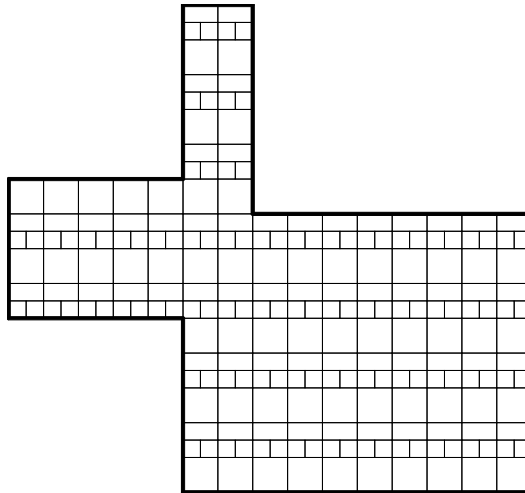
- Mit gondolsz, több csempe fogyott így vagy kevesebb?
- Melyik csempéből, hány darabot kell rendelned?
- Hány csempét kellett vágnod?



## MEGOLDÁS

## 10. FELADAT

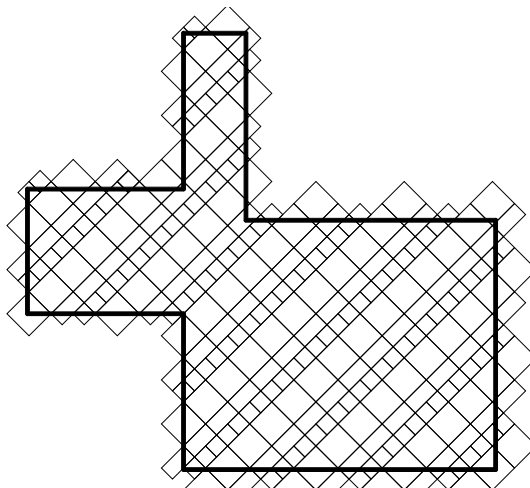
Így néz ki a leburkolt lakásrészlet:



- a) A  $30 \times 30$ -as csempéből 56 darab, a  $15 \times 30$ -asból szintén 56 darab, míg a  $15 \times 15$ -ösből 112 darab fogyott.
- b) A két kicsi és egy közepes csempe pont egy nagyot ad ki, tehát olyan, mintha 112 nagy csempét raktunk volna le, ami  $112 \cdot 0,3^2 = 10,08 \text{ m}^2$ .
- c) A nagy csempe a fentiekből:  $5,04 \text{ m}^2$ ,  
 A közepes csempe:  $2,52 \text{ m}^2$   
 A kis csempe szintén:  $2,52 \text{ m}^2$ .

**11. FELADAT**

Ilyen lett a leburkolt lakásrészlet. A vágott csempéket szándékosan egészben rajta hagytuk a jobban láthatóság kedvéért.



- Mindenképpen több csempe fogy.
- A  $30 \times 30$ -as csempéből 73 darab, a  $15 \times 30$ -asból 67 darab, míg a  $15 \times 15$ -ösből 130 darab fogyott.
- 80 darab csempét kellett vágni.

# KÖLCSÖN

## MODULLEÍRÁS

A modul célja	A szövegértési és problémakezelési készség fejlesztése
Időkeret	15 perc
Ajánlott korosztály	10. osztály
Ajánlott megelőző és követő tananyag	Megelőző tananyag: Logikai feladványok Követő tananyag: <i>Szöveges feladatok</i>
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Szövegelemzés és értékelés Tágabb környezetben: Könyvelés
A képességfejlesztés fókuszja	Kreativitási képesség fejlesztése Következtetési képesség fejlesztése

## MÓDSZERTANI AJÁNLÁS

Padtársakból álló páros munka. A párok tagjai dolgozzanak együtt, adjanak közös megoldást, melyet mindketten értenek, és elfogadnak. Frontális osztálymunkával ellenőrizzük, születtek-e különböző megoldások.

# MODULVÁZLAT

Tevékenység	Logikai következtetések és precíz megfogalmazásuk
Tanári instrukciók	Ismertessük a feladatot. Kontrolláljuk a párok munkáját. Kísérjük figyelemmel a logikai következtetéseket és ügyeljünk az írásbeli megfogalmazás igényességére.
Kiemelt készségek, képességek	Szövegértés, problémakezelés
Célcsoport/A differenciálás lehetőségei	
Munkaforma	Páros munka
Módszerek	Felfedezés, vita, megbeszélés
Eszközök	Munkafüzet

## MUNKAFÜZET

### 12. FELADAT

Egy 8 fős baráti társaság elhatározta, hogy csak egymástól fognak ezután kölcsönkérni, és nem is adnak pénzt másnak, csak egymásnak, a csoport tagjainak.

Megállapodtak abban is, hogy mindenki könyvelést vezet a saját „bevételeiről” és „kiadásairól” is. Minden hónap végén rendezik a tartozásaikat, így minden következő hónap tiszta lappal indul. A csapattagok becsületesek, kamatot nem számolnak.

Luca		Kata		Sára		Zsófi	
Bevétel	Kiadás	Bevétel	Kiadás	Bevétel	Kiadás	Bevétel	Kiadás
3000	2000	2000	1500	4000			2500
		2000		1000			1200
							1500
Gáspár		Domonkos		Máté		Levente	
Bevétel	Kiadás	Bevétel	Kiadás	Bevétel	Kiadás	Bevétel	Kiadás
1500	1000	2000	3000	1200	4000	2500	
	2800	2800	2000	1500	2000		

- Hogyan adják vissza tartozásaikat, ha senki nem írta fel, kitől kapott kölcsön?
- Domonkosnak az egyik hónapban rengeteg munkája jött össze, így nem tudta vezetni saját könyvelését. Hogyan oldották meg így a pénzügyek rendezését?

## MEGOLDÁS

### 12. FELADAT

A megadott könyveléseknek gyakorlatilag nincs szerepük a probléma megoldásában. Azt ugyanis nem kell kiderítenünk, hogy ki, kitől, mennyi pénzt kapott, csupán annyit kell megoldanunk, hogy a hónap végén mindenki pénzénél legyen.

- a) Mivel mindenki felírta minden bevételét és minden kiadását, így minden tétel kétszer szerepel, egyszer a bevétel és egyszer a kiadás oldalon, tehát az összes bevétel összege megegyezik minden kiadás összegével.  
Elég, ha mindenki kiszámolja a saját egyenlegét, és amennyi tartozása van, azt befizeti, illetve ha követelése van, azt elkéri, hiszen a tartozás összege meg kell hogy egyezzen a követelés összegével.
- b) Ha egy ember nem tudja vezetni a könyvelését, az nem gond, mert a többiek elszámolása után úgyszólván kiderül, neki mennyit kell befizetnie vagy elraknia.

# LEGELŐ

## MODULLEÍRÁS

A modul célja	A szöveg megértése és a következtetési képesség fejlesztése
Időkeret	15 perc
Ajánlott korosztály	10. osztály
Ajánlott megelőző és követő tananyag	Megelőző tananyag: Különböző típusú, egyszerű szöveges feladatok Követő tananyag: <i>Másodfokú egyenletre visszavezethető szöveges feladatok</i>
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Szöveges feladatok Tágabb környezetben: Biológia, földrajz
A képességfejlesztés fókusza	Következtetési képesség fejlesztése Szövegértési képesség fejlesztése

## MÓDSZERTANI AJÁNLÁS

Alkossanak a padtársak párokat és gondolkozzanak együtt. Vitassák meg ötleteiket, és találják ki a megoldás lépéseinek sorrendjét. Számoljanak külön, hogy kontrollálni tudják egymás munkáját.

## MODULVÁZLAT

Tevékenység	<b>Az egyenletek felírása és az egyenletrendszerek megoldása</b>
Tanári instrukciók	A feladatot ismertetjük A logikai következtetéseket ellenőrizzük Az egyenletek helyes felírását és megoldását kísérik figyelemmel Az eredmények és részeredmények realitását vizsgáljuk meg
Kiemelt készségek, képességek	Logikai
Célcsoport/A differenciálás lehetőségei	
Munkaforma	Páros munka
Módszerek	Megbeszélés, házi feladat
Eszközök	Munkafüzet

## MUNKAFÜZET

### 13. FELADAT

A három mezőnek, melyeken lovak legelésznek a területaránya  $5 : 4 : 3$ .

A legnagyobb mezőt 18 ló 15 nap alatt, a középsőt 16 ló 12 nap alatt legelte le. Vegyük figyelembe azt is, hogy a fű minden legelőn egyenletes, és azonos gyorsasággal nő.

Hány ló legelte le a legkisebb mező fűvét négy nap alatt?

**MEGOLDÁS****13. FELADAT**

Vizsgáljuk meg, egységnyi területen hány adag fű terem.

Jelölje „ $x$ ” az adott fűmennyiséget, „ $y$ ” pedig az egy egységnyi területen levő fűmennyiség növekedését

A legnagyobb terület 5 egység és 270 adag fű nő rajta, tehát az alapján egy egységnyi területre fennáll:

$x + 15y = 54$ , ahol  $x$  az adott fűmennyiség,  $15y$  pedig, ami még a 15 nap alatt hozzánőtt.

Hasonló gondolatmenet alapján felírhatjuk a középső területre:

$$x + 12y = 48$$

Megoldva a kétismeretlenes egyenletrendszer:

$y = 2$ , tehát ennyi adag fű nő egy nap alatt

$x = 24$ , tehát 24 napi adag fű van egy egységnyi területen

Felírva a legkisebb terület egy egységére az egyenletet:

$x + 4y = 24 + 8 = 32$  adag fű van egy egységen, tehát:

$32 \cdot 3 = 96$  adag fű van összesen a legkisebb területen, amit 4 nap alatt  $96 : 4 = 24$  ló legel le.

## METSZETEK

## MODULLEÍRÁS

A modul célja	A térszemlélet fejlesztése
Időkeret	15 perc
Ajánlott korosztály	10. osztály
Ajánlott megelőző és követő tananyag	Megelőző tananyag: Síkmetszetek Követő tananyag: <i>Síkbeli és térbeli számítások</i>
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Térgeometria Tágabb környezetben: Építészet, ábrázoló geometria
A képességfejlesztés fókuszja	Vizuális információelemzés képesség fejlesztése Alakfelismerési képesség fejlesztése

## MÓDSZERTANI AJÁNLÁS

Bontsuk az osztályt 3 homogén csoportra sík- és térgeometriai jártasságuk szerint. A csoporton belül mindenki egyénileg dolgozzon. Ellenőrizzünk frontális osztálymunkaként, keressünk egy feladathoz több megoldást is.

# MODULVÁZLAT

Tevékenység

Tanári instrukciók

**A síkmetszetek meghatározása**

A feladatot ismertetjük az alábbiak szerint:

A: a) b) c) e)

B: a) b) c) d) e)

C: a) b) c) d) e) f)

Az utolsó feladatsor tartalmazza az első kettőt, az ellenőrzést érdemes frontális osztálymunkaként végezni ez alapján Szemléltetéshez legyen nálunk testháló

Kiemelt készségek, képességek

Célcsoport /A differenciálás lehetőségei

Munkaforma

Módszerek

Eszközök

Térlátás

A: könnyű

B: közepes

C: nehéz

Homogén csoportbontású egyéni munka

Szemléltetés, kísérlet, magyarázat

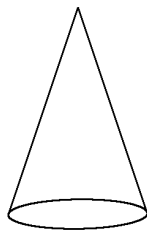
Munkafüzet, szükség esetén papír, olló

## MUNKAFÜZET

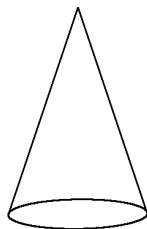
### 14. FELADAT

Határozd meg a feladatoknak megfelelő metsző síkokat!

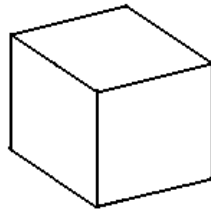
a) Rajzolj be olyan síkot, mely az egyenes kúpot egy körben metszi!



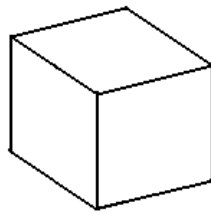
b) Rajzolj be olyan síkot, mely az egyenes kúpot egy háromszögben metszi!



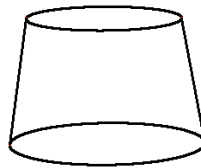
c) Rajzolj be olyan síkot, mely a kockát egy téglalapban metszi!



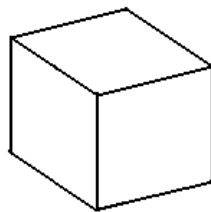
d) Rajzolj be olyan síkot, mely a kockát egy szabályos háromszögben metszi!



e) Rajzolj be olyan síkot, mely a csonkakúpot egy trapézban metszi?



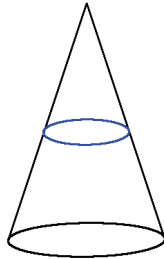
f) Rajzold meg, melyik az a sík, mely a kockát egy szabályos hatszögben metszi?



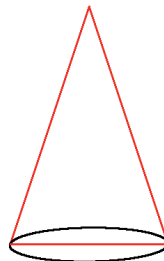
**MEGOLDÁS****14. FELADAT**

Minden feladathoz csak egyetlen lehetséges megoldást adtunk.

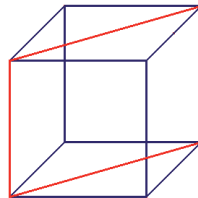
a)



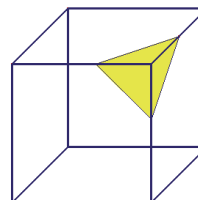
b)



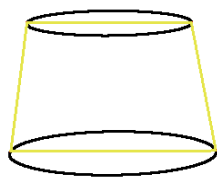
c)



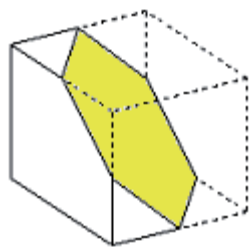
d)



e)



f)



RIZS

## MODULLEÍRÁS

A modul célja	A kreativitási és problémakezelési készség fejlesztése
Időkeret	15 perc
Ajánlott korosztály	10. osztály
Ajánlott megelőző és követő tananyag	Megelőző tananyag: Logikai feladványok Követő tananyag: <i>Szöveges feladatok</i>
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Gondolati utak írásbeli kifejezése Tágabb környezetben: IQ-tesztek, logikai fejtörők
A képességfejlesztés fókuszja	Kreativitási képesség fejlesztése Következtetési képesség fejlesztése Spontán véleményalkotás képességének fejlesztése

## MÓDSZERTANI AJÁNLÁS

Szöveges feladatok bevezető vagy órázáró példája frontális osztálymunkában. Hallgassunk meg minél több ötletet, és vizsgáljuk meg, vajon hány különböző jó megoldást javasoltak a gyerekek.

## MODULVÁZLAT

Tevékenység	<b>Logikai következtetések és precíz megfogalmazásuk</b>
Tanári instrukciók	A feladatot ismertetjük, és a problémakört megbeszéljük Gondoljuk végig a megoldásokat Egyéni feladatként vagy házi feladatként adhatjuk, hogy a gyerekek a megoldásokat írásban, precízen rögzítsék
Kiemelt készségek, képességek	Szövegalkotás, logika
Célcsoport/A differenciálás lehetőségei	
Munkaforma	Frontális osztálymunka
Módszerek	Megbeszélés, vita
Eszközök	Munkafüzet

## MUNKAFÜZET

### 15. FELADAT

Két kínai férfinak közös rizsföldje van. Miután betakarították a termést, melynek felére jogosan tartanak igényt mindketten, nem találnak semmit, amivel megmérhetnék azt. Megállapodnak hát, hogy szemmérték alapján osztják két részre a rizst.

- Hogy osztanád ketté, hogy igazságos legyen?
- Hogyan járjanak el az osztózkodók akkor, ha hárman vannak?

## MEGOLDÁS

### 15. FELADAT

- a) Két embernél ez esetben talán az a legigazságosabb, ha az egyik szemmértékre ketté osztja, a másik meg választ. Így vagy mindkettőnek ugyanannyi jutott, vagy ha látszólag több az egyik, akkor az osztónak kevesebb, de ez az ő baja, hiszen megvolt minden lehetősége az igazságosságra.
- b) Ebben az esetben már kicsit bonyolultabb a helyzet, kezdjük a gondolkodást mégis ugyanúgy.

A három férfi közül az egyik három kupacot készít, a másik kettő meg választ majd. A kupacot választók megjelölik azokat, amelyek megfelelnek nekik.

Egyet biztosan megjelölnék majd, hiszen nem lehet mindhárom kupac kevesebb az egész  $1/3$ -ánál.

Vizsgáljuk meg azokat az eseteket, ahol csak egy-egy kupacot jelöltek meg a választók:

- Mindkét választó megjelölt egy-egy kupacot, melyek különböznek.  
Elvehetik, és a harmadik az osztóé marad.
- Mindkét választó ugyanazt a kupacot jelölte meg.  
Ezek szerint két kupacot találtak  $1/3$ -nál kisebbnek. Az egyiket odaadják az osztónak, a másikat és a választott kupacot meg újra felosztják az a) feladatban látott módon.

Két kupac megjelölése esetén még könnyebb a dolgunk.

A felosztás így igazságos, hisz az osztót senki nem károsítja meg, ha egyenlően osztott, és mindenki olyan részt kapott, amilyet választott.

X.B.2.15.

SAKK

## MODULLEÍRÁS

A modul célja	A képzelőerő és a logikai készség fejlesztése
Időkeret	15 perc
Ajánlott korosztály	10. osztály
Ajánlott megelőző és követő tananyag	Megelőző tananyag: Logikai fejtörők Követő tananyag: <i>Egyszerűbb szöveges feladatok</i>
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Szöveges feladatok Tágabb környezetben: Sakk, IQ-tesztek
A képességfejlesztés fókuszja	Kreativitási képesség fejlesztése Következtetési képesség fejlesztése

## MÓDSZERTANI AJÁNLÁS

Bontsuk az osztályt 3-4 fős homogén csoportokra logikai képességeik szerint. A csoport tagjai dolgozzanak együtt, vitassák meg elképzeléseiket, és a közös megoldást, melyet mindannyian értenek és elfogadnak, rögzítsék.

## MODULVÁZLAT

Tevékenység	Logikai következtetések után a bábuk elhelyezése és ennek indoklása
Tanári instrukciók	A feladatot ismertetjük az alábbiak szerint A bástya és a futó bábuk alaptulajdonságait tisztázzuk A: 16. a) és a 17. a) feladatok B: 16. a), b) és a 17. a) feladatok C: 16. a), b) és a 17. a), b) feladatok Az ellenőrzés során teremtünk lehetőséget a vitára
Kiemelt készségek, képességek	Logika
Célcsoport /A differenciálás lehetőségei	A: könnyű B: közepes C: nehéz
Munkaforma	Homogén csoportmunka
Módszerek	Kísérlet, vita, megbeszélés, magyarázat
Eszközök	Munkafüzet, szükség esetén sakktábla bábukkal vagy csak a feladatlapon lévő ábra, pl. pénzérmékkel, gombokkal

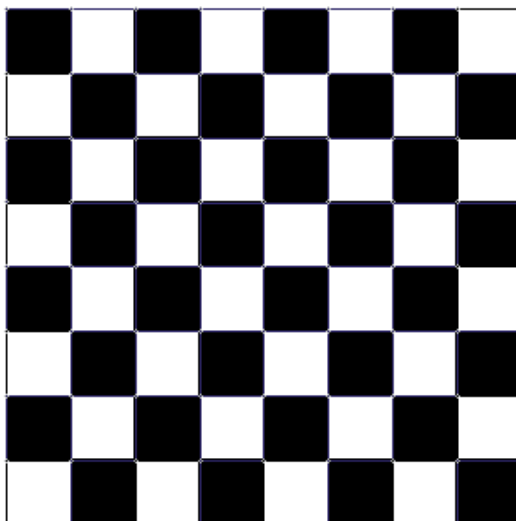
## MUNKAFÜZET

### 16. FELADAT

- Hogyan lehet egy sakktáblára bástyákat elhelyezni úgy, hogy közülük bármely kettő ne üthesse egymást?
- Hány különböző módon lehet így elhelyezni a bástyákat?

### 17. FELADAT

- Hány fehér mezőn helyezhető el futó a sakktáblán úgy, hogy ne legyen kettő, amelyik üti egymást?
- Hány különböző módon lehet így elhelyezni a futókat?



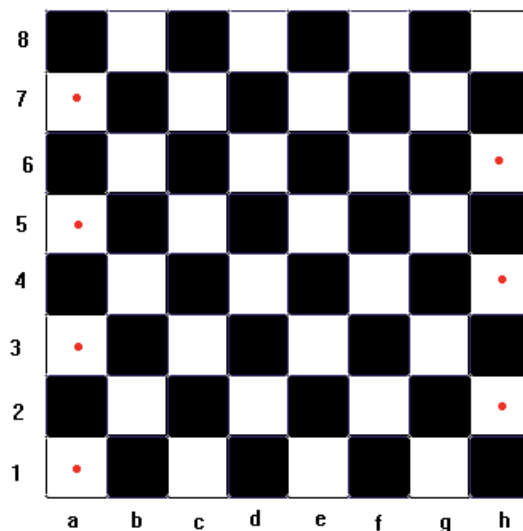
## MEGOLDÁS

## 16. FELADAT

- a) Például rátesszük a sakktábla egyik átlójára.
- b) Nyolc bástyát elhelyezünk a sakktáblán úgy, hogy nincs kettő, amelyik üti egymást, akkor minden sorban lesz egy és csak egy bástya. Az első sor bármely helyére (tehát a 8 hely mindegyikére) tehetjük az első bástyát. A második bástyát elhelyezzük a második sorba, vigyázva arra, hogy ne ugyanabba az oszlopba kerüljön, ahol az első bástya van; így a második bástyát 7 különböző helyre tehetjük (bárhova is tettük az elsőt). Ugyanígy látható, hogy a harmadik bástyát a harmadik sorba hatféleképpen lehet elhelyezni. Az eljárást folytatva adódik, hogy a 8 bástyát  $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40320$ -féleképpen lehet elhelyezni.

## 17. FELADAT

- a) Legfeljebb 7 fehér mezőn helyezhető el így futó; ugyanis az (a7 b8), (a5 b6 c7 d8), (a3 b4 c5 d6 e7 f8), (a1 b2 c3 d4 e5 f6 g7 h8), (c1 d2 e3 f4 g5 h6), (e1 f2 g3 h4) és (g1 h2) „átlók” mindegyikén legfeljebb egy futó állhat.



- b) Az a7 és b8 mezők egyikére (és csak egyikére) kell tennünk egy futót; ha a7-re tettük a futót, akkor h2-re is kell tennünk; ha h8-ra tettük, akkor g1-re is kell tennünk. Továbbá az a5 és d8 mezők egyikére kell tennünk futót. Aszerint, amint a5-re vagy d8-ra tettünk futót, futót kell tennünk h4-re, illetve e1-re. Hasonlóan az a3 és f8 mezők egyikére kell tennünk futót, és ennek megfelelően h6-ra, illetve c1-re. Végül egy futót kell elhelyeznünk az a1 és h8 mezők egyikén. Ez a gondolatmenet mutatja, hogy a 7 világos futót  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ -féleképpen lehet a sakktáblán elhelyezni úgy, hogy ne legyen kettő, amelyik üti egymást.

# TELEFON

## MODULLEÍRÁS

A modul célja	A matematikai ismeretek alkalmazása a gyakorlati életben
Időkeret	15 perc
Ajánlott korosztály	10. osztály
Ajánlott megelőző és követő tananyag	Megelőző tananyag: Különböző típusú, egyszerű szöveges feladatok Követő tananyag: <i>Nehezebb szöveges feladatok</i>
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Szöveges feladatok Tágabb környezetben: Telefon, Internet, elektronika
A képességfejlesztés fókuszja	Információkezelési képesség fejlesztése Spontán véleményalkotási képesség fejlesztése

## MÓDSZERTANI AJÁNLÁS

Órát záró, házi feladatként befejezhető, mostanság igen aktuális gyakorlati feladat. A gyerekek dolgoznak egyedül, a feladat viszonylag egyszerű, figyeljenek oda minden adatra, és ne vétsenek számolási hibákat.

## MODULVÁZLAT

Tevékenység	Számolás, következtetések, összehasonlítás
Tanári instrukciók	A feladatot ismertetjük, és ellenőrizzük az eredményeket A feladat alkalmas órán elkezdett, házi feladatként befejezett munkára
Kiemelt készségek, képességek	Számolás, összehasonlítás
Célcsoport /A differenciálás lehetőségei	
Munkaforma	Egyéni munka
Módszerek	Feladatmegoldás, megbeszélés, házi feladat
Eszközök	Munkafüzet

## MUNKAFÜZET

### 18. FELADAT

A Phone, a Call és a Telephone szolgáltató cégek a következő ajánlatokkal álltak elő (az árak forintban értendők):

	Phone	Call	Telephone
Havidíj	1850	2200	1780
<b>Hálózaton belüli percdíjak</b>			
Csúcsidőben	62	65	63
Egyéb időben	32	30	32
Munkaszüneti és ünnepnapokon	32	30	32
Éjszaka	16	17	15
<b>Más hálózatba irányuló hívások percdíjai</b>			
Csúcsidőben	98	99	102
Egyéb időben	56	56	58
Munkaszüneti és ünnepnapokon	56	56	58
Éjszaka	35	36	32

## Időzónák

Csúcsidő	munkanap 07-20 h	munkanap 07-20 h	munkanap 07-20 h
Éjszaka	mindennap 22-07 h	mindennap 22-07 h	mindennap 22-07 h
SMS	25	27	24

- a) Tudjuk, hogy egy diák hétköznapi főként 14–22 óra között szokott telefonálni, átlagosan napi 30 percet, melynek felét biztosan 20 óra után, míg hétvégén reggel 8-tól este 10-ig bármikor, kb. napi másfél órát. A hívások 75%-a hálózaton belül zajlik. Havonta átlagosan 45 darab sms-t ír.

Melyik szolgáltató kínálja számára a legkedvezőbb ajánlatot?

- b) Végiggondolva saját telefonálási szokásaidat, Te melyik szolgáltatót választanád?

## MEGOLDÁS

## 18. FELADAT

1.

a)

	PHONE	CALL	TELEPHONE
Havidíj	1850	2200	1780
Hálózaton belül csúcsidőben	$15 \cdot 0,75 \cdot 62 = 697,5$	$15 \cdot 0,75 \cdot 65 = 731,25$	$15 \cdot 0,75 \cdot 63 = 708,75$
Hálózaton kívül csúcsidőben	$15 \cdot 0,25 \cdot 98 = 367,5$	$15 \cdot 0,25 \cdot 99 = 371,25$	$15 \cdot 0,25 \cdot 102 = 382,5$
Hálózaton belül egyéb időben	$15 \cdot 0,75 \cdot 32 = 360$	$15 \cdot 0,75 \cdot 30 = 337,5$	$15 \cdot 0,75 \cdot 32 = 360$
Hálózaton kívül egyéb időben	$15 \cdot 0,25 \cdot 56 = 210$	$15 \cdot 0,25 \cdot 56 = 210$	$15 \cdot 0,25 \cdot 58 = 217,5$
Hálózaton belül munkaszüneti és ünnepnapokon	$90 \cdot 0,75 \cdot 32 = 2160$	$90 \cdot 0,75 \cdot 30 = 2025$	$90 \cdot 0,75 \cdot 32 = 2160$
Hálózaton kívül munkaszüneti és ünnepnapokon	$90 \cdot 0,25 \cdot 56 = 1260$	$90 \cdot 0,25 \cdot 56 = 1260$	$90 \cdot 0,25 \cdot 58 = 1305$
SMS	$45 \cdot 25 = 1125$	$45 \cdot 27 = 1215$	$45 \cdot 24 = 1080$
Összesen	6180	6150	6213,75

Az árak forintban értendők.

A fenti számolás alapján a Call mobilszolgáltató ajánlata a legkedvezőbb.

b) -

# VARÁZSLÓ

## MODULLEÍRÁS

A modul célja	Szövegértési és logikai készség fejlesztése
Időkeret	15 perc
Ajánlott korosztály	10. osztály
Ajánlott megelőző és követő tananyag	Megelőző tananyag: Különböző típusú, egyszerű szöveges feladatok Követő tananyag: <i>Másodfokú egyenletre visszavezethető szöveges feladatok</i>
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Szöveges feladatok Tágabb környezetben: Logikai feladványok
A képességfejlesztés fókusza	Szövegértési képesség fejlesztése Következtetési képesség fejlesztése

## MÓDSZERTANI AJÁNLÁS

Bevezető szöveges feladat, egyéni megoldással. A gyerekek keressék ki a szövegből az adatokat, és írják fel a megfelelő egyenleteket. Ellenőrizzük végeredményüket.

## MODULVÁZLAT

Tevékenység	Egyenletek felírása és megoldása a szöveg alapján
Tanári instrukciók	Ismertessük a feladatot, és ellenőrizzük az egyenletek helyességét, valamint a megoldást
Kiemelt készségek, képességek	Logika, feladatmegoldás
Célcsoport /A differenciálás lehetőségei	
Munkaforma	Egyéni munka
Módszerek	Feladatmegoldás, megbeszélés
Eszközök	Munkafüzet

## MUNKAFÜZET

### 19. FELADAT

Élt egyszer egy öreg király, akinek két fia volt. Amikor a király úgy érezte, hogy a halálán van, magához hívatta mindkét fiát, majd az idősebbhez fordulva így szólt:

- Itt van ez a két ládika, az egyikben valamennyi arany van, a másik üres. Végy el magadnak arany-pénzt az egyikből és tedd át az üresbe úgy, hogy a pénzek száma 20 darabnál több, de 30 darabnál kevesebb legyen!

A fiú megtette.

- Most pedig tegyél vissza annyit, amennyi a kivett érmék számának számjegyösszege! A dobozban maradt pénz a te örökséged, a másik doboz tartalma az öcsédet illeti.

Az öreg király nem sokkal ezután meghalt, és a fiainak mi sem volt sürgősebb, mint hogy megszámlálják az örökségüket. Az egész életében igazságosan uralkodó király ezúttal sem cselekedett másképp. Mindkét fiú ugyanannyi aranyat kapott.

Hány arany volt eredetileg az „aranyos” ládikában?

## MEGOLDÁS

### 19. FELADAT

Felírhatjuk az alábbi gondolatmenetet:

„Aranyos láda”	Másik láda
$x$	0
$x-10a-b$	$10a+b$
$x-10a-b+a+b$	$10a+b-a-b$

A kezdeti aranyszám:  $x$  és  $10a + b$  darab aranyat vett el az idősebb fiú. A táblázat két alsó sora a feladat szerint megegyezik, melyből megkapjuk:

$$x = 18a$$

Mivel a fiúnak több, mint 20, de kevesebb, mint 30 aranyat kellett elvennie,  $a = 2$ , melyből megkapjuk:

$$x = 36$$

Tehát 36 darab arany volt eredetileg a pénzes ládikában.



VARRODA

## MODULLEÍRÁS

A modul célja	A szöveg megértése és a következtetési képesség fejlesztése, elkészítése és a szöveg alapján történő ellenőrzése
Időkeret	15 perc
Ajánlott korosztály	10. osztály
Ajánlott megelőző és követő tananyag	Megelőző tananyag: Különböző típusú, egyszerű szöveges feladatok Követő tananyag: <i>Egyenletre visszavezethető szöveges feladatok</i>
Modulkapcsolódási pontok	Szűkebb környezetben: Szöveges feladatok Tágabb környezetben: Könnyűipari alapismeretek
A képességfejlesztés fókuszja	Következtetési képesség fejlesztése Szövegértési képesség fejlesztése

## MÓDSZERTANI AJÁNLÁS

Bontsuk az osztályt 3 fős homogén csoportokra szövegértési és következtetési képességeik szerint. A csoporttagok értelmezzék közösen a feladatot, majd osszák fel egymás közt a munkát. Ha végeztek, ellenőrizzék egymás megoldásait, és javítsák ki az esetleges hibákat.

# MODULVÁZLAT

<b>Tevékenység:</b>	<b>Számolás a megfelelő adatok alapján</b>
<b>Tanári instrukciók</b>	Ismertessük a feladatot az alábbiak szerint: A: a), b) és d) B: a), b), c) és d) C: a), b), c), d) és e) Az eredményeket ellenőrizzük
<b>Kiemelt készségek, képességek</b>	Számolás, adatkezelés
<b>Célcsoport /A differenciálás lehetőségei</b>	A: könnyű B: közepes C: nehéz
<b>Munkaforma</b>	Homogén csoportmunka
<b>Módszerek</b>	Megbeszélés, magyarázat
<b>Eszközök</b>	Munkafüzet

## MUNKAFÜZET

### 20. FELADAT

Egy varrodában, ipari varrógépeken a következő paraméterekkel dolgoznak:

Termékek	Anyagszükséglet	Munkaidő	Bolti ár
atléta	1,5 x 0,7 m <sup>2</sup>	4 perc 50 másodperc	1800 Ft
póló	1 x 1,5 m <sup>2</sup>	6 perc 20 másodperc	2400 Ft
hálóing	1,5 x 1,5 m <sup>2</sup>	8 perc 40 másodperc	4200 Ft

- Hány pólót tudnak varrni egy vég (1,5 m x 15 m) anyagból?
- Hány atlétát tudnak varrni egy vég (1,5 m x 15 m) anyagból?
- Hány hálóinget tudnak varrni egy vég (1,5 m x 15 m) anyagból?
- Ha csak egy 1,5 m x 3 m-es anyagunk van, mit varrjunk, hogy a bevételünk maximális legyen?
- Három varrónő a három különböző terméket gyártja napi 8 órában, 560 Ft-os órabérrel. Ki hány darabot varr egy nap? Mennyi bevételt termelnek összesen, naponta a cégnek?

**MEGOLDÁS****20. FELADAT**

- a) A póló anyagszükséglete  $1 \times 1,5 \text{ m}^2$  tehát egy vég anyagból 15 darabot varrhatunk.
- b) Az atléta anyagszükséglete  $1,5 \times 0,7 \text{ m}^2$ , tehát egy vég anyagból (kerekítve) 21 darabot varrhatunk.
- c) A hálóing anyagszükséglete  $1,5 \times 1,5 \text{ m}^2$ , tehát egy vég anyagból 10 darabot varrhatunk.
- d) Atléta: 4 darab,  $4 \times 1800 = 7200 \text{ Ft}$ .  
Póló: 3 darab,  $3 \times 2400 = 7200 \text{ Ft}$ .  
Hálóing: 2 darab,  $2 \times 4200 = 8400 \text{ Ft}$ .  
Válasszuk a hálóinget.
- e) A varrónők tehát  $8 \times 560 = 4480 \text{ Ft}$ -os napidíjért dolgoznak. A 8 óra, az 480 perc, illetve 28 800 másodperc.  
Atléta: 290 másodperc, napi 99 darab,  $99 \times 1800 = 178\,200 \text{ Ft}$ .  
Póló: 380 másodperc, napi 75 darab,  $75 \times 2400 = 180\,000 \text{ Ft}$ .  
Hálóing: 520 másodperc, napi 55 darab,  $55 \times 4200 = 231\,000 \text{ Ft}$ .  
 $178\,200 + 180\,000 + 231\,000 = 589\,200 \text{ Ft}$  lesz a bevétel.